



non publié

75

Euclid: Venice Ratdolt 1482
1st edition

C

Cont. folia 137. in pr[illegible].
9[illegible] n[illegible]. 18.

¶Erhardus ratdolt Augustensis impressor. Serenissimo
alme vrbis venete Principi Joanni Mocenico. S.

Solebam antea serenissime princeps mecum ipse cogitans admirari
quid cause esset ꝙ in hac tua prepotenti ⁊ fausta vrbe cum varia au/
ctorum veterum nouorumq3 volumina quottidie imprimerent. In
hac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima
aut nihil aut parua quedam et friuola in tanta impressorũ copia qui
in tua vrbe agunt: viderentur impressa. Hec cum mecum sepius discu-
terem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc
quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina sca/
tent: ac sine quibus nihil i his disciplinis fere intelligi optime potest
excogitauerant. Itaq3 cum hoc ipsum tantũmodo cõmuni omnium
vtilitati que ex his percipitur. obstaret mea industria nõ sine maximo
labore effeci. vt qua facilitate litterarum elementa imprimuntur. ea
etiam geometrice figure conficerentur. Quamobrem vt spero hoc
nostro inuento he discipline quas mathemata greci appellant volu/
minum copia sicuti reliquae scientie breui illustrabuntur. De quarum
laudibus ⁊ vtilitate possem multa im presens adducere ab illustribus
collecta auctoribus: nisi studiosis iam omnibus hec nota essēt. Illud
etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematibus imper/
fectas ac veluti mancas eē. Neq3 hoc profecto negabunt Dialectici
neq3 Philosophi abnuent: in quoꝝ libris multa reperiuntur: que si/
ne mathematica ratione minime intelligi possunt. Quam diuin9 ille
Plato mere veritatis arcanũ. vt adipisceretur cyrenas ad. Theo/
dorum summum eo tempore mathematicu3 ⁊ ad egiptios sacerdotes
enauigauit. Quid ꝙ sine hac vna facultate viuendi ratio nõ perfecte
constat. Nam vt de musice taceam: que nobis muneri ab ipsa natura
ad perferendos facilius labores concessa videtur: vt astrologiã pre/
teream qua exculti celum ipsum veluti scalis machinisq3 quibusdam
conscendentes verum ipsius nature argumentum cognoscimus: sine
arithmetica ⁊ geometria: quarum altera numeros altera mẽsuras do/
cet ciuiliter: comodeq3 viuere q̃ possum9: Sed quid ego i his mo/
ror que iam omnibus vt dixi: notiora sunt q̃3 vt a me dicantur. Eu/
clides igitur megarensis serenissime princeps qui. xv. libris omnem
geometrie rationem consummatissime complexus est: quem ego sum/
ma ⁊ cura ⁊ diligentia nullo pretermisso schemate imprimendum cu/
raui: sub tuo numine tutus felixq3 prodeat.

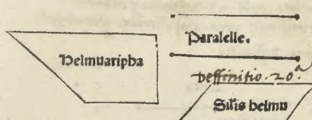
In hoc capitulo xx diffinitiones continentur. divisiones vero iiij. Teriorum geometrie.

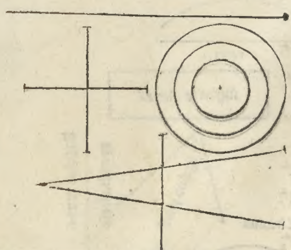
Preclarissimũ opus elementorum Euclidis megarẽsis vna cũ cõmentis Campani pspicacissimi in arte geometrie incipit feliciť.

Punctus est cuius ps nulla est. ¶ Linea est longitudo sine latitudie. Linee vero extremitates sunt duo puncta. ¶ Linea recta ẽ ab vno pũcto ad alium equissima extensio in extremitates suas vtrũqȝ eorum recipiens. ¶ Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ ⁊ latitudinẽ tm̃ habet: cui⁹ termini quidẽ sũt linee. ¶ Superficies plana ẽ ab vna linea ad aliam extensio in extremitates suas recipiẽs. ¶ Angulus planus ẽ duarum linearum alterius cõtactus: quarum expansio est super supficiẽ applicatioqȝ nõ directa. ¶ Quãdo autẽ angulũ cõtinent due linee recte rectiline⁹ angulus noiatur. ¶ Qñ recta linea sup rectã steterit duoqȝ anguli vtrobiqȝ fuerint eq̃les eorum vterqȝ rect⁹ erit. ¶ Lineaqȝ linee superstans ei cui supstat ppẽdicularis vocať. ¶ Angulus vero qui recto maior est/obtusus diciť. ¶ Angul⁹ vero mior recto/acut⁹ appellať. ¶ Termin⁹ ẽ qd vniuscuiusqȝ finis ẽ. ¶ Figura ẽ q̃ termino vel terminis ptineť. ¶ Circul⁹ ẽ figura plana vna q̃dẽ linea cõtenta: q̃ circũferẽtia noiať: i cui⁹ medio pũct⁹ ẽ a quo oẽs linee recte ad circũferentiã exeũtes sibiinnicẽ sunt equales. Et hic quidẽ punct⁹ cẽtrum circuli diciť. ¶ Diameter circuli ẽ linea recta q̃ sup ei⁹ centrum transiẽs extremitatesqȝ suas circũferentie applicans circulũ in duo media diuidit. ¶ Semicirculus ẽ figura plana diametro circuli ⁊ medietate circũferentie cõtenta. ¶ Portio circuli est figura plana recta linea ⁊ parte circũferentie cõtenta: semicirculo quidem aut maior aut minor. ¶ Rectilinee figure sũt/que rectis lineis cõtinenť/quarum quedã trilatere/q̃ trib⁹ rectis lineis: quedam quadrilatere q̃ quatuor rectis lineis: q̃dã multilatere q̃ pluribus q̃ȝ quatuor rectis lineis continentur. ¶ Figurarum trilaterarum: alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habẽs equalia latera. Alia triangulus triũ inequaliũ laterũ. Harũ iteruȝ alia est orthogoniũ: vnũ .s. rectũ angulum habens. Alia est ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. ¶ Figurarum autem quadrilaterarũ. Alia est quadratũ quod ẽ equilateruȝ atqȝ rectangulũ. Alia est altera parte longus: que est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est Rombus: que est equilatera: sed rectangula non est.









¶ Alia eſt ſimilis helmuaym que oppoſita latera habet equalia atq3 oppoſitos angulos equales: idem tamē nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinetur. Preter has aūt omnes quadrilatere figure helmuariphe nominantur. ¶ Equidiſtantes linee ſunt q̄ in eadem ſuperficie collocate atq3 in alterutram partem protracte nō conueniūt etiam ſi in infinitum protrahantur. petitiones

Petitiones ſunt qinq3. ¶ A quolibet puncto i quemlib3 punctū rectā lineam ducere atq3 lineam definitām in continuum rectūq3 quātūlibet protrahere. ¶ Super centrū quodlibet quātūlibet occupando ſpacium: circulum deſignare: ¶ Omnes rectos angulos ſibi inuicem eſſe equales. ¶ Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit duoq3 anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint iſtas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniuncti ire. ¶ Duas lineas rectas ſuperficiem nullam concludere. cōes aī cōceptiones

Communes animi cōceptiōes ſunt hee ¶ Que vni ⁊ eidē ſunt equalia ⁊ ſibiīuicē ſunt equalia. ¶ Et ſi equalib⁹ eq̄lia addant̄ tota quoq3 fient equalia. ¶ Et ſi ab eq̄libus eq̄lia auferantur que relinquūt̄ erūt equalia. ¶ Et ſi ab ineq̄libus eq̄lia demas q̄ relinquunt̄ erūt ineq̄lia. ¶ Et ſi ineq̄libus equalia addas ipſa quoq3 fient ineq̄lia. ¶ Si fuerint due res vni equales ipſe ſibiīuicē erunt equales. ¶ Si fuerint due res quaꝝ vtraq3 vnius eiuſdē fuerit dimidium vtraq3 erit equalis alteri. ¶ Si aliqua res alicui ſuperponatur applicet̄q3 ei nec excedat altera alteram: ille ſibiīuicem erunt equales. ¶ Omne totum eſt maius ſua pte

Sciendū eſt aūt ꝙ preter has animi ꝯceptiones: ſiue cōes ſcias multas alias que numero ſunt incōprehenſibiles pretermiſit Euclides: quarū hec ē vna. ¶ Si due quantitates equales ad quālibet tertiā eiuſdem generis comparentur ſimul erunt ambe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut ſimul eq̄les. ¶ Item alia Quanta eſt aliqua quantitas ad quālibet aliam eiuſdem generis tantam eſſe quālibet tertiam ad aliquam quartam eiuſdem generis in quantitatibus continuis: hoc vniuerſaliter verum eſt ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus ſiue minores. magnitudo enim decreſcit in infinitum. in numeris autem non ſic: ſed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi: erit quilibet tertius eque ſubmultiplex alicui⁹ quarti quoniā numerus creſcit in infinitū: ſicut magnitudo in infinitū minuitur.

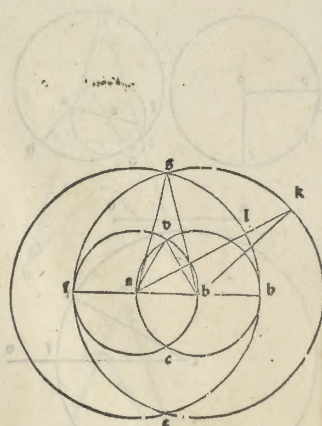
Propoſitio .1.



Triangulum equilaterum ſupra datam lineam rectam collocare.

¶ Eſto data linea recta. a. b. volo ſuper ipſam triangulū equilaterū cōſtituere ſuper alterā eius extremitatē. ſ. in puncto. a. ponam pedē circini immobilem: ⁊ alterū pedem mobilem extendam vſq3 ad. b. ⁊ deſcribam ſm quantitatē ipſius linee date per ſecundā petitionē circulū. c. b. d. f.

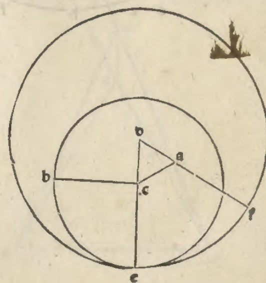
rurſus alterā eius extremitatē.ſ.punctū.b.faciā centrū:⁊ per eandē petitionem et ſm eiuſdem quantitatem lineabo circulum.c.a.d.b.qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis que ſint.c.d.⁊ alterā duarum ſectionū:ſicut ſectionem.d. cōtinua bo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis.d.a.d.b.per primā petitionem:quia ergo a puncto.a.quod eſt centrum circuli.c.b.d.protracte ſunt li nee.a.d.⁊.a.b.vſ.ꝫ ad eius circūferentiam ipſe erunt equales per diffinitionē cir culi.Similiter quoqꝫ:quia a puncto.b.quod eſt cētrum circuli.c.a.d. protracte ſūt linee.b.a.⁊.a.d.vſqꝫ ad eius circūferentiā ipſe erunt etiaꝫ equales .quia ergo vtra qꝫ duaꝝ lineaꝝ.a.d.b.d.equalis eſt linea.a.b.vt probatū eſt:ipſe erūt equales in/ ter ſe per primā cōceptionē:ergo ſuper datam lineam collocauimus triangulū equi laterum:quod eſt propoſitum.℄Si autem ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangoloꝝ ſpecies.ſcꝫ triangulū duū equaliū laterū ⁊ triangulū tri/ um inequaliū laterum.ꝓtrahaẗ linea.a.b. in vtrāqꝫ ptē vſqꝫquo occurret circūfe/ rentie amboꝝ circuloꝝ:ſuper duo puncta.f.⁊.h.⁊ poſito centro in puncto.a. linee tur circulus.e.b.g.ſm quātitatē linee.a.b.Jtēqꝫ poſito centro in puncto.b .lineeẗ circulus.e.f.g.ſm quātitatē linee.b.f.hi autē circuli interſecabunt ſe in duob⁹ pun ctis qui ſunt.e.g.Cōiunganẗ igiẗ extremitates date linee cum altera dictaꝝ ſectio/ num p duas lineas rectas q̄ ſunt.a.g.b.g.⁊q2 hee linee.a.b.⁊.a .f. exeunt a cētro circuli.c.d.f.ad eius circūferentiā ipſe erunt equales.Siſr quoqꝫ.a.b.⁊ .b.h. quia exeunt a cētro circuli.c.a.d.b.vſqꝫ ad ipſius circūferentiā ipſe erūt equales. Quia ergo vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.a.f.⁊.b.h.equalis ē linee.a.b.ipſe erunt inter ſe equales ergo poſito.a.b.cōi erit.b.f.equalis .a.h.ſed.b.f.eſt equalis.b.g.q2 ambo exeunt a centro circuli.e.f.g.ad eius circūferentiā.Siſr quoqꝫ.a.h.ē equalis.a.g.⁊ vtraqꝫ eaꝝ eſt maior.a.b.eo ꝙ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.b.f.⁊.a.h.maior eſt.a.b.quare ſuper datam lineam collocauimus triangulum duorum equalium lateꝝ. ℄Triangulum etiā trium inequalium lateꝝ ſuper eandē lineā collocauim⁹:ſi aliqđ punctū exiſtēs in circūferentia alterutrius duoꝝ maioꝝ circuloꝝ qđ nō ſit in altera duaꝝ ſectionū ⁊ cui nō obuiet.f.h.cū in vtrālibet ptem ꝓtracta fuerit in cōtinuū ⁊ directū:cōiun xerimus p duas lineas rectas cū ambabus extremitatibus date linee.Sit.n.pun/ ctus.k.ſignatus in circūferentia circuli.e.f.g.⁊ nō ſit in altera ſectionū nec occur/ rat ei.f.h.cū ꝓtraheret in cōtinuū ⁊ directū vſqꝫ ad eius circūferentiā. ꝓtrahā er/ go lineas.a.k.⁊.b.k.⁊ ſecabit linea.a.k.circūferentiā circuli.e. h.g. ſecet ergo i pū cto.l.eritqꝫ.b.k.equalis.a.l.q2.b.k.ē equalis.b.g.⁊.a.l.equalis.a.g.quare.a .k.ē maior.b.k.ſed ⁊.b.k.eſt maior.a.b.triangulus ergo.a.b. k.eſt trium inequalium laterum.Sic igitur ſuper datam lineam omnes triangoloꝝ ſpecies collocauimus.

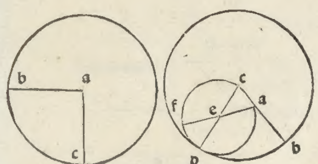


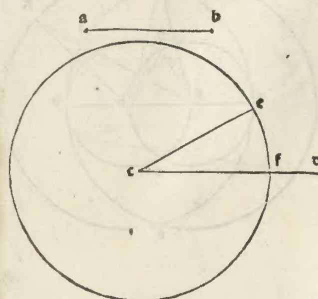
Propoſitio .2.

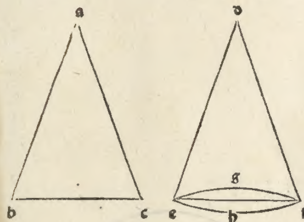
A dato puncto cuilibet linee recte propoſite equam re/ ctam lineam ducere.

℄Sit.a.punctus dat⁹ ⁊.b.c.linea data.volo a pūcto.a. ducere line am vnā equalē linee .b.c. in quācūqꝫ ptem cōtingat:coniungā ergo punctum.a.cū altera extremitate linee.b.c.cum qua voluero.⁊ con/ iungam ipſum.a.cū extremitate .c.p lineam.a.c.ſup quā ꝯſtituā triangulū eq̄la/ terū ſm doctrinā p̄cedentis qui ſit.a.c.d.⁊ in illa extremitate linee date cum qua coniunxi punctū datū.ſ.in extremitate.c.ponā pedē circini imobilē ⁊ deſcribā ſup ipſum circulum ſm quantitatem ipſius date linee qui ſit circul⁹.e.b. ⁊ lat⁹ triāguli









equilateri qđ opponit̃ puncto dato sc3 latus.d.c.ꝓtrahã p centꝝ circuli descripti vsq3 ad ei⁹ circũferentiã:ꝛ sit tota linea sic ꝓtracta.d.c.e.ſm cui⁹ quãtitatẽ linea/bo circulũ posito centro in.d.qui sit circulus.e.f.ꝛ postea ꝓtrahã latus .d.a. vsq3 ad circũferentiã huius vltimi circuli ꝛ occurrat circũferentie ipsius in puncto.f.di co igit̃ ꝙ.a.f.ẽ equalis.b.c.nã.b.c.ꝛ.c.e.sunt equales q2 exeunt a centro circuli.e. b.ad eius circũferentiã.Silr̃ quoq3.d.f.ꝛ.d.c.sunt equales q2 exeunt a cẽtro circu li.e.f.ad circũferentiam sed.d.a.ꝛ.d.c.sunt equales q2 sunt latera trianguli equila teri.ergo si.d.a.ꝛ.d.c.demant̃ de.d.e.ꝛ.d.f.que sunt eq̃les:erunt residua q̃ sunt a f.ꝛ.c.e.equalia.q2 ergo vtraq3 duaꝝ lineaꝝ.a.f.ꝛ.c.b.est equalis.c.e.ipse sũt equa les inter se:quare a puncto.a.protraximus lineã.a.f.equalẽ.b.c. quod est propo/situm.

Propositio .3.

Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscindere.

¶Sint due linee.a.b.ꝛ.c.d.ꝛ sit.a.b.minor volo ex.c.d. abscindere vnã q̃ sit equalis .a.b.duco p̃mo a puncto .c.vnã lineã equalẽ .a.b. ſm qđ docuit p̃cedẽs q̃ sit.c.e.posito ergo centro in puncto.c.descri bam circulũ ſm quantitatẽ.c.e.qui secabit lineã.c.d.sit ergo vt secet eã in puncto .eritq3 linea.c.f.equalis lince.c.e.q2 ambo exeunt a centro eiusdẽ circuli ad circũ/ferentiam:ꝛ quia vtraq3 duarum lineaꝝ.a.b.ꝛ.f.c.est equalis.c.e. ipse sunt inter se equales:quod est propositum.

Propositio .4.

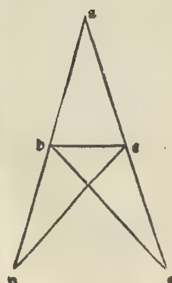
Omniũ duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vnius duob⁹ lateribus alterius equalia fuerint:duoq3 anguli eoꝝ illis equilateribus contenti equales fuerint alter alteri:latera quoq3 illoꝝ reliqua se se respicientia equalia :reliqui ve/ro anguli vnius reliquis angulis alterius equales erunt: ac totus triangulus toti triangulo equalis.¶Sint duo trianguli.a.b.c.d. e.f.sitq3 latus.a.b.equale lateri.d.e.ꝛ latus.a.c.equale lateri.d.f.ꝛ angulus.a.eq̃ lis angulo.d.tunc dico ꝙ basis.b.c.est equalis basi.e.f.ꝛ angulus.b. eq̃lis angu/lo.e.Itẽ angulus.c.equalis angulo.f.qđ ꝓbatur: supponam triangulum .a.b.c. triangulo.d.e.f.ita ꝙ angulus.a.cadat sup angulũ.d.ꝛ latus.a.b.sup latus .d.e. ꝛ latus.a.c.sup latus.d.f.ꝛ p3 per penul̃.cõceptionẽ ꝙ nec anguli nec latera se se excedent eo ꝙ angulus.a.ẽ equalis angulo.d.ꝛ latera supposita his quibus super ponunt̃ per ypothesim.puncta ergo.b.c.cadent super puncta.e.f.si ergo linea.b.c cadit super lineã.e.f.patet propositum:quia cum linea.b.c.superposita linee.e.f. non excedat eã nec excedatur ab ea est ei equalis per cõuersionem penultime con/ceptionis:eadem rõne erit angulus.b.equalis angulo.e.ꝛ angulus.c. eq̃lis anglo f.si autẽ linea.b.c.nõ cadit sup lineã.e.f. sed cadit inter triangulũ sicut linea. e.g.f aut extra sicut linea.e.h.f.tunc due linee recte concludunt superficiem:quod ẽ con tra vltimam petitionem.

Propositio .5.

Omnes trianguli duum equalium laterum angulos qui su pra basim sunt equales esse necesse ẽ:ꝙ si eius duo equa lia latera directe protrabantur fient quoq3 sub basi duo anguli inuicem equales.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.a.b.sit equale lateri.a.c.dico ꝙ angulus.a.b.c.ẽ equalis angulo.a.c.b.ꝙ si ꝓtrahant̃.a.b.ꝛ.a.c. vsq3 ad.d. ꝛ.e.

fiet angulus.d.b.c.equalis angulo.e.c.b.qđ ſic probaꝛ: ꝓtractis.a.b.⁊.a.c.ponā per tertiā lineā.a.d.equalem linee.a.e.⁊ protrahā lineas.e.b.d.c.⁊ intelligā duos triangulos.a.b.e.⁊.a.c.d.quos ꝓbabo eē equales ⁊ equilateros ⁊ equiangulos. Sunt eni duo latera.a.b.⁊.a.e.trianguli.a.b.e.equalis duobus lateribus.a.c.⁊.a d.trianguli.a.c.d.⁊ angulus.a.ē cōis vtriqꝫ ergo ꝑ premiſſā baſis.b.e.eſt equalis baſi.c.d.⁊ angulus.e.eſt equalis angulo.d.⁊ angulus.a.b.e.equalis angulo.a.c.d Item intellige duos triangulos.d.b.c.⁊.e.c.b.quos ſimiliter probabo eſſe equilateros ⁊ equiangulos.nam duo latera.d.b.⁊.d.c.trianguli.b.d.c.ſunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.e.b.trianguli.e.b.c.⁊ angulus.d.eſt equalis angulo. e.ergo per premiſſam baſis baſi:⁊ reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus.d.b.c.eſt equalis angulo.e.c.b.⁊ hoc eſt ſcđm propoſitum ſcꝫ ꝙ anguli ſub baſi equales ſūt ⁊ angulus.b.c.d.eſt equalis angulo.e.b.c.ſed totus.a.b.e.ē equalis. a.c.d. vt ꝓbatum fuit ſupra:ergo angulus.a.b.c.reſiduus eſt equalis angulo. a.c.b. reſiduo quorum vterqꝫ eſt ſuper baſim:quod primum propoſitum.

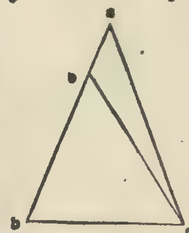


Propoſitio .6.



I duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoqꝫ latera angulos illos reſpicientia equalia erunt.

¶ hec ē cōuerſa premiſſe quantū ad primā eius ptē. Sit eni triangulus.a.b.c.cuius duo anguli.b.⁊.c.ſunt equales.dico ꝙ latus.a.b.ē equalis lateri.a.c.Si eni nō ſunt equales erit alteꝝ altero maius:ſitqꝫ.a.b.maius quod reſecetur ad equalitatē.a.c.per tertiam propoſitionem.vt ſuperfluum ſit a parte.a.⁊ reſecetur in puncto.d.ſitqꝫ .b.d .equalis.a.c. ⁊ ducaꝛ linea.d.c.Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.⁊.d.b.c.quos probabo eſſe equilateros ⁊ equiangulos:ſunt enim duo latera.d.b.⁊. b. c. trianguli. d. b.c.equalia duobus lateribus.a.c.⁊.b.c.trianguli.a.b.c.⁊ angulus.b.equalis angulo.c .totali per ypotheſim ergo baſis.d.c.ē equalis baſi.b.a.⁊ angulus.d.c.b.equalis angulo a.c.b.pars videlicet toti quod eſt impoſſibile.

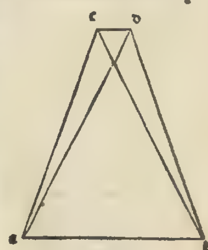


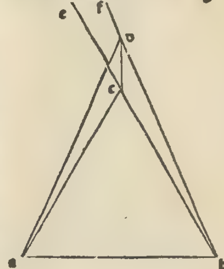
Propoſitio .7.

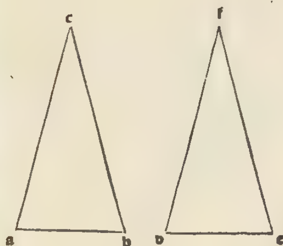


I a duobus punctis aliquā lineā terminantibus due linee ad punctū vnum cōcurrentes exierint ab eiſdem punctis alias lineas ſingulas ſuis conterminalibus equales que ad aliū concurrant in eandem partē duci ē īpoſſibile.

¶ Sit linea.a.b.a cuius extremitatibus ꝓtrahanꝛ due linee in partem vnam que concurrant in eodem puncto vt ſint.a.c.⁊.b.c.que cōcurrant ī puncto.c. dico ꝙ in eandem partem non protrahentur alie due ab eiſdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum:ita ꝙ illa que egredietur a puncto. a.ſit equalis linee.a.c.⁊ que egredietur a puncto.b.ſit equalis linee.b.c. Quod ſi fuerit poſſibile protrabantur alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto d.⁊ ſit linea.a. d.equalis linee.a.c.⁊ linea.b.d. equalis. b.c. aut ergo punctus.d. cadet intra triangulum aut extra:nam in altera laterum.a.c.⁊.b.c.non cadet quia tunc pars eſſet equalis ſuo toti.Si autem cadat extra aut altera linearum.a .d.et b.d.ſecabit alteram linearum.a.c.⁊.b.c.aut neutra neutram.⁊ ſecet primo altera alteram ⁊ protrahatur linea.c.d.quia ergo trianguli.a.c.d.duo latera.a.c.⁊.a.d. ſunt equalia.erit angulus.a.c.d.eq̄lis angulo.a.d.c.per quintam. Similiter quia in triangulo.b.c.d.duo latera.b.c.⁊.b.d.ſunt equalia erūt anguli.b.c.d.⁊.b.d.c





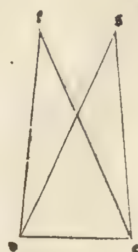


Similiter equales per eandem: ⁊ quia angulus.b.d.c.est maior angulo.a.d.c.sequitur angulum.b.c.d.esse maiorem angulo:a.c.d.partem scȝ toto quod est impossibile. Si autē.d.cadit extra triangulum.a.b.c.ita ꝙ lince non se secent protrabam lineam.d.c.⁊ producam.b.d.⁊.b.c.sub basi vsqȝ ad.f.⁊ ad.e.⁊ quia linee.a.d.⁊.a.c.sunt equales: erunt anguli.a.c.d.⁊.a.d.c.equales per quintā. Similiter quia:b.c.⁊.b.d.sunt equales.erunt anguli sub basi qui sunt.c.d.f.⁊.d.c.e.equales per secundam partē eiusdem:quia ergo angulus.e.c.d. minor ē angulo. a.c.d .sequitur angulum.f.d.c.esse minorē angulo.a.d.c.quod est impossibile:⁊ eodē modo deducetur aduersarius ad inconueniens:si.d.punctus cadat intra triangulum a.b.c.⁊c.

Propositio .8.



Omnium duoꝝ trianguloꝝ quorum duo latera vni⁹ duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisqȝ vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contētos equales esse necesse est.

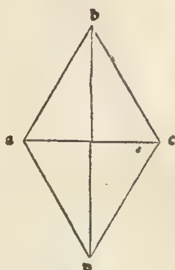


¶Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitqȝ.a.c.equalis.d.f.⁊.b.c. equalis:e.f.⁊.a.b.equalis.d.e.dico ꝙ angulus.c.ē equalis angulo.f.⁊ angulus.a .angulo.d.⁊ angulus.b.angulo.e.superponam basim.a.b.basi. d.e. que cū sint equales neutra excedet alterā per penultimā conceptionē:aut ergo punctus.c.cadet super punctum.f.aut non.Si sic:tunc quia angulus.c.superpositus erit angulo.f.et neuter eorum excedit alterum:ipsi sunt equales per conuersionem conceptionis p̄dicte.Similiter argue reliquos angulos esse equales.Si autem punctus.c.non cadit super.f.sed super quemlibet alium qui sit punctus.g.quia.e.g.est equalis.b.c.inmo eadem:itemqȝ.d. g.equalis.a.c.erit.e.g.equalis.e.f.⁊.d.g.equalis. d. f.quod est impossibile per precedentem.

Propositio .9.



Datum angulum per equalia secare.

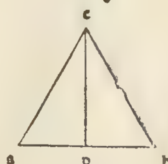


¶Sit datus angulus quem oportet diuidere:angulus. a.b.c. lineas ipsum continentes que sunt.a.b.⁊.b.c.ponam equales per tertiam ⁊ producam lineam.a.c.super quam constituam triangulum equilaterum.a.d.c.⁊ protrabam lineam.b.d.dico ꝙ ipsa diuidit datū angulum per equalia.Intelligo duos triangulos.a.b.d.⁊.c.b.d.⁊ quia duo latera.a b.⁊.b.d.trianguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.c.b.⁊.b.d.trianguli.c.b.d.⁊ basis.a.d.basi.c.d.ergo per precedentem angulus.a.b.d.ē equalis angulo.c.b.d.quod est propositum facere.

Propositio .10.

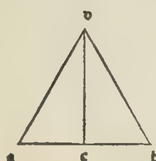


Proposita recta linea eam per equalia diuidere.



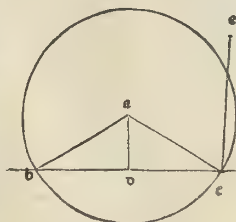
¶Sit proposita linea quā oportet diuidere per equalia.linea.a. b.super ipsam constituam triangulum equilaterum.a.b.c.⁊ angulum.c.diuido per equalia sm doctrinam precedentis per lineam.c. d.dico ꝙ linea.c.d.diuidit datam lineam.a.b.per equalia. Intelligo enim duos triangulos.a.c.d.⁊.b.c.d.⁊ arguo sic duo latera.a.c.⁊.c.d.trianguli, a.c.d. sunt equalia duobus lateribus.b.c.⁊.c.d.trianguli.b.c.d.⁊ angulus.c. vnius angulo.c.alterius ergo per quartam basis.a.d.basi.d.b.quod est propositum.

Data linea recta a puncto in ea signato ꝑpẽdicularẽ extra/here duob⁹ quidẽ angulis eq̃lib⁹ ac rectis vtriq̃ȝ subnixã ¶ Sit data linea.a.b.in qua sit dat⁹ pũct⁹.c.a quo oportȝ ꝑpẽdicu/larẽ extrahere.faciã g̃ ꝑ tertiã lineã.b.c.eq̃lẽ linee.a.c.ꝛ sup totã.a.b ꝯstituo triangl'm eq̃laterꝫ.a.b.d.ꝛ ꝓtraho lineã.c.d.de q̃ dico ꝙ ipsa ẽ ꝑpendicularis sup lineã.a.b. Intelligo duos triangl'os.a.c. d.ꝛ.b.c. d.ꝛ qꝛ duo latera.a.c.ꝛ.c.d.trianguli.a.c.d.sũt eq̃lia duob⁹ laterib⁹.c.b.ꝛc.d.trianguli.c.b. d.ꝛ basis.a.d.basi.b.d.erit ꝑ.8.angulus.a.c.d.eq̃lis angulo.b.c.d.q̃re vterq̃ȝ eorũ erit rect⁹ ꝑ diõnẽ ãnguli recti:ꝛ linea.c.b.ꝑpendicularis sup lineã.a.b.ꝑ diffinitionẽ linee ꝑpendicularis qḋ ẽ ꝓpositũ.



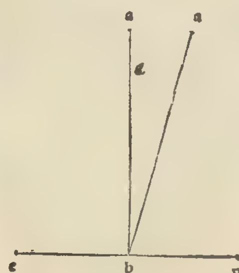
Propositio .12.

A Puncto extra signato ad datam lineam indefinite quan/titatis perpendicularem deducere. ¶ Sit.a.punctus signatus extra lineam:b.c.a quo ad ipsã oportet deducere ꝑpendicularẽ:pro/bam ergo lineã.b.c.in vtrãq̃ȝ partẽ quantũ libuerit.ꝛ sup punctũ.a. describã circulũ.b.c.sic vt secet lineã datã in punctis.b.c. ꝛ ꝓtrahaȝ lineas.a.b.ꝛ.a.c.ꝛ diuidã angulũ.b.a.c. ꝑ eq̃lia ꝑ lineã.a.d.ꝑ.9. dico ꝙ.a. d.est ꝑpendicularis sup lineã.b.c. Intelligo duos triangulos.a.b. d.ꝛ.a.c. d.ꝛ qꝛ duo latera.a.b.ꝛ.a.d.trianguli.a.b.d.sũt eq̃lia duob⁹ lateribus.a. c.ꝛ. a.d. trianguli a.c.d.ꝛ angulus.a. vni⁹ eq̃lis angulo.a.alterius:erit ꝑ.4. basis. b.d. equalis basi d.c.ꝛ angulus.a.d.b.equalis angulo.~~d.b.c.~~q̃re vterq̃ȝ eoꝝ rectus ꝛ linea. a.d.ꝑ/pendicularis super lineã.b.c.ꝑ diffinitionẽ anguli recti ꝛ linee perpendicularis:qḋ est propositum.



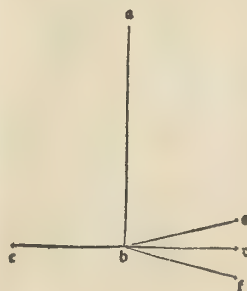
Propositio .13.

Omnis recte linee super rectam lineam stantis duo vtro/biq̃ȝ anguli aut sunt recti aut duob⁹ rectis eq̃les. ¶ Sit vt linea.a.b.supstet linee.c.d.q̃ si fuerit sup eã ꝑpẽdicularis faciet duos angl'os rectos ꝑ cõuersionẽ diõnis.si aũt nõ fuerit sup eã ꝑpẽdicularis a pũcto.b.ducat̃.b.e.ꝑpendicularis sup. c.d.ꝑ.11.erũtq̃ȝ duo anguli.e.b.c.ꝛ.e.b.d.recti ꝑ cõuersionẽ diffinitiõis:qꝛ ergo duo anguli.d.b.a. ꝛ.a.b e.adequant̃ angulo.d.b.e.ipse cũ angulo.c.b.e. erunt eq̃les duobus rectis: quare tres anguli qui sunt.d.b.a.a.b.e.ꝛ.c.b.e.sũt eq̃les duobus rectis: sed angul⁹.c.b. a.ẽ eq̃lis duob⁹ angul'.c.b.e.ꝛ.e.b.a.ergo duo ãguli.c.b.a.ꝛ.a.b.d.sũt eq̃les duob⁹ rectis.qḋ ẽ ꝓpositũ. Ex quo pȝ ꝙ totũ spaciũ qḋ in qualibet supficie plana punctũ qḋlibȝ circũstat q̃tuor rectis angul' eẽ eq̃le.

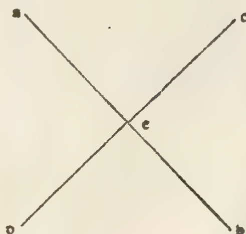


Propositio .14.

Si due linee a pũcto vni⁹ linee ĩ diuersas ꝑtes exierĩt du/ol'q̃ȝ circa se angulos rectos aut duob⁹ rectis eq̃les fece/rint:ille due linee sibi directe coniuncte sunt ꝛ linea vna. ¶ Sit vt a pũcto.b.linee.a.b.exeãt due linee ĩ oppositas ꝑtes q̃ sint b.c.ꝛ.b.d.ꝛ faciũt duos angl'os qui sũt.c.b.a.ꝛ.d.b.a. eq̃les duob⁹ rectis:tũc dico ꝙ due linee.c.b.ꝛ.d.b.sũt sibiĩuicẽ directe ꝯiũcte ꝛ linea vna ꝛ hec ẽ q̃si ꝯuersa p̃oris:ꝙ si nõ fuerit linea vna tũc ꝓtrahat̃.c.b.in cõtinuũ ꝛ directũ q̃ qꝛ nõ ẽ linea vna cũ.d.b.trãsibit sup eã vt.b.e.aut ĩfra eã vt.b.f.qꝛ ergo sup lineã rectã q̃ ẽ.c.b.e.cadit linea.a.b.erũt anguli.c.b.a.ꝛ.e.b.a. eq̃les duob⁹ rectis per p̃cedentẽ ꝛ qꝛ oẽs recti sũt adiuicẽ eq̃les ꝑ.3.petitionẽ ãguli quoq̃ȝ.c.b.a.ꝛ.d.b.a sũt eq̃les duob⁹ angul' rectis ꝑ ypothesim erũt duo ãguli.c.b.a.ꝛ.e.b.a. eq̃les duobus ãgulis.c.b.a.ꝛ.d.b.a.q̃ dẽpto cõi angl'o.c.b.a.erit angl's.e.b.a.eq̃lis angl'o



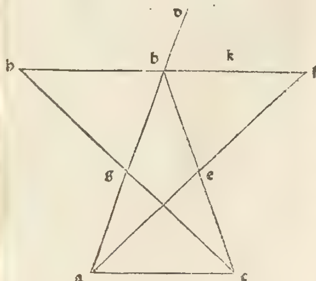
d.b.a.ps toti:qđ est impossibile:silr lineā.c.b.ꝓtractā ꝓbabis angulū. d.b.a.eē equalem angulo.f.b.a.si forte diceret aduersarius lineam.c.b. protractam cadere infra.b.d.



Propositio .15.



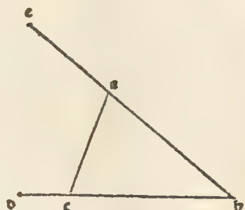
Omnium duaꝝ lineaꝝ se inuicē secātiū:oēs anguli contra se positi sūt eq̄les:vnde manifestū est ꝙ cū due linee recte se inuicē secāt q̄tuor qui fiūt anglos q̄tuor rectis eē eq̄les ¶Sint due linee.a.b.ꝛ.c.d.se inuicē secātes i pūcto.e.dico ꝙ angls d.e.b.ē eq̄lis anglo.a.e.c.ꝛ angulꝰ.b.e.c.ē eq̄lis angulo.a.e.d .erūt eni ꝑ.13.duo anguli.a.e.c.ꝛ.c.e.b.equales duobꝰ rectis:itēq3 duo anguli.c .e.b.ꝛ d.e.b.equales duobus rectis ꝑ eandē :quare duo p̄mi sūt eq̄les duobꝰ postremis eo ꝙ oēs recti sūt adinuicē eq̄les ꝑ.4.petitionē :dēpto ergo cōi angulo q̄ ē. c.e.b. erit angulus.a.e.c.eq̄lis angulo.d.e.b.Eodē mō ꝓbabiť angulū.c. e.b. eē eq̄lem angulo.a.e.d.qđ est ꝓpositū.



Propositio .16.



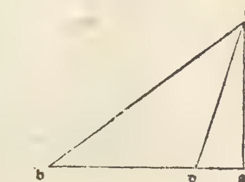
Si quotlibet lateꝝ trianguli directe ꝓtrahať faciet angulū extrinsecū vtroq3 angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorē.¶Sit vt trianguli.a.b.c.latus.a.b. ꝓtrahať vsq3 ad.d.dico ꝙ angulus.d.b.c.maior ē vtroq3 duoꝝ anguloꝝ intrinsecoꝝ sibi oppositoꝝ qui sunt.b.a.c.ꝛ.b.c.a.diuidā eni ꝑ.10.lineā.c.b ꝑ equalia in puncto.e.ꝛ ꝓtrahā.a.e.vsq3 ad.f.ita vt.e.f.fiat equalis.a.e.ꝛ ꝓtraham lineā.f.b.intelligo duos triangulos.c.e.a.ꝛ.b.e.f.ꝛ qr duo latera.a.e. ꝛ.e.c. trianguli.a.e.c.sūt equalia duobus laterib9.f.e.ꝛ.e.b.trianguli.f.e.b.ꝛ angulus e.vnius ē eq̄lis angulo.e.alteriꝰ ꝑ premissam:qr sūt anguli ꝯpositi:erit ꝑ.4.angulus.e.c.a.eq̄lis angulo.e.b.f.ꝛ iō angulꝰ.e.b.d.maior erit angulo.b.c.a. Similiter quoq3 ꝓbabiť ꝙ est maior angulo.c.a.b.nam diuidā.a.b.per eq̄lia in puncto g.per.10.ꝛ protrahā lineā.g.h.equalē linee.c.g.ꝑ.3.postea ꝓtrahā.h.b.k. erūtq3 duoꝝ trianguloꝝ qui sūt.a.g.c.ꝛ.b:g.h.duo latera.a.g.ꝛ.g.c. primi eq̄lia duobꝰ lateribus.b.g.ꝛ.h.h.scđi:ꝛ angulus.g.vnius angulo.g. alteriꝰ per.15.ergo per.4. angulus.b.c.a.ē equalis angulo.g.b.h.quare ꝑ.15.ꝛ angulo.k.b.d. ꝛ qr angulus c.b.d.ē maior angulo.k.b.d.erit etiam maior angulo.b:a.c.quod est propositum



Propositio .17.



Omnis triāguli duo q̄libet āguli duobꝰ rectis sūt mīores ¶Sit triangulus.a.b.c.dico ꝙ duo quilib3 eiꝰ anguli duobꝰ rectis sunt minores.ꝓtrahať eni vnū latus eius vt.b.c.vsq3 ad.d.entq3 ꝑ p̄cedentē angulus.e.extrinsecus maior.a.ꝛ maior.b.sed.c.extrinsecꝰ cum.c.intrinseco ē equalis duobus rectis.ꝑ.13.ergo anguli.b.ꝛ.c.intrinseci siue anguli.a.ꝛ.c.intrinseci sūt minores duobꝰ rectis:silr si ꝓtrahať latus b.a.probabitur ꝙ duo anguli.a.ꝛ.b.sunt minores duobus rectis quod est propositum.



Propositio .18.

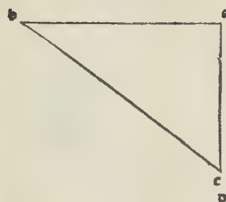


Omnis trianguli longiꝰ latus maiori angulo oppositū ē: ¶Sit vt i trianglo.a.b.c.angls.a.sit maior anglo.c.dico ꝙ latꝰ.c.b.maior erit latere.a.b.si eni sit eq̄le erit ꝑ.5.angls.a.eq̄lis anglo.c. qđ ē ꝯ ypothesim:si aūt.a.b.sit maiꝰ resceceť ad eq̄litatē.c.b.ꝑ.3.sitq3.d.b.eq̄le.c.b.erit ergo ꝑ.5.angulus.d.c.b.eq̄lis angulo.b.d.c.sed b.d.c.est maior angulo.b.a.c.ꝑ.16.ergo.b.c.d.ē maior.b.a.c.q̄re multo fortiꝰmaior.a.c.b.ps toto:qđ ē ipossibile.

Propositio .19.



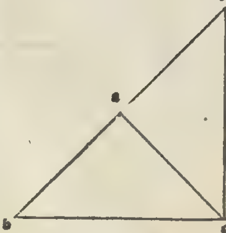
OMnis trianguli maiori angulo longi⁹ latus oppositū ē. ¶Sit vt in triangulo.a.b.c.latus.b.c.sit maius latere. a. b.dico ꝙ angulus.a.erit maior anglo.c.⁊ ē ꝯuersa p̄cedētis: si enī sit equalis tunc p.6.lat⁹.a.b.ē equale lateri.b.c.qḋ ē ꝯ ypothesim.si autem.c.sit maior tunc per p̄cedentē latus.a.b.est maius latere.b.c. qḋ est ꝯtra ypothesim quare astruit̄ propositū.



Propositio .20.



OMnis trianguli duo quelibꝫ latera simul iuncta reliquo sunt longiora. ¶Sit triangulus.a.b.c.dico ꝙ duo latera. a.b. ⁊ a.c.sunt longiora latere.b.c.protrahatur linea.b.a.vsqꝫ ad.d.ita vt a.d.sit equalis.a.c.⁊ protrahatur.c.d.per quintam erit angulus.a.c.d.equalis angulo.d.q̄re angulus.b. c.d.ē maior angulo .d. ergo p 18.latus.b.d.est maius latere.b.c.sed.b.d.est equale.a.b.⁊.a.c.quare.b.a.⁊.a.c. simul iuncta sunt maiora.b.c.

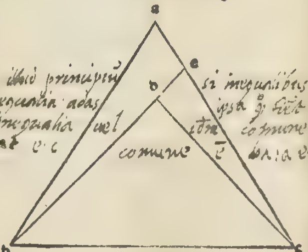


Propositio .21.



SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris triāgu'i due linee exeuntes intra triangulū ipsum ad punctū vnuꝫ conueniant eedem duabus quidē reliquis trianguli lineis breuiores erunt ⁊ maiorem angulum continebunt.

¶Sit vt in triangulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris. b.c .concurrant due linee.b.d.⁊.c.d.ad punctum d.intra triangulū.a.b.c. dico ꝙ ipse simul iuncte sunt breuiores duabus lineis.a.b.⁊.a.c.simul iunctis ⁊ ꝙ angulus. d.ē maior angulo.a.protrabam enī.b.d.vsqꝫ quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntqꝫ p 20.b.a.⁊.a.e.simul iuncte maiores.b.e.ergo b.a.⁊.a.c. sunt maiores. b.e.⁊ .e.c. At vero.d.e.⁊.e.c.simul iuncte per eandem sūt maiores.d.c.quare.b.e.⁊.e .c.sūt maiores.b.d.⁊.d.c.⁊ quia.b.a.⁊.a.c.sunt maiores.b.e.⁊.e.c.vt probatum ē prius:erunt multo fortius maiores.b.d.⁊.d.c.qḋ est primum propositum.At qm̄ angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c.per.16.⁊ angulus.d.e.c.ē maior angulo.e.a.b.per eandem erit angulus.b.d.c.multo fortius maior angulo .b.a.c.quod est secundum propositum.

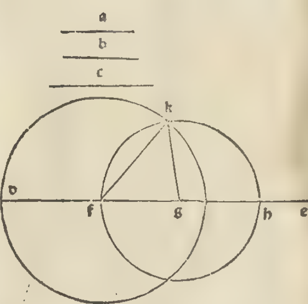


Propositio .22.

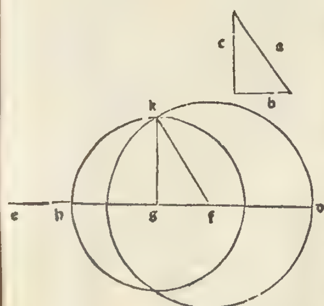


PRopositis tribus lineis rectis quaruꝫ due quelibet simul iuncte reliqua sint lōgiores, de trib⁹ alijs lineis sibi equalibus triangulum constituere.

¶Sint tres linee recte proposite.a.b.c.⁊ sint quelibet due simul iuncte longiores reliqua:aliter enim ex illis tribus equalibus triangulus non posset constitui per.20.cum ergo ex illis tribus predictis volo constituere triangulum:summo lineam rectam que sit.d.e.cui non pono a pte.e. determinatum finem:de qua sūmo p.3.d.f.equalem.a.⁊.f.g.equalem.b.⁊.g.h.equalem.c.factoqꝫ puncto.f.centro describo ꝺm quantitatem linee.f.d.circulum.d.k.itemqꝫ facto g.centro describo ꝺm quantitatē linee.g.h.circulum.k.h.qui circuli intersecabūt se in duobus punctis quorum vnum sit.k.alioquin sequeret̄ vnā dictaꝝ linearū esse equalem alijs duabus iunctis aut maiorem eis: qḋ est contrarium poni: duco ergo lineam.k.f.⁊.k.g.eritqꝫ triangulus.k f.g.constitutus ex tribus lineis equalibus lineis.a.b.c.datis:sunt enim.f.d.⁊.f.k.equales qm̄ sunt a centro ad circumferentiam quare.f.k.est equalis.a.similiterqꝫ.g.h.⁊.g.k.sunt equales :quia exeūt a centro ad circumferentiam:quare.g.k.est equalis.c.⁊ quia.g.f.sumpta fuit equalis.b.pꝫ ꝓpositū manifeste.



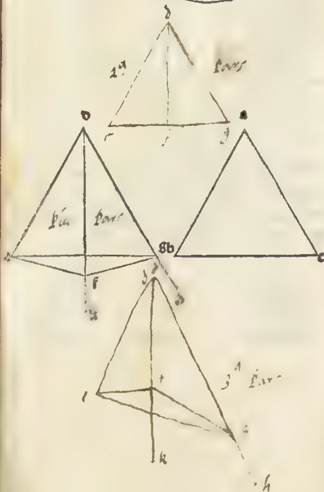
Propositio .23.



Data recta linea sup terminū eius cuilibet angulo ꝓposito equū angulū designare. ¶ Sit data linea.f.e.que ē i supiori figura: ⁊ sint linee.b.a.ꝯtinentes angulū datū cui subtendā basim.c sup pūctū.f.linee.e.f.iuberē facere equalē āgulū āgulo dato ad lineā e.f.adiungo.f.d.equalē linee.a.⁊ ex.f.e.sūmo.f.g.equalē.b.⁊ ex.g.e summo.g.h.equalē.c.⁊ super puncta.f.⁊.g.describo duos circulos.d.k.⁊.k.h.ꝺm quātitatē duaꝝ lineaꝝ.f.d.⁊.g.h.⁊ interſecantes ſe in puncto.k.ſicut docuit precedens ductiſqꝫ lineis.k.f.⁊.k.g.erunt equalia duo latera.k.i.⁊.f.g.trianguli.k.f g.duobus lateribus.a.⁊.b.trianguli.a.b.c.⁊ baſis.g.k.equalis baſi.c.ergo ꝑ octauam angulus.k.f.g.equalis erit angulo contento ab.a.⁊.a.b.quod eſt propoſitū:

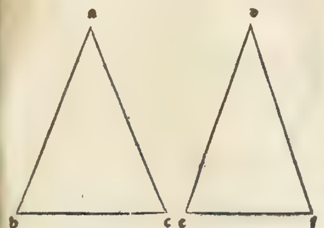
Propoſitio .24.

Omniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vnius duobꝰ laterībꝰ alterīꝰ fuerint eq̄lia: ſi fuerit angulorum ſub illis equis lateribus cōtentoꝝ alter altero maior baſis quoqꝫ eiuſdē baſi alteriꝰ maior erit. ¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.ſintqꝫ duo latera.a.b.⁊.a.c.equalia duobus lateribus.d.e.⁊.d.f.⁊ vnūqđqꝫ ſuo correlatiuo dextrū ſcꝫ dextro: ſiniſtrūqꝫ ſiniſtro: ſitqꝫ angulus.a. maior angulo.d.dato: dico ꝙ baſis.b.c.maior erit baſi.e.f.faciā eni iuxta doctrinam p̄cedentis.e.d.g.equalē angulo.a.eritqꝫ angulus.e.d.f.ps eius ⁊ ponā.d.g.eq̄lē a.c.⁊ ꝓtrahā.e.g.q̄ aut tranſibit ſupra.e.f.vt ſecet lineā.d.f.aut ſup.e.f.vt ſit ſecū linea vna: aut infra. Tranſeat ergo p̄mo ſupra ⁊ qꝛ.a.b.⁊.a.c.latera trianguli.a b.c.ſūt eq̄lia.e.d.⁊.d.g.lateribus trianguli.e.d.g.⁊ angulus.a.angulo.d.totali: erit ꝑ.8.baſis.b.c.eq̄lis baſi.e.g.at vero qꝛ.d.g.⁊.d.f.ſunt eq̄les.nā vtraqꝫ ē eq̄lis.a.c.erit ꝑ.5.angulus.d.f.g.equal' anglō.d.g.f.q̄re.d.f.g.maior erit.f.g.e.ergo e.f.g.multo fortiꝰ maior ē eodē.f.g.e.ergo ꝑ.18.latus.e.g: maius ē latere.e.f.q̄re ⁊.b.c. maior ē.e.f.qđ ē ꝓpoſitū. Si vero.e.g.trāſeat ſup.e.f.⁊ ſit ſecū linea vna tunc.e.f erit ps.e.g.ꝑ vltimā ergo ꝯceptionē pꝫ ꝓpoſitū. ſi vero.e.g.trāſeat ifra.e.f.ꝓtrahant due linee.d.f.⁊.d.g.q̄ ſūt eq̄les vt ꝓbatū ē vſqꝫ ad.k.⁊ ad.h.fientqꝫ ꝑ ſcđaꝫ ꝑtē quīti ſub baſi.f.g.anguli.k.f.g.⁊.f.g.h.eq̄les quare āgulꝰ.e.f.g.maior erit angulo.f.g.e.ergo ꝑ.18.latꝰ.e.g.maiꝰ ē latere.e.f.q̄re.b.c.maior ē.e.f.qđ eſt ꝓpoſitum. Iſtud vltimū mēbrū poſſet etiā probari ꝑ.21.ꝑ ipſā eni erūt i diſpōne tertia due linee.d.g.⁊.e.g.maiores duabus lineis.d.f.⁊.f.e.⁊ qꝛ.d.g.ē equalis.d.f.propter hoc ꝙ ambe ſunt eq̄les.a.c.erit.g.e.maior.e.f.q̄re ⁊.b.c.maior qđ eſt propoſitum: melius tamē eſt demonſtrare priori modo vt in omni diſpoſitione arguat̄ per quintam.



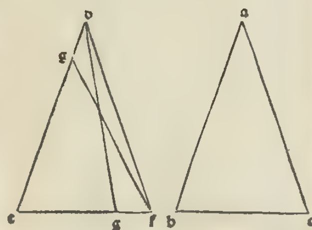
Propoſitio .25.

Omniū duoꝝ trianguloꝝ queꝝ duo latera vniꝰ duobꝰ lateribꝰ alteriꝰ fuerint eq̄lia: baſis vero vniꝰ baſi alteriꝰ fuerit maior erit quoqꝫ angulꝰ trianguli maioris illis equis lateribus cōtentus angulo alterius ſe reſpiciente maior. ¶ Sint duo triāgl'i.a.b.c.d.e.f.ſintqꝫ duo latera.a.b.⁊.a.c.p̄mi eq̄lia duobꝰ lateribꝰ.d.e.⁊.d.f.ſcđi vnūqđqꝫ ſuo correlatiuo: ſitqꝫ baſis.b.c.maior baſi.e.f.dico ꝙ angl's.a.maior erit anglō.d.hec ē ꝯuerſa p̄cedētis. Eq̄lis quidē non erit: ſic eni eēt ꝑ.4.baſis.b.c.eq̄lis baſi.e.f.qđ eſt ꝯ ypotheſim: ſed nec minor qꝛ ſic eſſet.d.maior: ⁊ ita ꝑ p̄cedentē baſis.e.f.erit maior baſi.b.c.qđ ē ꝯtrariū ꝓpoſitioni q̄re maior erit ſicqꝫ ꝓpoſitū aſtruit̄.



Propoſitio .26.

OMnium duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo anguli vnius duobus angulis alterius ⁊ vterqȝ ſe reſpicienti equales fuerint latus quoqȝ vnius lateri alterius equale: fueritqȝ lat⁹ illud inter duos angulos eq̄les aut vni coꝝ oppoſitū erūt quoqȝ duo vnius reliqua latera duob⁹ reliquis alterius trianguli laterib⁹ vnūqḋqȝ ſe reſpicienti equalia: anguluſqȝ reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis. ¶ Sint duo trianguli .a.b.c.d.e.f. ſitqȝ angulus .b. equalis angulo .e. ⁊ angulus .c. eq̄lis angulo .f. ſitqȝ latus .b.c. eq̄le lateri .e.f. aut alteꝝ duoꝝ lateꝝ .a.b. ⁊ .a.c. equale alteri duoꝝ lateꝝ. d.e. ⁊ .d.f. ita ꝙ .a.b. ſit equale .d.e. aut .a.c.d.f. dico ꝙ reliqua duo latera vnius erunt equalia: reliquis duobus laterib⁹ alteri⁹ ⁊ reliqu⁹ angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet .a. angulo .d. Ponā ergo p̄mo vt latus .b.c. ſup qḋ iacent anguli .b.c. ſit eq̄le lateri .e.f. ſup qḋ iacēt anguli .e.f. qui poſiti ſūt eq̄les angulis .b.c. tūc dico ꝙ latus .a.b. ē eq̄le lateri .d.e. ⁊ latus .a.c. lateri .d.f. ⁊ angulus .a. angulo .d. Si eni latus .a.b. nō ſit equale lateri .d.e. alteꝝ erit maius: ſit ergo maius. d.e. qḋ reſecabo ad equalitatē .a.b. ſitqȝ .g.e. equale .a.b. ⁊ producā lineā .g.f. eritqȝ p.4. angulus .g.f.e. equalis angulo .a.c.b. quare ⁊ angulo .d.f.e. pȝ toti qḋ eſt impoſſibile: erit ergo d.e. equale .a.b. ergo p.4. d.f. equale .a.c. ⁊ angulus .d. eq̄lis angulo .a. qḋ ē p̄mum mēbrū diuiſiōis ꝓpoſite. Sint rurſus vt pri⁹ duo anguli .b. ⁊ .c. eq̄les duobus angulis .e. ⁊ .f. ſitqȝ latus .a.b. qḋ opponitur angulo .c. eq̄le lateri .d. e. qḋ opponitur angulo .f. cui poſitus ē eq̄lis angulus .c. dico ꝙ latus .b.c. erit eq̄le lateri .e.f. ⁊ lat⁹ a.c. lateri .d.f. ⁊ angulus .a. angulo .d. ſi eni latus .e.f. non fuerit equale lateri .b.c. erit alteꝝ maius: ſit ergo .e.f. maius: ponaṫ itaqȝ .e.g. eq̄le .b.c. ⁊ producam lineā d.g. eritqȝ p.4. angulus .d.g.e. equalis angulo .a.c.b. quare ⁊ angulo .d.f.e. extrinſecus videlicet intrinſeco qḋ ē impoſſibile: p. 16. erit ergo .e.f. equale .b.c. ergo p.4. lat⁹ .d.f. eq̄le lateri .a.c. ⁊ angulus .d. totalis angulo .a. qḋ ē ſcḋm membꝝ diuiſionis ꝓpoſite: quare totū manifeſte pȝ.



Propoſitio .27.

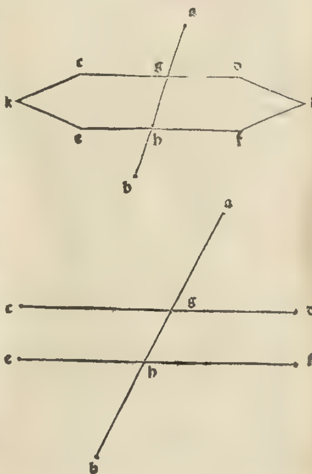
SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit duoſqȝ angulos coalternos ſibiinuicem equales fecerit ille due linee erunt equidiſtantes.

¶ Sit vt linea .a.b. cadat ſuper duas lineas .c.d. ⁊ .e.f. ⁊ ſecet lineaȝ c.d. in puncto .g. ⁊ lineā .e.f. in puncto .h. ſitqȝ angulus .d.g.h. equalis angulo .e.h.g. dico ꝙ linee .c.d. ⁊ .e.f. ſunt equidiſtantes. Si eni nō concurrant aut ad ptē .c.e. ſup punctū .k. aut a pte .d.f. ſup punctū .l. ⁊ qualitercūqȝ fuerit accidet impoſſibile p. 16. videlicet angulū extrinſecū eē equalē intrinſeco: nā vn⁹ dictorū anguloꝝ coalternoꝝ qui poſiti ſunt eq̄les erit extrinſecus ⁊ reliqu⁹ intrinſec⁹ qꝛ igiṫ īpoſſibile ē eas cōcurrere ī alterutrā ptē ꝓtractas ipſe ꝑ diffinitionē erūt equidiſtantes: quod eſt propoſitum.

Propoſitio .28.

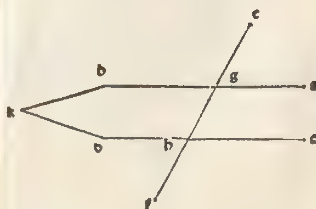
SI linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit fueritqȝ angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito equalis aut duo anguli intrinſeci ex vna pte duobus angulis rectis equales ille due linee equidiſtantes erunt.

¶ Sit vt linea .a.b. ſecet duas lineas .c.d. ⁊ .e.f. in puncto .g. ⁊ .h. ſitqȝ angulus .g. extrinſecus eq̄lis angulo .h. intrinſeco ex eadem parte ſumpto: aut duo anguli .g. ⁊ .h. intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſint equales duobus angulis



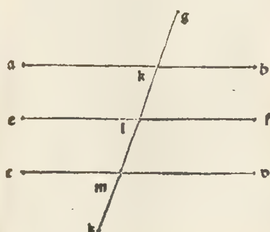
rectis: dico ꝙ due linee.c.d.⁊.e.f.ſunt equidiſtantes. Sit ergo p̄mo angulus.d.g.a.eq̄lis angulo.f.h.g.eritq; per.15.angulus.c.g.h.equalis eidē angulo.f.h.g.q̄re per p̄miſſam:c.d.⁊.e.f.ſunt equidiſtantes. Sint rurſus duo anguli.d.g.h.⁊.f.h.g. equales duobus rectis: ⁊ q2 per.13.duo anguli.d.g.h.⁊.c.g.h.ſunt ſil̄r eq̄les duobus rectis erit angulus.c.g.h.equalis angulo.f.h.g.quare per p̄miſſā.c.d.⁊.e.f erunt equidiſtantes: quod eſt ꝓpoſitū. Propoſitio .29.


I duabꝰ lineis equidiſtantibus linea ſupuenerit duo anguli coalterni equa les erunt: angulusq; extrinſecꝰ āgulo intrinſeco ſibi oppoſito equalis Itēq; duo anguli intrīſeci ex alterutra pte conſtituti duobꝰ rectis angulis eq̄les.



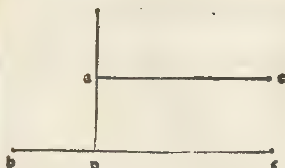
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidiſtantes ſup quas cadat linea .e.f ſecans eas in punctis.g.⁊.h.dico ꝙ anguli.g.⁊.h.coalterni ſunt equales: ⁊ ꝙ angulus.g.extrinſecꝰ ē equalis angulo.h.itrinſeco ſibi oppoſito ex eadē pte ſumpto: ⁊ ꝙ anguli.g.⁊.h.intrinſeci ex eadē pte ſumpti ſunt eq̄les duobus rectis. ⁊ hec eſt cōuerſa duaꝝ precedentiū. Primū ſic pz. Si eni angulꝰ.b.g.h.nō ē equalis angl'o c.h.g.alter coꝝ erit maior: ſit ergo maior angulus.c.h.g.⁊ q2 duo anguli.c.h.g.⁊ g.h.d.ſunt eq̄les duobus rectis ergo p.13.erunt duo anguli.b.g.h.⁊.d.h.g.minores duobus rectis ergo p quartā petitionē due linee.a.b:⁊.c.d.ſi ꝓtrahant̄ concurrent in parte.b.⁊.d.ad punctū aliquē vt ad.k.nō ergo ſunt equidiſtantes per diffinitionem qd̄ ē ꝯtra ypotheſim: ⁊ q2 hoc ē impoſſibile: erunt igit̄ duo anguli coalterni.b.g.h.⁊.c.h.g.eq̄les qd̄ eſt primū ꝓpoſitū. Ex hoc pz ſcd̄m: eſt eni p.15.angulus.b.g.h.equalis angulo.a.g.e.ergo angulus.a.g.e.erit eq̄lis angulo.c.h.g. extrinſecus videlicet intrinſeco: qd̄ ē ſcd̄m ꝓpoſitum. Ex hoc rurſus pz tertiū. Sunt eni p.13.duo anguli.a.g.e.⁊.a.g.h.equales duobꝰ rectis: ergo duo anguli.a.g.h.⁊.c.h.g.erunt etiā equales duobꝰ rectis qui ſunt duo intrinſeci ex eadē parte ſumpti: quod eſt tertiū propoſitum. Propoſitio .30.


I fuerint due linee vni equidiſtantes eedem ſibiinuicem equidiſtantes erunt.



¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.quaꝝ vtraq; equidiſtet linee.e.f.dico illas duas videlicet.a.b.⁊.c.d.eē equidiſtantes. hoc aūt ē vniuerſaliter veꝝ ſiue due linee.a.b.⁊.c.d.ſint in vna ſupficie cū linea.e.f.ſiue nō: hic tamē nō intelligit̄ niſi ſm̄ ꝙ oēs ſunt in ſupficie vna: ſcd̄m eni ꝙ ſunt i diuerſis ſupficiebꝰ ꝓbat̄ in nona libri.11.ꝙ ſunt equidiſtātes. Sint ergo in oēs ſupficie vna: ꝓtrahā aūt lineā.g.h.ſecantē lineas.a.b.⁊.c.d.in punctis.k.l.m.⁊ quia a.b.equidiſtat.e.f.erit angulus.b.k.l.equalis angulo.e.l.k.per primā ptē p̄cedentis cum illi ſint coalterni: atq; c.d.equidiſtat.e.f.erit angulus.k.l.e.extrinſecꝰ eq̄lis angulo.l.m.c.intrinſeco p ſcd̄am ptem p̄cedentis ergo angulus.b.k.l.ē equalis angulo.c.m.l.qui cum ſint coalterni erunt per.27.linee.a.b.⁊.c.d. equidiſtantes: quod eſt propoſitum. Propoſitio .31.


Puncto extra lineam dato linee propoſite equidiſtantē ducere.

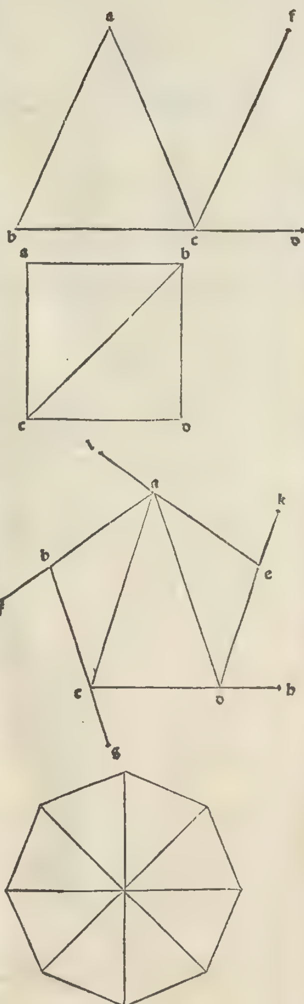


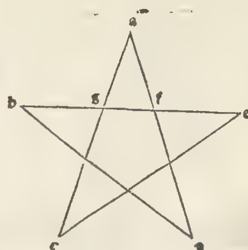
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtriuq; protrahatur per ipſū nō tranſit. Sit ergo punctus.a.datus extra lineā b.c.a quo oportet protrahere lineam equidiſtantem.b.c. protrahо lineam.a.d.qualitercunq; contingat ⁊ ſuper punctum. a. qui eſt extremitas

linee.a.d.ↄstituo ãgulũ.e.a.d.ꝑ doctrinã.23.eq̃lẽ ãgulo.b.d.a.sibi coalt̃no:eritq̃ e.a.eq̃distans.b.c.ꝑ.27.qḋ ẽ ꝓpositũ. Propositio 32.

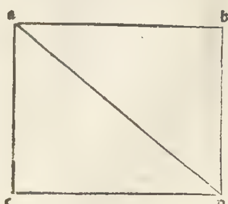
OMnis trianguli ãgulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis. Omnes autẽ tres ãgulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.b.c.ꝑtrabatur vsq̃ ad.d. dico ꝙ angulus. c.extrinsecus est equalis duobus angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi oppositis sil'iunctis:⁊ ꝙ tres anguli trianguli.a.b.c.sil'iuncti sunt eq̃les duobus rectis.a puncto.c.ꝑtrahã.c.f.equidistantẽ. a. b.ſm doctrinã p̃cedentis: eritq̃ angulus.f.c.a.equalis angulo.a.q2 sũt coalterni ꝑ p̃mã partẽ.29.⁊ angulus f.c.d.extrinsec⁹ equalis angulo.b.intrinseco ꝑ scḋam ptẽ eiusdẽ:quare tot⁹. a.c.d. extrinsecus ẽ equalis duob⁹ angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi oppositis:qḋ ẽ primũ ⁊ q2 duo anguli.a.c.b.⁊.a.c.d.sunt equales duobus rectis ꝑ.13.erunt tres anguli a.b.⁊.c.intrinseci eq̃les duob⁹ rectis:qḋ ẽ scḋm ꝓpositũ. ¶Ex hac aũt p3 ꝙ oĩs figure poligonie oẽs anguli sil'sumpti tot rectis angulis sunt eq̃les quot⁹ ẽ numer⁹ quo a prima destiterit duplicat⁹:verbi grã. Poligoniaꝝ figuraꝝ ẽ triangula p̃ma: q2 si eẽt duaꝝ lineaꝝ cũ figura sit clausio lineaꝝ:tunc due linee recte includerẽt superficiẽ qḋ ẽ impossibile ꝑ vltimã petitionẽ. Quadrilatera scḋa:pentagona tertia. sil'r aũt q̃libet tota erit i ordine quot⁹ erit numer⁹ lateꝝ aut anguloꝝ ei⁹ inde dempto binario. Dico g̃ ꝙ triangule que ẽ prima oẽs anguli sunt eq̃les duob⁹ rectis. Quadrilatere q̃ ẽ scḋa erũt eq̃lis q̃tuor rectis:⁊ pentagone q̃ ẽ tertia erunt eq̃les sex rectis. Hoc aũt inde manifestũ ẽ qm̃ cũ q̃libet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a p̃ma ductis rectilineis a quouis anguloꝝ ei⁹ ad oẽs angulos oppositos:sintq̃ oẽs anguli oĩs trianguli duob⁹ rectis eq̃les erũt oẽs laterate figure oẽs anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a p̃ma: qḋ est ꝓpositum. Sit.n.exẽpli grã. Pentagonus.a.b.c.d.e.a cui⁹ angulo.a.ducã lineas ad ang'los c.d.sibi oppositos:eritq̃ totus pẽthagonus resolutus in triangulos.a.b.c.a.c.d. ⁊.a.d.e.quoꝝ cũ cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis erũt pentagoni anguli equales sex rectis:qḋ ẽ duplũ eius numeri quo a p̃ma distat:siue duplũ numeri anguloꝝ aut lateꝝ eius inde dempto. ¶Possumus quoq̃ ⁊ sic idẽ ꝓponere dicentes ꝙ oĩs figure poligonie oẽs anguli pariter accepti sũt tot rectis angulis eq̃les quantus est numerus quẽ eius anguli duplicant inde demptis quatuor: pũcto eñ quolibet intra figurã signato ⁊ ab eo ad singulos angulos lineis ꝑtractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quãti fuerit ei⁹ anguli:ĩdq̃ oẽs anguli omniũ illoꝝ trianguloꝝ piter accepti tot rectis angulis erũt equales quãtus ẽ numer⁹ quẽ duplicãt anguli ꝓposite figure:cũ itaq̃ sint oẽs anguli triangulorum i quos ipsa resoluta ẽ punctũ mediũ circũstantes quatuor rectis equales per.13.manifestũ cõstat ꝓpositũ. ¶Sil'r quoq̃ p3 ꝙ oĩs figure poligonie anguli oẽs extrinseci q̃tuor rectis angulis sunt equales:sũt enim intrinseci ⁊ extrinseci ⁊ bis tot rectis equales quot habuerint ang'los ꝑ.13. Intrinseci aũt sũt bis tot rectis eq̃les quot habuerit angulos dẽptis inde quatuor:g̃ extrinseci sũt q̃tuor rectis equales:qḋ ẽ ꝓpositum Exempli grã:ꝓpositi penthagoni latera ꝑtrahant̃ vt fiant anguli extrinseci. a.b. quidẽ ꝑtrahat̃ vsq̃ ad.f.b.c.vsq̃ ad.g.c.d.vsq̃ ad.h.d.e.vsq̃ ad.k.e.a.vsq̃ ad l.eruntq̃ per tredecimam duo anguli.a.intrinsecus ⁊.a.extrinsecus equales duobus rectis:eadem autem ratione duo anguli.b.intrinsecus ⁊ .b. extrinsecus. sic et



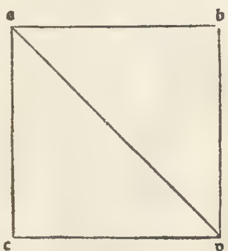


ceteri:quare.a.b.c.d.e.anguli intrinseci ⁊ extrinseci decē rectis. dēptis igiť intrin
secis qui sunt eq̄les sex rectis erūt extriseci videlȝ.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.b.⁊.a.e.k
eq̄les q̄tuor rectis.¶ Patet etiā ꝙ ois pentagoni cui⁹ vnūqdqȝ lat⁹ duo secat ex re
liqs bȝ.5. angulos duob⁹ rectis eq̄les.sit q̄lis ꝓponiť pentagon⁹. a.b.c.d.e. ⁊ se/
cet lat⁹.a.c.lat⁹.b.e.in pūcto.g.⁊ lat⁹.a.d.idē lat⁹.b.e.i pūcto.f.eritqȝ angul⁹.a.
f.g.eq̄lis duob⁹ angulis.b.⁊.d.cū sit extrinsec⁹ ad ipsos i triangło.f.d.b. Itemqȝ
angulus.f.g.a.erit equalis duobus angulis.c.⁊.e.cū sit extrinsecus ad ipsos i tri/
angulo.g.c.e.sed duo anguli.a.f.g.⁊.f.g.a.cū angulo.a.sunt equales duobus re/
ctis:ergo quatuor anguli.b.d.⁊.c.e.sunt cum angulo.a.equales duobus rectis:qđ
est propositum.



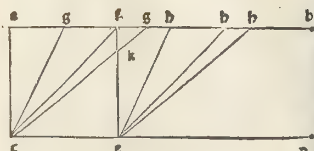
Propositio .33.

SI i sūmitatib⁹ duaꝝ lineaꝝ eq̄distātiū ⁊ eq̄lis quātitatis
alie due linee ꝯiūgāť ipse quoqȝ eq̄les ⁊ eq̄distātes erūt
¶ Sint due linee. a.⁊.b.c.d. eq̄les ⁊ equidistātes q̄rū extremitates
ꝯiungā ꝑ lineas.a.c.⁊.b.d.q̄s dico esse eq̄les ⁊ equidistantes: ꝓtra
hā eni lineā .a.d.⁊ q: linee.a.b.⁊.c.d.sūt equidistantes erit āgulus
b.a.d.equalis angulo.a.d.c.ꝑ primā ꝑtē.29.ergo erūt duo latera.a.b.⁊.a. d.tri/
anguli.a.b.d.eq̄lia duob⁹ lateribus.d.c.⁊.d.a.trianguli.d.c.a.⁊ angulus p̄mi eq̄
lis angulo.d.scđi:ergo ꝑ .4. basis.b.d.primi est equalis basi.a.c.scđi ⁊ angulus.a
d.b.primi equalis angulo.d.a.c.scđi.At quia ipsi sunt coalterni erunt linee.b.d.⁊
a.c.equidistantes per.27.⁊ quia prius probatum est ipsas esse equales: patet pro
positum vtrunqȝ.



Propositio .34.

OMnis superficies equidistantibus contenta laterib⁹ li/
neas atqȝ angulos exaduerso collocatos habet equales
diametro ⁊ diuidente eam per medium.
¶ Sit superficies.a.b.c.d. equidistantiū lateꝝ:ita ꝙ linea.a.b.equi
distet.c.d.⁊.a.c.b.d.dico duas lineas.a.b. ⁊.c.d.item duas lineas
a.c.⁊.b.d.esse equales.siľr ⁊ dico angulū.a.esse equalē angulo.d.⁊ angulū.b. an/
gulo.c.ꝓtrahā diametrū.a.d.que etiā diuidet supficiē illā ꝑ mediū cum.a.b.⁊.c.d
sint equidistantes:erunt anguli.b.a.d.⁊.c.d.a.qui sunt coalterni eq̄les per.29.at
quia etiā.a.c.⁊.d.b.sunt equidistantes:erunt anguli.c.a.d.⁊.b.d.a. qui sunt coal
terni equales ꝑ eandē. Intelligo eni duos triangulos.a.d.b.⁊.d.a.c. ⁊ q: duo an
guli.a.⁊.d.trianguli.a.d.b.sunt equales duobus angulis.d.⁊.a.trianguli.d.a.c.
⁊ latus.a.d.sup qđ iacent illi anguli in vtroqȝ triangulo ē cōe: erit ꝑ.26.lat⁹.a.b.
equale lateri.c.d.⁊ latus.a.c.lateri.b.d.⁊ angulus.b.angulo.c.⁊ quia angulum.a
totalem patet esse equalē angulo.d.totali ꝑ scđam cōceptionē:totū ꝓpositum cum
correlario liquet.



Propositio .35.

OMnes superficies equidistantiū laterū sup vnā basim at
qȝ in eisdē alternis lineis cōstitute eq̄les esse probantur:
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes inter quas fiat.a.c.f.e.su
pficies equidistantiū lateꝝ sup basim.c.e.⁊ sup eandē basim ⁊ inter
easdē lineas fiat alia supficies.g.c.h.e.siľr equidistantiū lateꝝ:dico
duas p̄dictas supficies eē eq̄les:qđ sic ꝓbať.aut eni linea.c.g.secabit lineam.a.b.
in aliquo puncto linee.a.f.aut in puncto.f.aut in aliquo puncto linee.h.f.secet er/
go p̄mo in aliquo puncto linee.a.f.vt i p̄ma figuratiōe apparet.⁊ q: vtraqȝ duaꝝ
lineaꝝ.a.f.⁊.g.h.ē equalis linee.c.e.per precedentē vna earum erit equalis alteri

dempta ergo linea.f.g.cōi remanebit.a.g.equalis.f.h.q; per precedentē iterū.ē.a.c.equalis.f.e.⁊ angulus.h.f.e.angulo.g.a.c.p scđam ptē.29.videlicet extrinsecus intrinseco erit p.4.triangulus.a.c.g.equalis triangulo.f.e.h.ergo irregulari figura quadrilatera que est.g.c.f.e.addita vtriq; erit supficies.a.c.f.e.equalis superficiei.g.c.h.e.qđ est propositū.Secet ergo modo linea.c.g.lineam.a.h.in puncto f.vt in secunda figuratione apparet.eruntq; siñi argumentatione priori duo trianguli.a.c.f.⁊.f.e.h.equales:quare vtrobiq; addito triangulo.f.c.e.pȝ propositum Secet tertio modo linea.c.g.lineā.a.h.inter duo puncta.f.h.ut in tertia figuratione apparet:secabitq; lineā.f.e.sic vt in puncto.k.⁊ q; simili argumentatione priori linea.a.f.ē equalis linee.g.h.facta cōmuni linea.g.f.erit.a.g.equalis.f.h.⁊ triangulus.a.g.c.equalis triangulo.f.e.h.addito ergo vtriq; triangulo.c.k.e.⁊ detracto ab vtroq; triangulo.f.k.g.erit superficies.a.c.f.e.equalis superficiei.g.c.h.e.quod est propositum.

Propositio .36.

Omnia paralellograma in basibus equalibus atq; in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Paralellogramū dicit̃ supficies eq̄distātiū laterū.Sint due superficies.a.b.c.d.⁊.e.f.g.h.equidistantiū laterū constitute inter duas lineas equidistantes que sunt.a.f.⁊.c.h.⁊ super equales bases q̄ sunt c.d.⁊.g.h.dico eas eē equales.nā protrabam duas lineas.c.e.⁊.d.f. eritq; p.33.superficies.c.d.e.f.equidistantiū laterū ꝓpter hoc q:.e.f.est equalis ⁊ equidistans c.d.nam vtraq; earū est equalis.g.h.quia ergo per premissam vtraq; duarū superficierum.a.b.c.d.⁊.e.f.g.h.est equalis superficiei.c.d.e.f.ipsi erunt sibi inuicem equales:quod est propositum.

Propositio .37.

Equales sunt sibi cuncti trianguli qui sup eandē basim atq; inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

¶ Sint duo trāguli .a.b.c.⁊.d.b.c.cōstitute super basim.b.c.inter duas lineas.a.e.⁊.b.f.que sint equidistantes dico eas esse equales ꝓtrahā eni.c.g.equidistantē.a.b.⁊.c.h.equidistantē.d.b.p.31.erūtq; due superficies .a.b.c.g.⁊.d.b.c.h.equales per.35.⁊ quia dicti trianguli sunt earū dimidia per correl̃.34.ipse erūt equales per cōem sciam:que ē quorū tota sunt equalia ⁊ dimidia:sicq; patet ꝓpositū.

Propositio .38.

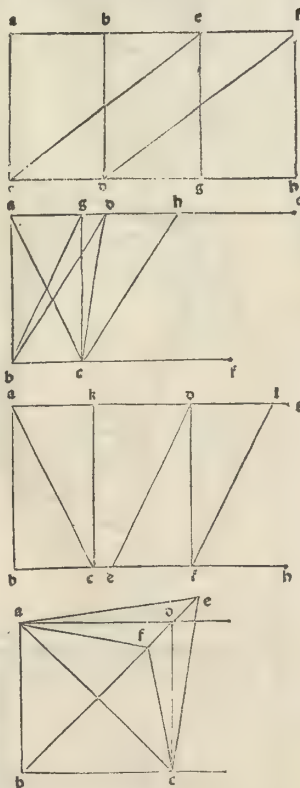
Si duo trianguli super bases equales atq; īter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

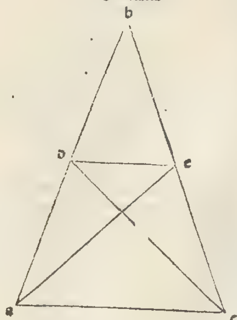
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.⁊.d.e.f.ꝯstituti sup bases.b.c.⁊.e.f.eq̄les ⁊ inter lineas .a.g.⁊.b.h.equidistātes:dico eos eē eq̄les.ꝓtrahā eni.c.k.equidistantē.a.b.⁊.f.l.equidistātē.c.d. erūtq; due supficies a.b.c.k.⁊.d.e.f.l eq̄les per.36.⁊ q; dicti trianguli sunt earū dimidia p correl̃.34.ipsi erūt eq̄les p antedictā cōem sciam.

Propositio .39.

Omnes duo trianguli equales si in eandē basim ⁊ ex eadē pte ceciderint:inter duas lineas equidistantes erunt.

¶ Sint duo trianguli .a.b.c.⁊.d.e.f.ꝯstituti sup basi.b.c.ex vna eademq; pte:sintq; equales:dico eas eē iter lineas equidistātes:⁊ hec est conuersa.37.a puncto.a.ꝓtrabam lineā equidistantem linee .b.c.que si pertransierit p punctum.d.liquet propositum.Si autem pertransierit supra aut infra:transeat primo supra ⁊ sit .a.e. producamq;.b.d. vsquequo secet



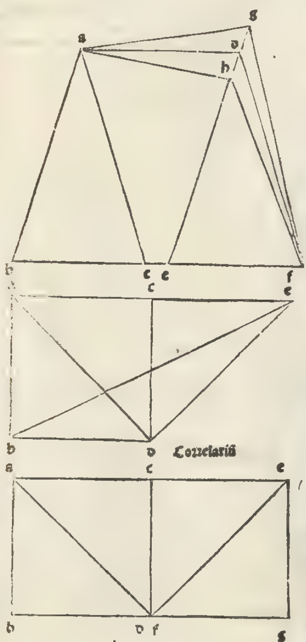


lineā.a.e.in puncto.e.⁊ ꝓtrahā lineā.e.c.⁊ q: triangulus.e.b.c.ē equalis triangulo.a.b.c.p.37.⁊ triangul⁹.d b.c.posit⁹ ē equalis triangulo.a.b.c.erit triangul⁹ d.b.c.eq̄lis triangulo.e.b.c.pars toti qd̄ est impossibile. Nō igit̄ ptransibit lineaq̄ a puncto a ducit̄ equidistanter.b.c.supra.d.transeat ergo infra ⁊ sit.a.f.secās lineā d.b.in puncto.f.ꝓtrahā ergo lineam.f.c.⁊ q: per.37.triangulus.f.b.c.est equalis triangulo.a.b.c.ipse etiā erit equalis triangulo.d.b.c.pars toti qd̄ est impossibile Quia ergo linea a puncto.a.equidistanter.b.c.nō transit nisi per punctum .d .p3 propositum. ¶ Ex hac aūt ⁊ premissa nota ꝙ si aliqua linea recta duo alicu⁹ trianguli latera per equa secet vel secuerit ipsa erit tertio equidistās qd̄ sic probatur. Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera que sunt.a.b.⁊.b.c.secet lineā.d.e.p equalia.a.b.quod in puncto.d.⁊.b.c.in puncto.e.dico ꝙ linea.d.e.ē equidistans.a.c. protrahabam enim in quadrilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.⁊.d.c.eritq3 per.38.triangulus.a.e.d.equalis triangulo.d.e.b.propter id qd̄ linea.a.d.posita est equalis linee.d.b.itēq3 per eandem triangulus.c.e.d.erit equalis idē triangulo .d.e.b. propter id qd̄ linea.c.e.posita ē equalis linee.e.b.q: triangulus.a.e.d. est equalis triangulo.c.e.d.quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basim videlicet lineā e.d.⁊ ex eadem parte ipsi erunt per hanc.39.inter lineas equidistantes ergo linea d.e.est equidistans linee.a.c .quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

Propositio 40.

Si duo trianguli equales super equales bases vnius eiusdemq3 linee ex eadem parte fuerint cōstituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.equales ꝯstituti sup duas bases q̄ sunt.b.c.⁊.e.f.⁊ ex eadem pte dico eos esse inter duas lineas equidistantes ⁊ hec est cōuersa.38.⁊ probat̄ p ipsam sicut precedens per.37.a puncto.a: ducat̄ linea equidistans linee.b.f.que si transierit per punctū.d.patet propositum Sin autem pertransierit supra vt.a.g.⁊ producatur.e.d.vsq3 ad ipsum que sit.e.g.⁊ ducatur linea.g.f.eritq3 per.38.triangulus.a .b.c.equalis triāgulo.g.e. f.quare ⁊ triangulus.d.e.f.erit equalis triangulo.g.e.f.pars toti quod est impossibile. Non ergo transibit supra:transeat ergo infra.⁊ secet lineā.d.e.in puncto.h.⁊ ducatur linea.f.h.eritq3 per.38.triangulus.h .e. f.equalis triangulo .a.b.c. quare ⁊ triangulo.d.e.f.pars toti quod est impossibile.quia ergo nō transibit nisi per punctum.d.patet propositum.



Propositio .41.

Si paralellogramum triangulusq3 in eadē basi atq3 ī eisdē alternis lineis fuerint constituta paralellogramū triangulo duplum esse conueniet.

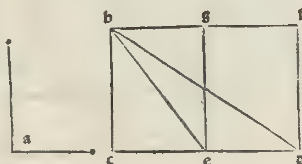
¶ Sit palellogramū.a.b.c.d.⁊ triangulus.e.b.d.sup basi3. b.d.⁊ inter lineas.a.e.⁊.b.d.q̄ sint equidistantes:dico palellogramū duplū eē triangulo: ꝓtrahā in palellogramo diametꝝ.a.d.eritq3 triangulus.a.b.d.dimidiū palellogrami p correl'.34.⁊ q: triangulus.e.b.d.ē eq̄lis triangulo.a.b.d.p.37 patet triangulū.e.b.d.esse dimidiū palellogrami.a.b.c.d.qd̄ ē ꝓpositū Silr quoq3 pōt probari ꝙ si palellogramū triangulusq3 inequalibus basibus atq3 īter lineas equidistantes fuerint ꝯstituta palellogramū duplū erit triāgulo:qd̄ iō nō posuit euclides q: leuit̄ p3 ex hac p̄cedente correl'.⁊.38.diuiso palellogramo per diametꝝ in duos triangulos.vel super basim paralellogrami īter easdē lineas equidistātes

triangulo cōſtituto ad quē duplū erit paralellogramū per hanc precedentē ⁊ ipſe equalis alteri triangulo per.38.

Propoſitio .42.

Equidiſtantium laterum ſuperficiē deſignare cuius angulus ſit angulo aſſignato equalis.ipſa vero ſuperficies triangulo aſſignato equalis.

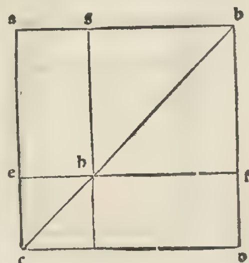
¶Sit aſſignatus angulus.a.⁊ aſſignatus triangulꝰ.b.c.d.volo deſcribere ſuꝑficiē equidiſtantium laterū equalem triangulo .b.c.d.cuius vterqꝫ duoꝝ angulorum contra ſe poſitoꝝ ſit equalis.a.diuido baſim.c.d.per dimidiū in puncto.e.⁊ protrabo lineā.b.e.⁊ a puncto.b.duco.b.f. equidiſtantem c.d.eritqꝫ per.38.triangulus.b.c.d.equalis triangulo.b.e.c.quare triangulus.b.e d.eſt dimidiū totalis trianguli.b.c.d.igiť ſuper punctū.e.linee.d.c.conſtituo angulum.d.e.g.equalem angulo.a.⁊ perficio paralellogramū.g. e.d.f. quod etiā qꝛ per precedentē ē duplū ad triangulū.b.e.d.erit etiā equale triangulo.b.c. d.ꝑ hāc cōem ſcienciam:quoꝝ dimidia ſunt equalia ipſa quoqꝫ ſunt equalia . eſt eni triangulus.b.e.d.vtriuſqꝫ dimidiū quare deſcripſimus paralellogramū . g.e .d.f. equale triangulo.b.c.d.cuius vterqꝫ duoꝝ anguloꝝ.g.e.d.⁊.d.f.g.cōtra ſe poſitorum eſt eq̄lis angulo.a.quod fuit propoſitum.



Propoſitio .43.

Omnis paralellogrami ſpacij eorum que circa diametrū ſunt paralellogramoꝝ ſupplementa equa ſibi inuicē eſſe neceſſe eſt.

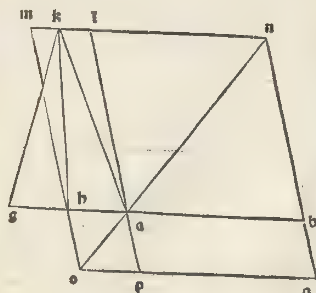
¶Sit paralellogramū.a.b.c.d.in quo protrabam diametrum.b.c. ⁊ protrabam.e.f.equidiſtantē vterqꝫ duoꝝ lateꝝ.a.b.⁊.c.d.que ſecet diametrum in puncto.k.a quo ducā.k.g.equidiſtanteſt vtriqꝫ duoꝝ laterū.a. c.⁊.b.d.⁊ producā eam quouſqꝫ ſecet vtrūqꝫ latꝰ.a.b ⁊.c.d.ſitqꝫ tota.g.k.h .erit qꝫ totum paralellogramū.a.b.c.d.diuiſum in quatuor paralellograma quoꝝ duo ſcꝫ.e t.k.h.⁊.g .k.b.f. dicunť conſiſtere circa .c.b.ꝙ diametrum tranſit per medium eorum et ideo ſunt circa diametrum :reliqua duo ſcilicet .a.e.g.k.⁊.k.h.f.d.dicūť ſupplemēta hec duo ſupplementa dicunť eē equalia.ſunt eni duo trianguli.a. b.c.⁊.c.d.b.equales ꝑ correľ.34.ſiľr quoqꝫ duo trianguli.g.k.b.⁊.f.k.b.ſūt equales per idē correľ.34.Et duo trianguli.e.c.k.⁊.k.h.c.ſiľr equales ꝑ idē corollariuꝫ demptis igitur duobus triangulis.b.g.k.⁊.k.e.c.de totali triāgulo.a.b.c.ac duobus triangulis reliquis.b.f.k.⁊.k.c.h.de totali triangulo reliquo.c.d.b. erunt per cōem ſciam reſidua:que ſunt duo dicta ſupplemēta equalia:quod eſt propoſitum.

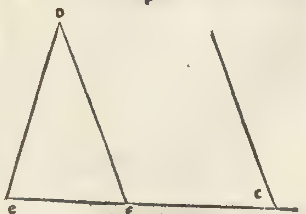


Propoſitio .44.

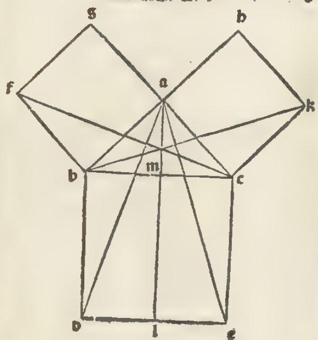
Propoſita linea recta ſuꝑ eam ſuꝑficiē equidiſtantiū laterum cuius angulus ſit angulo aſſignato equalis ipſa vero ſuperficies triangulo aſſignato equalis deſignare.

¶Deſignare ſuperficiē equidiſtantiū lateꝝ ſuper lineā aliquā ē lineā ipſā facere latus vnū ipſiꝰ ſuꝑficiei .Sit ergo data linea.a.b.⁊ datꝰ angulus.c.⁊ datus triangulus.d.e.f.ſuper lineā.a.b.volo deſignare ſuꝑficiē vnā equidiſtantiū lateꝝ ita ꝙ linea.a.b.ſit vnū ex lateribus eius cuius vterqꝫ duorum angulorum contra ſe poſitorum ſit equalis angulo.c.⁊ ipſa totalis ſuꝑficies ſit eq̄lis triangulo .d.e.f.differt autem hec a.42.qꝛ hic datť latus vnius ſuꝑficiei deſcribende ſcꝫ linea.a.b. ibi autem nullum.cū ergo voluero facere adiungo lineam.a.g.









linee .a.b.ſm̃ rectitudinem:quã pono equalem linee.c.f. baſi trianguli dati ſuper quã cõſtituo triangulũ vnũ ei eq̃lẽ ⁊ equilaterũ.qđ hoc modo facio.Conſtituo ãgu lum.a.g.k.equalem angulo.c.⁊ angulum.g.a.k.equalem angulo.f.per.23.⁊ quia g.a.poſita fuerat equalis.e.f.erit per.26.triangulus.g.a .k. equalis ⁊ equilaterus triangulo.e.f.d.diuidã ergo.g.a.per equalia in puncto.h.⁊ ꝓtrahã.k.h. ⁊ produ cam a puncto.k.lineã .m.k.n. equidiſtantẽ linee.g.b.eritq̃ per.38.triangulꝰ.a.h k.equalis triangulo.g.h.k.tunc ſuper punctũ.a.linee.g.a.faciã angulum.g.a.l.ꝑ 23. equalem angulo.c.dato:⁊ conplebo ſuꝑ baſim.a.h.⁊ inter lineas.g.b.⁊.m.n. equidiſtantes ſuperficiem equidiſtantiũ laterum.m.l.h.a.que ꝑ.41.dupla erit ad triangulũ.k.h.a quare equalis totali triangulo.k.g.a.quare ⁊ triangulo.d.e.f.ꝓ- poſito:protrahã ergo.b.n.equidiſtantẽ.a.l.⁊ producã diametrum. n.a.quã ꝓ- trahã quouſq̃ cõcurrat cũ.m.h.in puncto.o.⁊ cõplebo ſuperficiem equidiſtãtium laterum .m.o.n.q.⁊ protrahã.l.a.vſq̃ ad.p.eritq̃ per precedentẽ ſupplementũ a.b.p.q. equale ſupplemento.m.l.h.a.quare ⁊ triangulo.d.e.f.⁊ q2 per.15.angu- lus .l.a.h.ẽ equalis angulo.b.a.p.⁊ ideo angulus.b.a.p.eſt equalis angulo.c. p3 ſuper datam lineã .a.b.deſcriptã eſſe ſuperficiem equidiſtantiũ laterum.a.b.p.q. equalem dato triangulo.d.e.f.cuius vterq̃ duorum angulorum contra ſe poſito- rum qui ſunt.a.⁊.q.ẽ equalis dato angulo.c.quod fuit propoſitum.

Propoſitio .45.



X data linea quadratum deſcribere.

¶ Sit data linea .a.b. ex qua volo q̃dratum deſcribere:a punctis.a ⁊.b.linee .a.b.educo ꝑ.11.lineas.a.c.⁊.b.d.perpendiculares ad li- neam.a.b.que erũt equidiſtantes per vltimã ꝑtem.28. ⁊ pono vtrã q̃ eaꝝ eidem.a.b.per ſcđam equalem ⁊ protraho lineam.c.d.eritq̃ ipſa equalis et equidiſtans linee.a.b.per.33.⁊ quia vterq̃ duorum anguloꝝ. a.⁊ b.eſt rectus.erit vterq̃ duoꝝ.c.⁊.d.rectus per vltimã ꝑtem.29.ergo per diffiniti- onem.a.b.c.d.ẽ quadratum quod eſt propoſitũ. Idem aliter ſit.a.c. perpendicu- laris ſuper lineam.ab.per.11.⁊ ſit ei equalis vt prius ⁊ a puncto.c.per.31. ducatur c.d.equidiſtans.a.b.⁊ ponatur equalis ei ⁊ ducatur linea.d.b.que per.33.erit eq̃- lis ⁊ equidiſtans .a.c.⁊ omnes anguli recti per vltimã ꝑtem.29.quare per diffiniti onem habemus propoſitum.

Propoſitio .46.



N omni triangulo rectangulo quadratum qđ a latere re cto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribitꝰ equũ ẽ duobus quadratis que ex duobꝰ reliquis lateribus con- ſcribuntur.

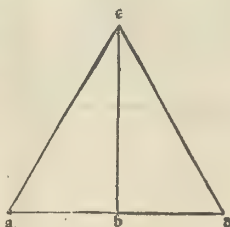
¶ Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a.ſit rectus dico ꝙ quadra- tũ lateris .b.c.equũ ẽ quadrato.a.b.⁊ quadrato.a.c.ſil̃ ſumptis.Quadrabo g̃ hec tria latera ſm̃ doctrinã p̃cedentis:ſitq̃ q̃dratũ.b.c.ſuꝑficies.b.c.d.e.⁊ q̃dratũ.b. a.ſuꝑficies .b.f.g.a.⁊ q̃dratũ.a.c.ſuꝑficies.a.c.h.k.ab ãgulo.a.recto ducã ad baſ iꝫ.d.e. baſiꝫ maximi q̃drati tres lineas .f.a.l eq̃diſtãtẽ vtriq̃ lateri.b.d.⁊.c.e.q̃ ſe cet.b.c i pũcto.m.⁊ ypothemiſas.a.d.⁊.a.e.itẽq̃ a duobꝰ reliq̃s ãglis triãgli q̃ ſũt b.⁊.c.ducã ad duos anglos duoꝝ q̃dratoꝝ minoꝝ duas lĩeas ſe interſecãtes ĩtra ipſũ

triangulũ que ſunt.d.k.⁊.c.f.⁊ qꝛ vterqꝫ duoꝝ angulorum.b.a.c.⁊.b.a.g.eſt rectꝰ per.14.erit.g.c.linea vna: eadẽ rõne erit.b.h.linea vna.qꝛ vterqꝫ duoꝝ angulorũ c.a.b.⁊.c.a.b.eſt rectus:quia ergo ſup baſim.b.f.⁊ inter duas lineas equidiſtan/tes q̃ ſunt.c.g.⁊.b.f.cõſtituta ſũt palellogramũ .b.f.g.a.⁊ triãgulꝰ.b.f.c.erit p.41: palellogramũ.b.f.g.a.duplũ triãgulo.b.f.c. ſꝫ triãgulꝰ.b.f.c. ẽ eq̃lis triãgulo.b.a d.p.4.quia .f.b.⁊.b.c.latera primi ſunt equalia.a.b.⁊.b.d.lateribus poſtremi .et angulus.b.primi ẽ equalis ãgulo.b.poſtremi.eo ꝙ vterqꝫ cõſtat ex angulo recto ⁊ angulo.a.b.c.comuni.ergo palellogramũ.b.f.g.a.eſt duplum ad triãgulũ .a.b.d ſed palellogramũ.b.d.l.m.eſt duplũ ad eundẽ triangulũ. p.41.qꝛ cõſtituti ſũt ſup eandem baſim ſcꝫ. b.d .⁊ inter lineas equidiſtantes que ſunt. b.d.⁊.a.l. ergo per cõmunẽ ſciam quadratũ.a.b.f.g.⁊ palellogramũ.b.d.l.m.ſunt equalia. qꝛ eorum dimidia videlicet predicti trianguli ſunt equalia Eodẽ mõ ⁊ per eaſdẽ ꝓpoſitiões mediantibꝰ triangulis.k.b.c.⁊.a.e.c.ꝓbabimꝰ q̃dratũ.a.c.b.k.eẽ equale palello gramo.c.e.l.m.q̃re pꝫ ꝓpoſitũ.

Propoſitio .47.

Si qd ab vno trianguli latere in ſeipſũ ducto ꝓducit̃:equũ fuerit duobus quadratis q̃ a duobus reliquis lateribꝰ de ſcribuntur.rectus eſt angulus cui latus illud opponitur.

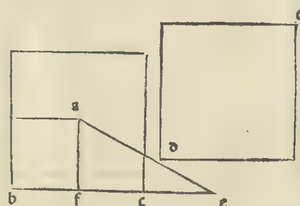
Lineã in ſe ipſam ducere eſt eius quadratũ deſcribere. Sit triangulus.a.b.c.ſitqꝫ quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterũ.a.b.⁊.b.c.ſimul iunctis.dico angulũ.b.cui latus.a.c.opponit̃ eſſe rectũ:⁊ hec eſt cõuerſa prioris. A puncto.b.extraho lineã.b.d.p. 11 .ꝑpendicularẽ ſuper lineam.b.c.quã pono equalem .a.b.⁊ produco lineam .d.c.eritqꝫ per precedentẽ quadratum.d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.⁊.b.c. ⁊ qꝛ.b.d poſita eſt equalis.b.a.erunt per cõmunẽ ſcientiã que eſt linearũ equaliũ equalia eſ ſe quadrata:quadrata duarũ lineaꝝ.a.b.⁊.b.d.equalia:quapropter erit quadra/tum.d.c.equale quadrato.a.c.ergo per aliam cõmunem ſciam que ẽ conuerſa prioris ſcꝫ lineas quaꝝ quadrata ſunt equalia eſſe equales:erit.d.c.equalis.a.c.qua/re p.8. angulus.b.triãguli.a.b.c.ẽ rectus qd ẽ ꝓpoſitũ.



Propoſitio .48.

Propoſitis quibuſcunqꝫ quadratis alteri illoꝝ gnomonẽ reliquo equalem deſcribere.

Proponant̃ ergo duo quadrata ſcꝫ.a.b.⁊.c.d.⁊ ſit propoſitũ pro/ducere gnomonẽ circa.a.b.equalem.c.d.quadrato:protrahat̃ itaqꝫ vnũ latus quadrati.a.b.ad equalitatem vniꝰ lateris quadrati. c.d. in continuum ⁊ directum ⁊ ſit.f.e.ita ꝙ .f.e.ſit equale vni laterũ quadrati.c.d. ⁊ ex.e.ducã lineam rectã ad.a. ſit ergo triangulꝰ orthogonꝰ quia.f.ẽ angulꝰ rectus arguat̃ ergo ſm penultimã primi ſic:q̃dratũ.e.a.ẽ tm̃ quãtũ q̃dratũ.c.f.⁊ q̃dratũ f.a.ſed q̃dratũ.c.f.ẽ eq̃le q̃drato.c.d.⁊ quadratũ.f.a.eſt equale quadrato.a.b.er go quadratũ.a.e.eſt equale quadratis.a.b.⁊.c.d. Item.e.f.a.eſt triangulus ergo e.f.⁊.f.a.latera ſunt longiora.a.e.latere.ſecũdũ.20.primi.ſed.f.a.eſt equale:a.b. rõne quadrature:ergo.e.f.⁊.f.b.ſunt longiora.a.e.ergo illa totalis linea ſcꝫ .e.b. eſt maior.a.e.reſecet̃ ergo .b.e.ad equalitatẽ.a.e.ad punctũ.c.ita ꝙ.b.c.ſit equa le.a.e.ergo quadratum.b.c.eſt equale.quadrato.a.e. ſed quadratũ.a.e. vt prius ꝓbatũ fuit ẽ equale quadratis.a.b.⁊.c.d.ergo quadratũ.b.c.ẽ equale eiſdem ſed quadratum.b.c.addit ſuper quadratum.a.b.gnomonẽ illũ quẽ vides.ergo gno/



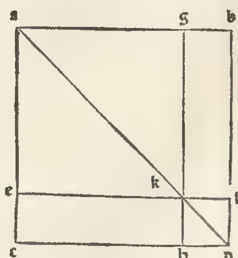
mo illc ẽſt quadrato.c.d.equalis.quod erat probardum. Explicit liber primus

Incipit liber ſecundus.



OMne paralellogramũ rectãgulũ ſub dua/bꝰ lineis ãgulũ rectũ ãbiẽtibꝰ dicit̃ ꝯtineri. ¶ Paralellogramũ eſt ſupficies equidiſtãtiũ lateꝝ ¶ Paralellogramũ rectangulũ eſt habens omnes angulos rectos.⁊ ꝓducit̃ ex vno duoꝝ lateꝝ eius ambientiũ vnũ ex ſuis angulis in reliquũ. ⁊ ideo ſub illis dicitur cõtineri.

OMnis paralellogrami ſpacij ea q̃dẽ q̃ diameter ſecat ꝑ mediũ ꝑalellograma circa eandẽ diameтꝝ cõſiſtere dicunt̃.Eoꝝ vero paralellogramoꝝ que circa eandẽ diametrũ conſiſtũt quodlibet vnũ cũ ſupplementis duobꝰ gnomo noĩat̃. ¶ Que paralellograma dicunt̃ cõſiſtere circa diametꝝ.⁊ que ſũt ſuppleměta: expoſitũ eſt ſupra in demonſtratione.43.primi. ¶ Sit enim paralellogramũ.a.b.c.d. cuius diameter.a.d.diuidant due linee.e.f.g.h.ducte equidiſtanter: lateribꝰ oppoſitis dicti parallellogrami.ſecãtes ſe ſup diametꝝ.a.d.in puncto .k. eritq₃ ipſum paralellogramũ diuiſũ in .4. parallellograma ⁊ vnũquodq₃ duoꝝ paralellogramoꝝ que ſunt.a.g.e.k.⁊.k.f.h.d.que diameter ſecat ꝑ medium dicitur conſiſtere circa diametꝝ.Reliqua duo que diameter nõ ſecat dicunt̃ ſupplemẽta q̃ duo ſupplementa cũ vtroq₃ dictoꝝ paralellogramoꝝ cõſiſtentiũ circa diametꝝ cõponũt figurã quãdã q̃ gnomo appellat̃ cui deeſt ad cõplemẽtũ ꝑalellogrami ꝑalellogramũ vnũ reliquũ circa diametꝝ cõſiſtẽs:qđ ſi addat̃ ſupra diametꝝ totalis cõpoſiti cõſiſtet.eritq₃ ſimile totali. Unde ꝑalellogramũ addito gnomone quãuis creſcat minime tñ alterat̃.quẽadmodum dixit Ariſtoteles in predicamentis.

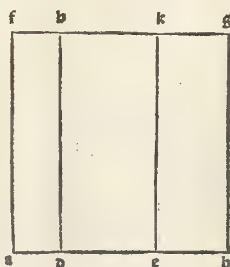


Propoſitio .j.



SI fuerint due linee quarũ vna in quodlibet partes diuidatur.illud ꝙ ex ductu alterius in alteram fiet.equum erit his que ex ductu linee indiuiſe in vnãquãq₃ partem linee particulatim diuiſe rectangula producentur.

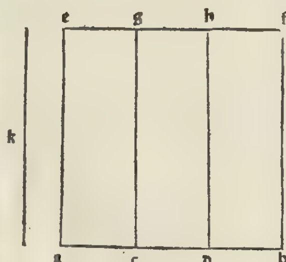
¶ Lineã in aliam lineã ducere ẽ ſupra terminos vnius caꝝ duas lineas orthogonaliter alij eq̃les erigere.⁊ ſupficiẽ equidiſtãtiũ lateꝝ rectãgulũ cõplere q̃ ſub illis duabꝰ lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sunt due linee.a.b. ⁊.c.quaꝝ.vna ſc₃.a.b.in quodlibet ꝑtes diuidat̃ que ſint.a.d.⁊.d.e ⁊.e.b.dico ꝙ illud quod fit ex ductu.c.in totũ.a.b. equũ eſt illis paralellogramis rectangulis ſimul iunctis que fiũt.ex.c.i.a.d.⁊ i.d.e.⁊ in.e.b. ¶ Sup pũcta.a.b erigã lineas.a f.⁊.b.g.perpẽdiculares ſup lineã.a.b.quaꝝ vtraq₃ ſit eq̃lis linee.c. ⁊ complebo rectangulã ſupficiẽ.a.f.b.g.ducta linea.f.g.que per diffinitionẽ producit̃ ex.c. in.a b.⁊ ſub illis dicit̃ contineri.protraham quoq₃ a punctis.d.⁊.e.lineas.d.h.⁊ .e.k. equidiſtantes lateribus .a.f.⁊.b.g.eritq₃ vtraq₃ earũ eq̃lis.c.ꝑ.34.primi vtraq₃ caꝝ eſt eq̃lis .a.f.ꝑ diffinitionẽ igit̃ rectangulũ .a.d.f.h. ꝓducit̃ ex.c.i.a.d.⁊ ſub illis dicitur cõtineri ⁊ rectangulũ.d.h.⁊.e.k.ex.c.in.d.e.⁊ rectangulũ.e.k.b.g.ex c.in.e.b.⁊ qꝛ hec rectangula ſimul iuncta ſunt equalia totali rectangulo.a .f.b.g. patet veꝝ eẽ ꝓpoſitum.





Propositio .2

Si fuerit linea ĩ ptes diuisa. illud qd̓ ex ductu totiꝰ linee in seipsã fit: equũ erit his q̄ ex ductu eiusdẽ ĩ oẽs suas ptes. ¶ Sit linea.a.b.diuisa in.a.c.⁊.c.d.⁊.d.b.dico ꝙ illud qd̓ fit ex ductu totius.a.b.in se qd̓ sit.a.c.b.f.equũ est his que fiunt ex ipsa tota in vnamquãqз dictarum partium qd̓ palam patebit.ductis.c.g.⁊.d.h.equidistanter.a.c.⁊.b.f. ¶ Aliter sumatur.k.eq̄lis.a.b.eritqз p premissam qd̓ fit ex ductu.k.in totam.a.b.equũ ei qd̓ fit ex ductu.k.in omnes ptes.a.b.⁊ qꝛ ex.k.i.a.b. tantũ fit quantũ ex.a.b.in se.⁊ ex.k.in omnes ptes.a.b.quãtũ ex.a.b. in omnes ptes eiusdẽ. ꝓpter id qꝛ.k.⁊.a.b.sũt equales patet vex͛ esse propositum.

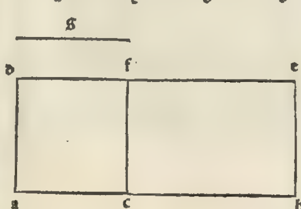




Propositio .3.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd̓ fiet ex ductu totius in alterutrã partẽ equũ erit his q̄ ex ductu eiusdẽ partis in seipsam ⁊ alterius in alteram.

¶ Sit linea.a.b.diuisa in.a.c.⁊.b.c.dico ꝙ illud quod fit ex tota.a.b.in eius partem.a.c.equũ est quadrato eiusdem.a.c.partis.⁊ ei quod fit ex eadẽ parte.a.c.in.b.c.fiat quadratum linee.a.c.ꝙ sit.a.c.d.f.⁊ ꝑficiatur superficies.a b.d.e.patebitqз propositũ. ¶ Aliter sumat̃.g.eq̄lis.a.c.⁊ qꝛ.b.a.in.a.c. tantũ est quantũ.a.c.in.a.b.ecõuerso.⁊.a.c.in.a.b.⁊ in.c.b.⁊ in seipsaз quãtũ.g. i easdẽ. At.g.in totã.a.b.quãtũ in.a.c.⁊ in.c.b.p primam huius patet ꝓpositũ scз ꝙ tm̃ erit.a.c.i.a.b.quãtũ in se ⁊ in.c.b.q̄re ecõuerso. a.b.i.a.c.quãtũ.a.c.in se.⁊ in.c b.qd̓ volumꝰ demõstrare.

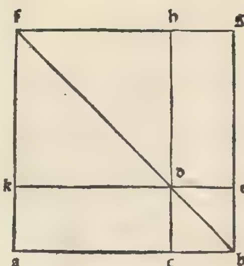


Propositio .4.



Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd̓ ex ductu totiꝰ ĩ seipsã fit:equũ ẽ his q̄ ex ductu vtriusqз ptis ĩ seipsã ⁊ alteriꝰ ĩ alterã bis. Ex hoc manifestũ ẽ ꝙ ĩ oĩ q̄drato due supficies quas diameter secat p mediũ sunt ambe quadrate.

¶ Sit linea.a .b. diuisa in. a .c.⁊. b .c. dico ꝙ quadratum totius a.b. equum est duobus quadratis duarum linearum .a.c.⁊.b.c. duplo eius qd̓ fit ex ductu vnius eax͛ in alteram:describam quadratum alterius partialium sitqз c.d.b.e.quadratũ linee.c.b.cui adiungam gnomonẽ secũdũ ductũ directuũ linee alterius scз.a.c. qd̓ faciam hoc mõ.in quadrato descripto protraham diametrũ b.d.⁊ a puncto.a.educam perpendicularem sup lineam.a.b .que sit.a.k.quã.a.k ⁊ diametrũ.b.d.ꝓducam vsqз quo cõcurrãt in puncto.f.⁊ a puncto.f. producam f.h.equidistantẽ linee .a.b.quã.f.h.⁊.h.e.producam vsqз quo concurrãt i pũcto g.⁊ producã.c.d.vsqз ad.h.⁊.e.d.vsqз ad.k.Et quia duo latera.d.c.⁊.e. b.trianguli.d.c.b.sunt equalia:erũt per.5.primi duo anguli.e.d.b.⁊.e.b.d.equales:⁊ qꝛ angulus.e.est rectus erit p.32.primi vterqз eox͛ medietas recti. Eadẽ rõne vterqз duorũ angulorũ.c.d.b.⁊.c.b.d.erit medietas recti. quare p secũdã ptem.29.p̃mi erit vnusquisqз quatuor angulox͛ qui sunt.h.f.d.⁊.h.d.f.⁊.k.f.d.⁊.k.d.f. medietas recti ergo p .6.primi.f.g.⁊.g.b.sunt equales. similiter quoqз .f.a.⁊.a.b. pari rõe.f.h.⁊.h.d.itẽqз.f.k.⁊.k.d. quare vtraqз duarũ supficierũ.a.b.g.f.⁊.k. d.h.f.est quadrata ⁊ qꝛ totale quadratum.a.b.f.g.ꝙ est quadratũ linee.a.b.constat ex duobus quadratis que cõsistunt circa diamet͛ que sunt quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.⁊ ex duobus supplementis quox͛ vnũqdq́з ꝓducit̃ ex .a. c.in b.c.patet propositum nostrũ. ¶ Aliter sit linea.a.b.vt prius diuisa in.a.c.⁊.c.b.



eritq; p.2.huius quod fit ex tota.a.b. in se:equū ei qd̄ fit ex ipsa in.a.c.&.c.b. sed ex ipsa in.a.c.tm̄ fit quātū ex.a.c.in se.& ex.a.c.in.b.c.p.3.hui⁹. Itēq; ex ipsa a.b.tota in.b.c.tm̄ fit quātum ex.c.b.in se.& ex.c.b.in.a.c. per eandem. ergo qd̄ fit ex tota.a.b.in se equū ē ei qd̄ fit ex.a.c.in se & in.c.b.& ex.c.b.in se.& in.a.c.qd̄ est propositum.Sed hac via non patet correlariū. sicut via precedenti patet. vnde prima est auctori magis consona.

Propositio .5.

SI linea recta per duo equalia duoq; īequalia secetur.qd̄ sub inequalibus totius sectionis rectangulū continet̄ cū eo quadrato qd̄ ab ea que inter vtrasq; ē sectiones describitur equum est ei quadrato qd̄ a dimidio totius linee ī se ducto describitur.

¶Sit linea.a.b.diuisa p equalia in pūcto.c.& p inequalia in puncto.d. dico quadratu;.c.b.esse equale ei qd̄ fit ex.a.d.in.d.b.& q̄drato.c.d.¶Describā quadratum.c.b.q̄ sit.c.b.f.e.in quo ꝯtraham diametrū. e.b. & ducā.d.g. equidistantē b.f.q̄ secet diametꝝ.e.b.ī pūcto.h.& a pūcto.h.educā eq̄distātē linee.a.b.q̄ sit.h.k.secās lineā.b.f.in puncto.m. & lineā.c.e.in puncto.l.& ꝯtrahā.a.k.equidistantē.c.e.eritq; p correlariū p̄misse vtraq; duaꝝ supficieꝝ.l.g.&.d.m.quadrata.& per 43.primi duo supplemēta.c.h.&.h.f.equalia.ergo addito quadrato .d.m. vtriq; erit palellogramū.e.m.equale palellogramo.d.f.& q2.a.l.est equale.c.m.p.36.primi:erit.a.h.equale gnomoni qui circūstat quadrato .l.g. ergo addito vtriq; quadrato.l.g.erit.a.h.cū quadrato.l.g.equale quadrato.e.f.qd̄ est propositum.

Propositio .6.

SI recta linea in duo equalia diuidat̄.alia vero ei linea in longū addat̄.qd̄ ex ductu toti⁹ iā cōposite ī eā q̄ iā adiecta ē cū eo qd̄ ex ductu dimidie in seipsā:equū ē ei q̄drato qd̄ ab ea q̄ cōstat ex adiecta & dimidia ī seipsā ducta describit̄

¶Sit linea.a.b.diuisa p equalia in puncto.c.eiq; addat̄ linea.b.d. dico q̄ quadratū.c.d.qd̄ sit.c.d.e.f.equale ē ei qd̄ fit ex tota.a.d.i.b.d.& quadrato.c.b. Producā ī quadrato predicto diametrū.d.e.& ducā lineā.b.g.equidistātē d.f.q̄ secet diametrū.d.e.in pūcto.h.a quo.h.ꝓducā equidistātē linee.a.b.que sit h.k.secans.d.f. in pūcto.m.&.c.e.in pūcto.l.& producā.a.k. equidistantem .c.l. eritq; per.36.primi.a.l.equale.c.h.At.c.h.erit equale.h.f.per.43.primi.quare.a l.ē equale.h.f.ergo addito.c.m.vtrobiq; erit.a.m. equalis toti gnomoni circūstāti.l.g.quare.l.g.addito vtrobiq; erit.a.m.cū.l.g.equale toti quadrato.c.f.& quia vtraq; duaꝝ superficieꝝ.l.g.&.b.m.ē quadrata:p correlariū.4.hui⁹ p; propositū.

Propositio .7.

SI linea in duas partes diuidat̄.qd̄ fit ex ductu totius ī se ipsam cum eo qd̄ est ex ductu alterius partis ī seipsam. equum est q̄ eis ex ductu totius linee ī eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

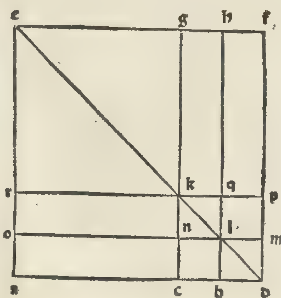
¶Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c. dico q̄ quadratum totius.a.b.cū quadrato.b.c.equū est ei qd̄ fit ex.a.b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.describatur quadratu; totius qd̄ sit.a.b.d.e.& ducatur diametrum .b.d.&

e.f.equidistans.b.e.secans diametrum in puncto.g.τ ducatur.k.g.b. equidistās a.b.τ quia quadratum.a.e.cum quadrato.c.b.tm̄ sunt quātum quadratum .k.f. cum duabus superficiebus.a.b.et.g.e.patet propositum

Propositio .8.



SI linea in duas partes diuidatur:eiqꝫ in longum equalis vni diuidentium adiungatur:qđ ex ductu totius iam cōposite in seipsaꝫ fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. τ ei qđ ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

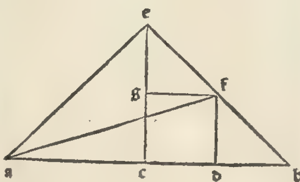


¶Sit.a.b.diuisa in puncto.c.qualitercūqꝫ contingat:cui addatur.b.d. equalis.c b.dico ꝙ quadratum totius.a.d.qđ sit.a.d.e.f.est equale ei qđ fit ex.a.b. τ.b.d. quater cū quadrato.a.c.hoc aūt patebit ducta diametro.d.e.τ lineis. c.g. τ.b.h equidistantibus linee.d.f.τ secantibus diametrum in puncto.k.l. per que puncta ducantur.p.q.k.r.τ.m.n.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per corelariū.4.huius vnaqueqꝫ superficierum .r.g.n.q.τ.h.m.quadrata:τ quia.c.b.posita est equalis b.d.erit vtraqꝫ superficierum.c.l.τ.l.p.quadrata.Erūtqꝫ.4.quadrata diuidentia quadratū.c.p.equalia τ quia totus gnomo circūstās q̄drato .r.g.est q̄druplus ei qđ ex.a.b.in.b.d.q꞉ quadruplus ad supficiē.a.l.patet propositum.

Propositio .9.



SI linea ī duo equalia duoqꝫ inequalia diuiditur:q̄ fiūt ex ductu inequaliū sectionū in seipsam pariter accepta: duplū sūt vtriusqꝫ pariter acceptis.q̄ q̄dē ex dimidia.eaqꝫ q̄ vtriqꝫ sectioni interiacet quadratis describuntur.



¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia.in.c.τ per inequalia.in.d.Dico ꝙ quadratum.a.d.τ quadratū.d.b.simul iuncta:dupla sunt quadrato.a.c. τ quadrato.c.d.simul iunctis.¶Super lineā:a.b.erigo lineā.c.e. perpendicularē τ eq̄lem vtriqꝫ caꝝ lineaꝝ.a.c.τ.c.b.τ produco.e.a.τ.e.b.eritqꝫ p.32.primi vterqꝫ angulorum.a.τ.b.τ vterqꝫ anguloꝝ partialium qui sunt ad.e.medietas recti.tot⁹qꝫ e.rectus.τ produco.d.f.equidistantē.c.e.τ perpendicularem super lineaꝫ.a.b.eritqꝫ vterqꝫ angulorum.d.rectus:τ angulus.d.f.b.medietas recti per.32.primi:sic per secūdā partē.29.primi:quare per.6.primi.d.f.τ.d.b.sunt equalia.a puncto f.duco.f.g.equidistantē.a.b.eritqꝫ per secūdā ptē.29.primi:vterqꝫ angulorum.g rectus.τ angulus.e.f.g.medietas recti quare p sextā eiusdē latera.e.g. τ.g.f. sunt equalia:τ quia per penult.eiusdem quadratum:e.f.est equale quadrato.e.g.τ q̄drato.g.f.ipsum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad quadratū.c.d.¶Itēqꝫ per eandem quadratum.e.a.est equale quadrato.a.c.τ quadrato .c.e. ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.τ quia quadratum.a.f.est equale quadrato.e. f.τ.a.e per eandem ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.τ ad quadratum.c.d.sed quadratum.a.f.est iterum equale per eandem quadrato.a.d.τ quadrato.d.f.ergo q̄dratum.a.d.τ quadratum .d.f dupla sunt ad quadratum.a.c.τ ad quadratum c.d.τ quia quadratum.d.f.est equale quadrato.d.b.erūt quadrata duaꝝ linearū.

a.d.z.d.b.dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.z.c.d.qd e ppositum

Propositio .10.

SI linea in duo equalia diuidatur eiq3 i longum alia addatur:quadratum qd describitur a tota cum addita z quadratum qd ab ea que addita est.vtraq3 quadrata pariter accepta.ei quadrato qd a dimidia.eiq3 qd ab ea producitur q ex dimidia adiectaq3 consistit vtrisq3 quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia in.c.z addita sibi linea.b.d.dico q duo quadrata duarum linearum.a.d.z.b.d.pariter accepta dupla sunt duob9 quadratis duarum linearum.a.c.z.c.d.pariter acceptis. ¶Erigo.c.e.perpendicularem sup lineam.a.b.z equale vtriq3 linearum.a.c.z.c.b.z perficio triangulu.a.e.b.ductis lineis.a.e.z.e.b eritq3 ut in pmissa vterq3 angulorum.a.z.b.z vterq3 eorum q sunt ad.e.medietas recti p.32.primi:totusq3.e.e rectus a puncto.e.produco.e.f.equalem z equidistantem.c.d.z produco.f.d.z.e.b.quousq3 cocurrut in puncto.g.z pduco lineam.a.g.eritq3 per vltimam partem.29.primi:angulus.c.e.f. rectus sed angulus.c.e.b. est medietas recti. ergo angulus .b.e.f. est similiter medietas recti:z quia per.33.eiusde.f.d.est equidistans.c.e.erit per.34.eiusdem angulus .f. rectus.ergo per.32.eiusdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti.Itemq3 per cande angulus.d.b.g.similiter medietas recti:propter id quod angulus.b.d.g. est rect9 ergo per.6.eiusdem duo latera.e.f.z.f.g.sunt equalia.Iteq3 duo latera. d.b.z.d.g.sunt equalia:ergo per penultimam eiusdem quadratum.e.g.duplum est ad quadratum.e.f.quare ad quadratum.c.d.¶Itemq3 per eandem quadratum.a.e.duplum est ad quadratum.a.c.z quia quadratum.a.g.est per eandem equale quadrato.a.e.z.e.g.similiter quoq3 z quadrato. a.d.z.d.g. At qz quadratu.d.g.est equale quadrato.b.d.erut duo quadrata duarum linearum.a.d.z.b.d.pariter accepca dupla duobus quadratis duarum linearum.a.c. z.c.d. pariter acceptis qd est propositum: hec autem z omnes premisse veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11.

DAtam lineam sic secare.vt qd sub tota z vna portione rectangulum continetur:equum sit ei qd fit ex reliqua sectione quadratu.

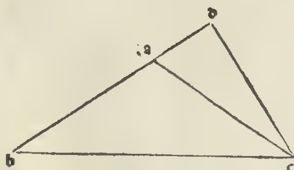
¶Sit linea data.a.b.q3 volumus sic diuidere: vt qd ex tota z eius minore producitur equum sit quadrato maiori.¶Describo quadratum ipsius qd sit.a.b.c.d.z latus. b.d.diuido per equalia in.e.z produco.a. e.et e.b.produco vsq3 ad.f.ita quod .e.f.sit equalis.a.e.z ex.b.f. portione extrinseca:describo quadratum quod ex latere.a.b.resecat portionem equalem.b.f. que sit . b.h .z quadratum descriptum sit. b.f. h. g. Dico q : a.b. sic est diuisa in puncto.h.qd illud qd fit ex tota.a.b.in eius portionem.b.a.est equale quadrato b.h. pduco.g.h.vsq3 ad.k.que erit equidistans.a.c.qz ergo linea .d.b. diuisa est per equalia in.e.z est sibi addita linea.b.f.erit per.6.huius qd fit ex.d.f.in.b.f.cu quadrato.e.b.equale quadrato.e.f.quare z quadrato.e.a. Quare p penultimam

primi: quadratis duarum linearum.c.b.et.b.a. ergo dempto ab vtrisque quadrato linee.c.b. erit quod fit ex.d.f.in.b.f.et ipsum est superficies.d.g. equale quadrato linee a.b. ergo dempto ab vtrisque paralelogramo.b.d. erit quadratum.b.f. equale paralellogramo.b.c. et quia quadratum.b.f. est quadratum linee.b.b. et paralellogramum.b.c. producitur ex.c.a. que est equalis.a.b.in.a.b. patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic dividi: vt hic vndecima proponit sicut scies sexti.29.te docente.

Propositio .12.



In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtendit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum amplius potest. quantum est quod continetur bis sub vno eorum: atque ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

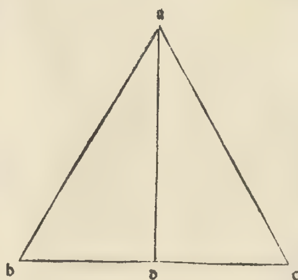


¶ Sit triangulus.a.b.c. habens angulum.a. obtusum. a puncto.c. ducatur linea perpendicularis ad lineam.b.a. que necessario cadet extra triangulum.a.b.c. alioquin angulus obtusus esset rectus aut minor recto per.16. primi: sit ergo.c.d. perpendicularis super lineam.a.b. productam vsque ad.d. Dico quod quadratum lateris.b.c. quod subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum a.b.et.a.c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud quod fit ex.b.a.in.a.d. bis: potentia enim linee respectu quadrati sui est. vnde tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producitur. Erit enim per.4. huius quadratum.b.d. equale duobus quadratis duarum linearum.b.a.et.a.d. et duplo eius quod fit ex.b.a.in.a.d. et quia quadratum.b.c. per penultimam primi est equale quadrato.b.d. et quadrato d.c. ipsum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d.et.d.c. et duplo eius quod fit ex.b.a.in.a.d. sed per eandem quadratum.a.c. est equale quadratis.a.d.et.d.c. ergo quadratum.b.c. est equale quadratis duarum linearum.b.a.et.c.a. et duplo eius quod fit ex.b.a.in.a.d. quare.b.c. tanto amplius potest duabus lineis.b.a.a.c. quantum est duplum eius. quod fit ex.b.a.in.a.d. Iam enim diximus quod tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum.

Propositio .13.

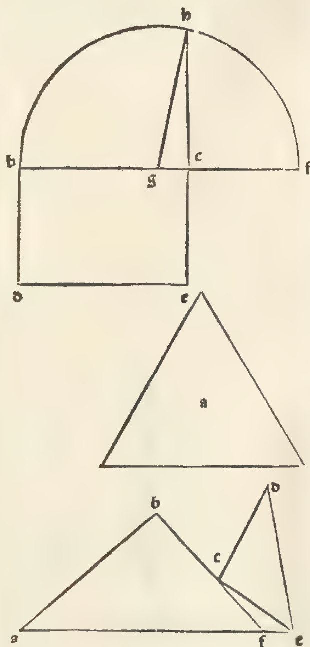


Omnis oxigonii tanto ea que acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub vno eorum cui perpendicularis intra superstat: eaque sui parte: que perpendiculari anguloque acuto interiacet.



¶ Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxigonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo siue fiat orthogonius siue ambligonius siue oxigonius. ¶ Sit ergo in triangulo a.b.c. quicunque triangulus fuerit. angulus.c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab vtroque angulorum.a. vel.b. ad vtramque basim.b.c. vel.a.c. quia cum sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambligonius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum quam manifestum est cadere intra triangulum: et ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquorum angulorum. qui sunt.a.et.b. acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam que duobus

acutis interiacet.Sit ergo vt trianguli.a.b.c.angulus.b.etiã ſit acutus ducã :ergo ad b.c.ꝑpẽdicularẽ q̃ ſit.a.d.que vt dictũ eſt cadet intra triangulũ.dico itaqꝫ ꝙ q̃/dratum.a.b.qḋ ſubtendiť angulo acuto.c.tanto minus eſt duobus quadratis du/arum linearũ.a.c.⁊.c.b.quãtũ duplũ eius qḋ fit ex.b.c.in.d.c. ¶Vel dico ꝙ qua/dratum.a.c.qḋ etiam ſubtenditur angulo.b.quẽ poſuimus acutum quicquid fue/rit de angulo.a.tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearum.a.b.⁊.b.c. quãtũ eſt duplum eius qḋ fit ex.c.b.in.b.d.Erit enim per.7.huius quadratũ .b.c cum quadrato.d.c.equale ei quod fit ex.b.c.in.d.c.bis ⁊ quadrato alterius ꝑtis ſcꝫ.b.d.quare addito vtriqꝫ quadrato.a.d.erit quadratũ.b.c.cũ quadratis duaꝝ linearum.a.d.⁊.d.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.⁊.d.b.⁊ duplo eius quod fit ex.c.b.in.c.d.At quia per penultimam primi quadratum.a.c.eſt equale quadratis duarum linearuꝫ.a.d.⁊.d.c.erit quadratum.b.c.cum quadrato .a.c.e/quale quadratis duarum linearum.a.d.⁊.b.d.⁊ duplo eius quod fit ex.b.c.ĩ.c.d. ſed per eandem penultimam primi quadratũ.a.b.equũ eſt quadratis duarum li/nearum.a.d.⁊.b.d.ergo quadratum.b.c.cum quadrato.a.c.equum eſt quadrato a.b.⁊ duplo eius qḋ fit ex.b.c.ĩ.c.d.quare tanto min⁹ poteſt.a.b.duobus laterib⁹ b.c.⁊.a.c.quantũ eſt duplum eius quod fit ex.b.c.in.c.d.quod eſt propoſitũ. Si/mili modo probabis latus.a.c.qḋ ſubtenditur angulo.b.acuto poſſe tanto min⁹ duobus lateribus:a.b.⁊.b.c.quantum eſt duplum eius :quod fit ex.c. b.in. b.d. ¶Notãdũ aũt per hanc ⁊ precedentẽ ⁊ penultimam primi: ꝙ cognitis lateribus omnis trianguli cognoſciť area ipſius ⁊ auxiliantibus tabulis de corda ⁊ arcu co/gnoſcitur omnis eius angulus.

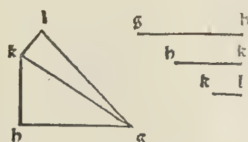


Propoſitio .14.

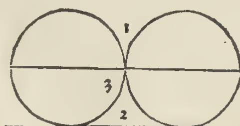
Dato trigono equum quadratum deſcribere.

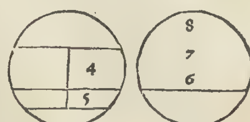
¶Sit datus trigonus.a cui nos volumus equum quadratũ deſcribe re.Deſignabo ſuperficiẽ equidiſtantium laterum ⁊ rectorum angulo rum equalem trigono dato ſm quod docet.42.primi:ſitqꝫ ſuperfici/es illa.b.c.d.e.cuius ſi latera fuerint equalia habemus qḋ querim⁹. ipſa eni erit q̃drata.ꝑ diffinitionẽ Si aũt latera ſint ineq̃lia tũc adiũgã min⁹ ipſo rum laterũ maiori ſm rectitudinẽ.ſitqꝫ linea.e.f.equalis minori duoꝝ laterũ qḋ ẽ c.e.adiuncta maiori quod eſt.b.c.ſm rectitudinẽ. Totam.b.f.diuidam per equa/lia in pũcto.g.⁊ facto.g.cẽtro ſuꝑ lineã.b.f.ſm quãtitatẽ linee.g.b. deſcribam ſe/micirculũ.b.h.f.⁊ latus.e.c.ꝓducã vſquequo ſecet circũferentiã in puncto.h.dico ꝙ quadratũ linee.c.h.eſt equale trigono dato. Producã lineã.g.h.⁊ qꝛ linea .b.f. diuiſa ẽ ꝑ equalia in.g. ⁊ ꝑ inequalia in.c.erit ꝑ.5.hui⁹ qḋ fit ex ductu.b.c.ĩ.c.f.cũ q̃drato.c. g.equale q̃drato .g.f.quare ⁊ quadrato.g.h.quare per penultimã pri/mi ⁊ duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.g.c.⁊.c.h.ergo dempto vtriqꝫ quadrato.c.g erit qḋ fit ex.b.c.in.c.f.qḋ eſt equale ſuperficiei.b.c.eo ꝙ.e.f.ẽ equale.c.e. equale quadrato linee.c.h.quare quadratũ linee.c.h.ẽ equale trigono.a.qḋ ẽ propoſitũ: ¶Et nota ꝙ ꝑ hoc inueniť lat⁹ tetragonicũ cuiuſlibꝫ altera ꝑte lõgioris ⁊ ſimplici/ter omnis figure rectis lineis cõtente quecũqꝫ fuerit.qm̃ omnẽ figurã talẽ in trian gulos reſoluem⁹ ⁊ cuiuſlibꝫ illoꝝ triangulorum inueniem⁹ tetragonicũ latus ſm do ctrinam iſtius.⁊ inueniemus per penultimam primi . lineam vnam que poſſit in omnia latera tetragonica inuenta.verbi gratia volo nunc inuenire latus tetrago/nicũ rectilinee figure irregularis .a.b.c.d.e.f.reſoluo eam.in.3.triangulos qui ſũt

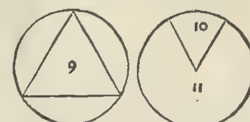
a.b.f.c.d.e.z.c.f.e. Inuenio quoqȝ ſm doctrinam iſtius tria latera tetragonica iſtoꝝ trium triangulorum.qui ſunt.g.h.h.k.z.k.l:z erigo.h.k.perpendiculariter ſuper.g.h.z produco.g.k.eritqȝ per penultimā quadratum primi.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.z.h.k.z tertium latus.k.l.erigo perpendiculariter ſuper lineam.g.k.z produco lineam.g.l.eritqȝ per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee propoſite. Explicit liber ſecundus. Incipit liber tertius.

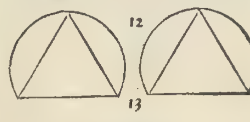



Uoꝝ diametri ſunt eq̄les.ipſos circulos eq̄les eſſe. Maiores aūt quoꝝ maiores z minores quoꝝ minores. Circulū linea ꝯtingere dicitur:que cū circulū tangat in vtrāqȝ partē eiecta.circulū non ſecat. Circuli ſeſe contingere dicunt̄ qui tangentes ſeinuicem non ſecant. Recte linee in circulo equaliter diſtare dicūt̄ a centro.cū a centro ad ipſas ducte perpendiculares fuerint equales. Plus vero diſtare a centro dicit̄.in quā ꝑpendicularis longior cadit. Recta linea portionū circuli cōtinēs corda noīat̄. Portio vero circūferentie arc⁹ nūcupat̄. Angulus aūt portionis dicit̄ q̄ a corda z arcu continet̄. Supra arcū angulus conſiſtere dicit̄.qui a quolibet pūcto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exeuntib⁹ cōtinet̄. Sector circuli eſt figura q̄ ſub duab⁹ a cētro ductis lineis z ſub arcu qui ab eis cōprehendit̄ cōtinet̄. Angulus aūt qui ab eis lineis ambitur ſupra centrū cōſiſtere dicit̄. Siſ̄es circuloꝝ portiōes dicūt̄ i quib⁹ qui ſupra arcum conſiſtunt anguli ſibi inuicē ſūt eq̄les. Arc⁹ quoqȝ ſimiles ſunt qui equos angulos predicto modo ſuſcipiunt.





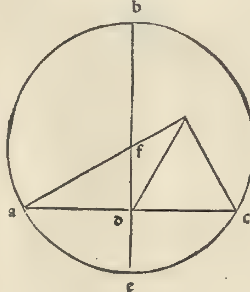


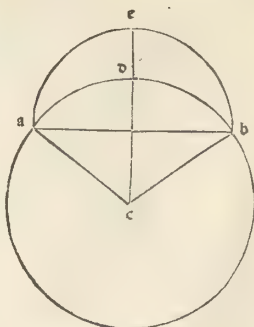


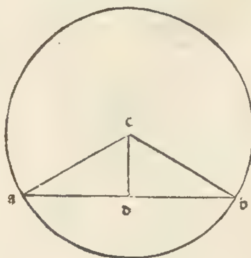
Propoſitio .1.

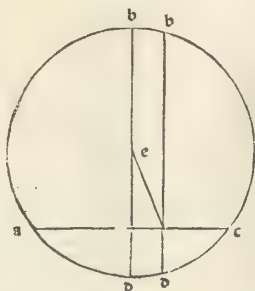
Irculi ꝓpoſiti cētrū inuenire.vñ manifeſtū ē ꝙ duab⁹ rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā termīatis neutra illaꝝ alterā per eq̄lia orthogonal'r ſecat niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

Sit circulus propoſitus.a.b.c.cuius volumus centrū inuenire. duco in ipſo circulo lineā.a.c.qualitercūqȝ contingat quā diuido per equalia i pūcto d.a quo duco perpendicularem ad lineā.a.c.quā applico circūferentie ex vtraqȝ ꝑte.ſitqȝ.e.d.b.quā rurſus diuido ꝑ eq̄lia in pūcto.f.quē dico eſſe centrū circuli.Si eni nō ē:erit aūt alibi aut i linea.e.b.aut extra. In linea.e.b.nō: ſi eni fuerit i ea vt i puncto.g.erit linea.c.f.maior linea.e.g.ps videlȝ toto qđ eſt ipoſſibile. Qđ ſi fuerit extra lineā.e.b.ut in pūcto.h.ducant̄ linee.h.a.h.d.h.c.z qꝛ latera.h.d.z d.a.trianguli.h.d.a.ſūt eq̄lia laterib⁹.h.d.z.d.c.trianguli.h.d.c.z baſis.h.a. baſi.h.c.erit ꝑ.8.primi angul⁹.a.d.h.eq̄lis angulo.c.d.h.q̄re vterqȝ rect⁹ z qꝛ angulus.a.d.b.fuit etiā rect⁹ erit.a.d.h.eq̄lis.a.d.b.ꝑ.3.petitione ꝑmi ps videlicet toti qđ ē ipoſſibile.nō ē ergo cētrū dati circuli alicubi quā i pūcto.f.qđ ē propoſitū.









Propoſitio .2.

SUper circuli circūferentiam duobus punctis ſignatis.lineam rectam ductam ab altero ad alterum.circulum ſecare neceſſe eſt.

¶ Sit vt in circūferentia circuli.a.b.cuius centruꝫ ſit.c.ſignata ſint duo puncta que ſunt.a.⁊.b.dico ꝙ linea recta coniūgens vnū cum cum altero ſecabit circulum.Alioquin cadet extra circulum:ſitqꝫ.a.e.b.linea recta ſi poſſibile eſt:producā lineas.c.a.⁊.c.b.erūtqꝫ per.5.primi:angulus.c. a.b.⁊.c.b.a.equales:protrabam itē lineā.c.e.que ſecet circūferentiam in puncto.d. eritqꝫ per. 16.primi:angulus.a.e.c.maior angulo.c.b.e.quare maior angulo.c.a.e. quare per. 18.eiuſdem latus.a.c.maius latere.c.e.⁊ quia.c.d.eſt equalis.c.a.erit.c.d maior.c.e.pars toto quod eſt impoſſibile:quia ergo linea coniungens duo pūcta a.b.non tranſibit extra circulum ſecabit ipſum quod eſt propoſitum.

Propoſitio .3.

SI lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa ſecet.orthogonaliter ſup eam inſiſtere.⁊ ſi in eam orthogonaliter ſteterit. eam ꝑ equalia diuidere neceſſe eſt.

¶ Sit vt lineam.a.b.collocatā intra circulum.a.b.cuius centrum ſit c.linea.c d.veniēs a cētro diuidat ꝑ eq̄lia: dico ꝙ diuidit eam orthogonaliter.⁊ e conuerſo videlicet ſi diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia:producā lineas.c.a.⁊.c.b.⁊ ponā primo ꝙ diuidat eā per eq̄lia: erūt ergo duo latera.c.d. ⁊.d.a.trianguli.c.d.a.equalia duobus lateribus.c.d.⁊.d.b.trianguli.c.d.b.⁊ baſis.c.a.baſi.c.b.ergo per.8.primi:angulus.d.vnius eſt equalis angulo.d.alterius quare vterqꝫ rectus:quare.c.d.eſt perpendicularis ſuper.a.b.qđ eſt propoſitum. ¶ Ponam iterum ꝙ.c.d.ſit perpendicularis ſuper.a.b.⁊ oſtendam ꝙ ipſa diuidit.a.b.per equalia erit enim ꝓpter hanc poſitionē vterqꝫ angulorꝝ qui ſunt ad.d rectus quare vnus equalis alteri. At qꝛ ꝑ.5.primi angulus.c.a.d.eſt equalis angulo.c.b.d.⁊ latus.c.a.eq̄le lateri.c.b.per.26.primi:eiuſdem erit linea.a.d.equalis linee.d.b.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .4.

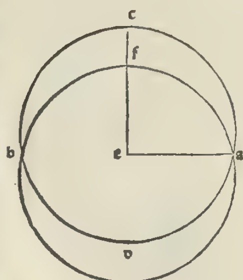
SI intra circulum due linee ſe inuicem ſecent. ⁊ ſuper centrū non tranſeant.nō per equalia eas ſecari neceſſe eſt.

¶ Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuiꝰ centrū ſit.e.due linee.a.c.⁊.b. d.ſecent ſe in pūcto.f.⁊ vtraqꝫ eaꝝ vel altera non trāſeat per centꝝ.dico ꝙ ipſe nō diuidunt ſeſe ꝑ equalia:ita ꝙ vtraqꝫ ꝑ equalia diuidat̄ ab altera.¶ Qđ ſi fuerit hoc poſſibile:ponat̄ ⁊ ſic primo vt neutra trāſeat ꝑ centrum a centro.e.producā lineā.e.f.eritqꝫ ꝑ primā premiſſe vnuſquiſqꝫ.4. angulorꝝ: qui ſunt.a.f.e.e.f.c.b.f.e.⁊.e.f.d.rectꝰ qđ ē impoſſibile:ſic eni rectꝰ eſſet minor recto. ¶ Sit igit̄ vt altera corꝝ trāſeat ꝑ centꝝ ⁊ altera nō:ſitqꝫ.b.d.trāſiens per centrum adhuc dico ꝙ nō diuidunt ſeſe per equalia:qđ ſi ſic.tunc ꝑ primā ꝑtē premiſſe:cū b.d.ducta a centro diuidat.a.c.per equalia diuidat eā orthogonaliter. quare etiā a.c.diuidet.b.d.orthogonaliter:⁊ qꝛ diuidit.a.c.ipſā.b.d.ꝑ eq̄lia vt ponit aduerſarius:ipſa tranſibit per centrum ꝑ correlarium prime huius:quare ambe tranſeunt per centrum quod eſt contra ypotheſim.

Propositio .5.

CIrculorum se inuicem secantium centra diuersa esse.

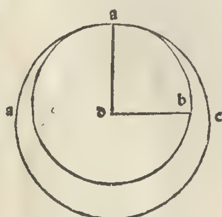
¶ Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b.secantes se super duo puncta.a.⁊.b Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim haberēt idem cētrum ipsū erit per diffinitionē in portione vtriq̄ circulo cōmuni: sitq̄ illud e.⁊ ducantur linee.e.a.⁊.e.f.c.eruntq̄ p̄ diffinitionē due linee.e.a.⁊ e.f.equales. ¶ Itemq̄ per diffinitionem due linee.e.a.⁊.e.c.equales: quare e.f. est equalis.e.c.cum vtraq̄ earum sit equalis.e.a.pars videlicet toti qd̄ est impossibile.



Propositio .6.

CIrculorum se se contingentium nō idem centrum esse necesse est.

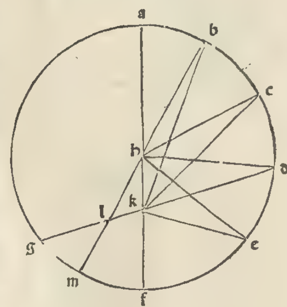
¶ Sint duo circuli.a.b.⁊.a.c.contingentes se in puncto.a. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum erit p̄ diffinitionem inter minorem eoꝝ cum minor positus fuerit itra maiorem: sitq̄ ipsum.d.⁊ ducantur linee.d.a.⁊.d.b.c.eritq̄ per diffinionem vtraq̄ duarum linearum.d.b.⁊.d.c.equalis.a.d.qd̄ est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra quorum sc̄ vnus est extra alterū: manifestum est per diffinitionem centri qd̄ ipsi non habent idem centrum.



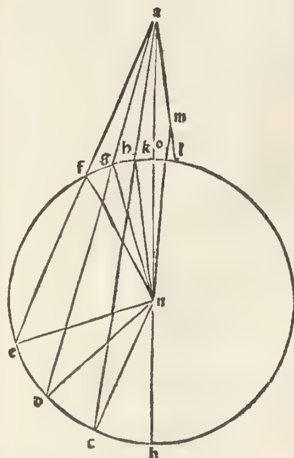
Propositio .7.

SI in diametro circuli punctus preter centrum signetur: ⁊ ab eo ad circūferentiam linee plurime ducātur. que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero dyametrum perficiet omnium erit breuissima. que autem centro proxime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tanto breuiores esse conueniet. ¶ Duas quoq̄ equidistātes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit vt in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.h.sit signatus punctus k.preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt.k.a.k.b.k.c.k.d.k.e.k.f.k.g.ad circumferentiam: ⁊ transeat.a.k.per centrum.h.⁊.k.f.sit complemētum dyametri: sitq̄ vt.k.e.⁊.k.g.equidistent a.k.f.hoc est dicere vt angulus.e.k.f.sit equalis angulo.f.k.g.dico q̄.k.a.est omnium longissima.⁊.k.f.omnium breuissima: alie vero tanto lōgiores quāto cētro ꝓpinquiores: vt.k.b.est longior. k.c.⁊ k.c.est longior. k.d.⁊.k.d.longior. k.e.⁊. k. e.⁊.k.g. sunt equales: quia enim in triangulo.h.k.b.duo latera.b.h.⁊.h.k.per.20.primi: sunt maiora latere.b. k .et ipsa sunt equalia linee.a.k.erit.a.k.maior b.k.⁊ eadem ratione maior omnibus alijs ⁊ hoc est primum. ¶ Itemq̄ quia in triangulo.e.h.k.duo latera .h.k.et. k. e.per eandem sunt maiora latere.h.e. quod est equale linee .h.f. ipsa erūt maiora linea.h.f. ergo dempta communi linea que est.h.k. remanebit .k.e.maior k.f.eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa ⁊ hoc est secundum. ¶ Itēq̄ q̄ duo latera.b.h.⁊.h.k.trianguli .b.h.k.sunt equalia duob⁹ laterib⁹ .c.h.⁊.h.k



trianguli.c.b.k.⁊ angulus.b.b.k.è maior angulo.c.b.k. erit p.24.primi basis .b.k.maior basi.k.c.eadē rōne.k.c.maior erit.k.d.⁊.k.d.maior.k.e. ⁊ hoc ē tertium ¶Qđ si due linee.k.g.⁊.k.e.nō sunt equales erit altera maior:sitqꝫ.k.g. de q̄ sumam.k.l.equalem.k.c.⁊ producā.b.l.quousqꝫ secet circūferentiam in puncto.m. ⁊ qr per ypothesim angulus.g.k.f.ē equalis angulo.f.k.e.erit per.13.primi:angulus.l.k.b.equalis angulo.c.k.b.⁊ duo latera.l.k.⁊.k.b.trianguli.l.k.b. sūt equalia duobus laterib⁹.c.k.⁊.k.b.trianguli.c.k.b.ergo p.4.primi basis.b.l. est equalis basi.b.e.⁊ qr.b.m.est equalis.b.c.erit.b.m.equalis.b.l.qđ ē impossibile.sunt ergo due linee.k.g.⁊.k.e.equales qđ est nostrū propositum.quartum



Propositio .8.

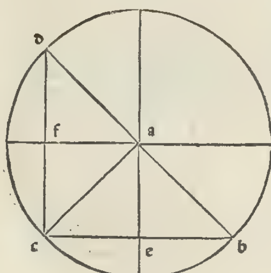
SI extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando.que super centrum transierit omnium erit longissima. ¶Centro autem propinquiores ceteris remotioribus lōgiores. ¶Linee vero partiales ad circūferentiaꝫ extrinsecus applicate:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiqꝫ propinquiores remotioribus breuiores.¶Due vero que linee breuissime vtrūqꝫ eque propinquāt equales sunt.

¶Sit vt in puncto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius centrum sit.n. ducātur plurime linee ad circūferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.b.c.a.g.d.⁊.a.f.e.Dico ꝙ.a.b.transiens per centrum omniū erit longissima.⁊ ꝙ.a.c.ē maior.a.d.⁊.a.d.maior.a.c.⁊ ꝙ.a.k.ē omniū breuissima extrinsecaꝝ: ⁊ ꝙ.a.b. est minor.a.g.⁊.a.g.minor.a.f.⁊ dico ꝙ si ducatur.a.l.ita ꝙ ipsa ⁊. a.b. equalit̄ distent ab.a.k.hoc est ꝙ angulus.k.a.b.sit equalis angulo.l.a.k.ipse erūt equales ¶Producā eni a cētro.n.lineas.n.c.n.d.n.c.n.f.n.g.⁊ n.b.erūtqꝫ per.20.primi duo latera.a.n.⁊.n.c.trianguli.a.n.c.maiora.a.c.⁊ qr ipsa sunt equalia linee.a.b erit.a.b.maior.a.c.eadeꝫ ratione erit maior omnibus alijs qđ est primum.⁊ quia duo latera.a.n.⁊.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.⁊.n.d. trianguli.a.n.d.⁊ angulus.a.n.c.est maior angulo.a.n. d. erit per.24.primi:basis.a.c.maior basi.a.d.⁊ eadē rōne erit.a.d.maior.a.e.qđ est scđm.¶Itēqꝫ quia in triāgulo.a.n.b.duo latera.a.b.⁊.n.b.sunt maiora.a.n.per.20.primi.⁊.b.n. ē equalis.n.k.erit per cōmunē sciam.a.b.maior.a.k.eadem rōne quelibet extrinsecus applicataꝝ maior erit.a.k.qđ est tertiuꝫ. ¶Item quia per.21.primi:due linee a.b.⁊.b.n.sunt minores duabus lineis.a.g.⁊.g.n.⁊.b.n.est equalis.g.n.erit per communem scientiam.a.g.maior.a.b.eadem rōne erit.a.f.maior.a.g.qđ ē quartum.¶Qđ si.a.l.non sit equalis.a.b.cum ipse sint equaliter distātes ab.a.k .erit altera maior:sitqꝫ.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.b.⁊ producam.n.o.m. quia ergo duo latera.m.a.⁊.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib⁹. b.a.⁊ a.n.trianguli.b.a.n.⁊ angulus.m.a.n.est equalis angulo.b.a. n.erit per.4.primi:basis.m.n.equalis basi.n.b.⁊ quia.m.o.est equalis.n.b.erit.n.o.equalis .n.m. pars videlicet toti qđ est impossibile ⁊ hoc est quintū

Propositio .9.

SI intra circulū puncto ſignato. ab eo plures q̄z due linee ducte ad circūferentiam fuerint equales. punctū illud centrum circuli eſſe neceſſe eſt.

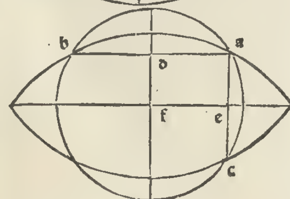
¶ Sit vt a puncto. a. ſignato intra circulū. b. c. d. ducte ſint. 3. linee. a b. a. c. a. d. ad circūferentiā quas pono ẽe equales dico punctum. a. eſſe centrū circuli. Producā enim duas lineas. c. b. ⁊. d. c. ⁊ diuidā vtrāq3 eaꝝ ꝑ eq̄lia. c. b. quidem in puncto. e. ⁊. d. c. in puncto. f. ⁊ producam. e. a. ⁊. f. a. quas applico circūferentie ex vtraq3 parte. eritq3 per. 8. primi vterq3 angulorū qui ſunt. a. d. e. eq̄l' alteri. igit̃ ꝑ. 13. vterq3 erit rect⁹. Silr quoq3 ꝑ eādē vterq3 anguloꝝ q̄ ſūt. a d. f. rectus: ergo per corelariū prime huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia ⁊ orthogonaliter ipſa tranſit per centrū. ſimiliter quoq3. a. f. tranſit per centrum. qua diuidit. d. c. per equalia ⁊ orthogonaliter. quare. a. ē centrū qd̓ eſt propoſitum



Propoſitio .10.

SI circulus circulum ſecet. in duobus tantum locis ſecare neceſſe eſt.

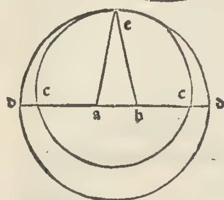
¶ Sint ſi poſſibile eſt duo circuli ſecantes ſe in pluribus q̄z in duobus locis ſuper. 3. puncta. a. b. c. producam lineas. a. b. ⁊. a. c. quas diuidam per equalia in punctis. d. ⁊. e. ⁊ producam a puncto. e. lineam. e. f. perpendicularem ſuper lineam. a. c: ⁊ a puncto. d. lineam. d. f. ꝑpendicularem ſuper lineam. a. b. ⁊ ſecent ſe due linee. e. f. et. d. f. i puncto. f. eritq3 per corelarium prime huius punctū. f. centrum circuli vtriuſq3 qd̓ eſt impoſſibile. per 5. huius.

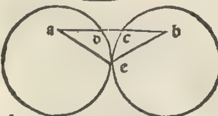


Propoſitio .11.

SI circulus circulum contingat. lineaq3 per centra eorum tranſeat. ad punctum contactus eaꝝ applicari neceſſe eſt.

¶ Si enim linea tranſiens per centra duorum circulorum. c. e. et. d. e ſeſe contingentium intra vl' extra. nō vadit ad locum contactus ſecet circūferentiam vtriuſq3: ſitq3. a. centrum circuli. e. d. et. b. centrū circuli. e. c. et ducatur linea recta. a. b. c. d. ſecans circūferentiam vtriuſq3: et ducantur linee a puncto. e. qui ſit locus contactus ad centra que ſint. e. a. e. b. eruntq3 in cōtactu interiori. ꝑ. 20. p̄mi due linee. e. b. ⁊. b. a. longiores. e. a. q̄re longiores. a d. eſt enim. a. centrū circuli. e. d. ⁊ q̄m. b. c. eſt equalis. e. b. q̄m. b. eſt centrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. qd̓ eſt impoſſibile. ¶ In cōtactu vero exteriori erūt due linee. a. e. ⁊. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. ⁊. c. b. maius erūt q̄ tota. a. b. qd̓ eſt falſum.

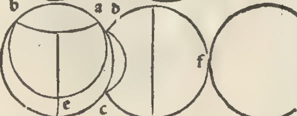


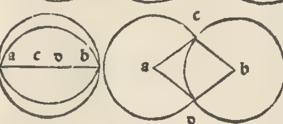


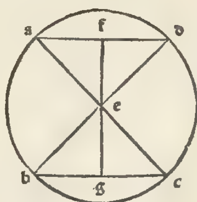
Propoſitio .12.

SI circulus circulum contingat ſiue intrinſecus ſiue extrinſecus. in vno tantum loco contingere neceſſe eſt.

¶ Si eni fuerit poſſibile. vt circulus circulū cōtingat in duob⁹ locis intra vl' extra cōtingat circulū. a. b. c. d. circulus. a. b. e. interi⁹ i duobus pūctis. a. b. vel exteri⁹ circulus. c. d. f. i duob⁹ pūctis. c. d. Cū ergo ducemus lineā rectā ab. a. ad. b. ſi ipſa cadat extra circulū. a. b. e. interiorē accidet ꝯtrariū ſecūde hui⁹. Qd̓ ſi ipſa cadat intra ipſū: cū diuiſerimus ipſā ꝑ equalia ⁊ eduxerim⁹ a pūcto diuiſionis ꝑpendicularē ad ipſā. fueritq3 applicata circumferentie ex vtraq3 ꝑte ipſa trāſibit ꝑ centrū amboꝝ circuloꝝ. quare accidet cōtrarium premiſſe. ¶ In circulo vero cōtingente exteri⁹ in pūctis. c. d. ſi ducam⁹ lineā rectā a puncto. c. ad punctū. d. neceſſe eſt accidere ꝯtrariū ƀe b⁹. quare vtrūq3 ipoſſibile





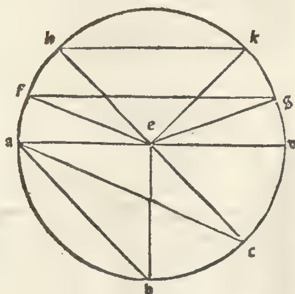


Propositio .13.

Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equidistare .⁊ si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

¶ Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuius centrum sit.e.due linee.a.b.⁊.c.d sint equales.dico ꝙ ipse equidistant a centro ⁊ econuerso. Producantur enim a centro.e.linee.e.f.⁊.e.g.perpendiculares ad.a. d.⁊.b. c. eritqꝫ per.2. partem tertie huiꝰ.a.d.diuisa per equalia.in.f.⁊.b.c.in.g:qꝛ ergo duo latera.e.d ⁊.d.a.trianguli.e.d.a.sunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.c.b.trianguli.e .c.b. ⁊ basis.e.a.basi.e.b.erit per.8.primi angulus.d.equalis angulo.c.⁊ qꝛ duo latera.e.d.⁊.d.f.trianguli .e.d. f.sunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.c.g.trianguli e.c.g. Nam.d.f.est equalis.c.g.eo ꝙ tota.a.d.posita est equalis. b.c.⁊ angulus d.est equalis angulo.c.erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi.e.g. ⁊ quia iste sũt ꝑpẽdiculares veniẽtes ad eas a cẽtro patet ꝑ diffinitionẽ:siue.4.huiꝰ ipsas eq̃liter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratũ enim.e.d.per penultimam primi valet quadrata duarum linearum.e.f.⁊.f.d.⁊ quadratum.e.c.quadrata duarũ linearũ que sunt.e.g.⁊.c.g.⁊ quia quadratum.d.e.est equale quadrato.e.c.⁊ quadratum d.f.quadrato.g.c.erit quadratũ.e.f.equale quadrato.e.g.quare.e.f.est equale.e. g.sicqꝫ patet idem. Sit ergo.e.f.equalis.e.g.qḋ est eas equaliter distare a centro. dico tunc ꝙ .a.d.est equalis.b.c.d.e.quadratis enĩ duarum linearum.e.d.⁊.e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e.f.⁊ .e.g. equalibus remanẽt per penultimam primi quadrata duarũ linearum.f.d.⁊.g. c.q̃ per cõmunẽ scientiam necesse est esse equalia:quare.f.d.est equalis.g.c.ergo duplum.f.d.qḋ est.a. d.est equale duplo.g.c.quod est.b.c.⁊ hec est scḋa pars propositi.

Propositio .14.



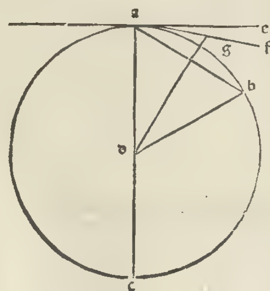
Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrũ eius omnium longissimam. eiqꝫ propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.e.cadant plurime linee que sint.a.b.a.c.a.d.f.g.h.k.sitqꝫ.a.e.d.diameter.dico ipsam esse longissimam ⁊ alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro.e. linee ad extremitates omnium que sint.e.b.e.c.e.f.e.h.⁊.e.k.eruntqꝫ per.20.primi duo latera.e.f.⁊.e.g.trianguli.e. f.g.longiora.f.g.⁊ quia ipsa sunt equalia.a.d.erit.a.d.maior.f.g.eadem ratione maior erit q̃ꝫ.a.c.quia.a.e.⁊.e.c. sunt maiora.a.c.⁊ equalia.a.d.ergo.a.d.maior est.a.c.sic quoqꝫ est maior.h.k. ⁊ maior etiã q̃ꝫ.a.b. Qḋ autem.f.g.sit maior.h.k. ⁊.a.c.a.b.patet:quia per.24. primi cum duo latera.f.e.⁊.e.g.trianguli.f.e.g.sint equalia duobus lateribꝰ.h.e. ⁊.e.k.trianguli.h.e.k.⁊ angulus.f.e.g.maior angulo.h.e.k.erit basis.f.g.maior basi.h.k.Similiter quoqꝫ quia.a.e.⁊.e.c.sunt equalia.a.e.⁊.e.b.⁊ angulus.a.e.c maior angulo.a.e.b.erit basis.a.c.maior basi.a.b.⁊ sic est propositum.

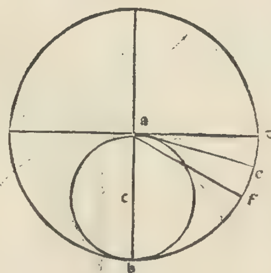
Propositio .15.

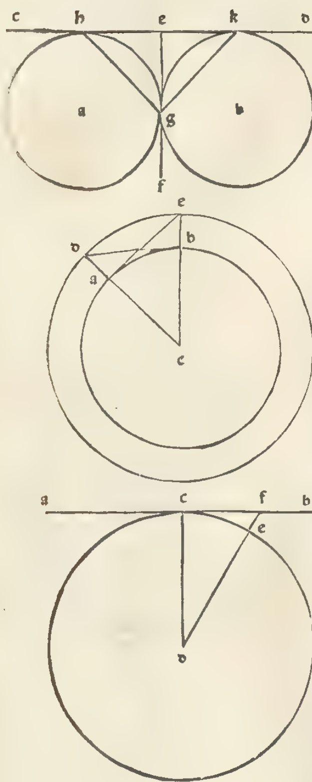
Si ab altero terminorũ diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur:extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atqꝫ inter illam ⁊ circulũ aliã lineã rectã ca

pi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa ⁊ circūferentia contentū. omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro ⁊ circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestū est omnem lineam rectam a termio diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.



¶ Sit vt a termio a diametri.a.c.circuli.a.b.c.cuiꝰ cētꝝ.d.ducat᷑ linea orthogonaliter: dico ꝙ ipsa cadit extra circulum. ⁊ ꝙ inter lineam illam ⁊ circūferentiā nulla alia recta linea itercipit᷑: ⁊ ꝙ angulus quē ipsa ⁊ circūferētia cōtinet ē minor omni angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. ⁊ ꝙ angulus cōtentus a diametro ⁊ circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. ¶ Si enim linea ducta. ab.a orthogonaliter super.a.c.lineam: potest cadere infra circulū. sit illa linea.a.b. ⁊ ducatur linea.d.b.eritqꝫ per.5.primi angulꝰ.d.a.b.equalis angulo.d.b.a. ⁊ quia angulus.d.b.a.est rectus per ypothesim.habebit triangulus.a.b.d.duos angulos rectos quod est impossibile.p.32.primi: ¶ Cadet ergo extra sitqꝫ.a.e.ꝙ si inter ipsam ⁊ circūferentiā pōt linea recta intercipi sit illa a.f.ad quā ducat᷑ perpendicularis.d.g. ⁊ quia angulus.d.g.a.est rectus.erit p.18. primi linea.a.d.longior linea.d.g.quod est impossibile.quare inter ipsam ⁊ circūferentiā nulla linea recta intercipiet᷑. ¶ Propter quod patet ꝙ angulꝰ cōtentus ab e.a. ⁊ circūferentia qui dicitur angulus contingentie ē minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cōtingentie equalis. aut eo minor cum omnis talis possit per equalia diuidi secūdū doctrinaꝫ.9.primi inter lineā.a.c. ⁊ circūferentiam posset linea recta itercipi ꝙ monstrauimus esse nō posse. per quod patet angulum contentum a diametro ⁊ circūferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. ¶ Corelariū patet per primam partem. Cum enim linea.a.c.in vtrāqꝫ partem erecta non secet circulum ⁊ tangat ipsum in puncto.a.ipsa est contingens ꝑ diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum ꝙ nō valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius. ⁊ per omnia media. ergo per equale. nec ista contingit reperire maius hoc ⁊ minus eodem ergo cōtingit reperire equale. hoc autem sic patet. Sit circulus.a.b. super centrum.c.cuius diameter .a.c.b. ⁊ ducatur ab eius termino a.linea.a.d.orthogonaliter: eritqꝫ contingens circulum per corelarium huius. Describat᷑ iterū sup pūctū.a.ꝺm quātitatē diametri.a.b.circulꝰ.b.e.d. ⁊ imaginet᷑ linea.a.b.moueri super punctum.a.per circumferentiam arcus.b.e.d.ita ꝙ punctum.b.numeret omnia puncta arcus.b.e.d.quousqꝫ perueniat ad lineam. a.d. ⁊ cooperiat ipsam. ⁊ quia angulus.b.a.d.est rectus: erit vt nō sit sumere aliquem angulum acutum cui equalē non fecerit linea.a.b.cum diametro .a.c.b. minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum dinumerans situm omnium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircumferentia . a.b . ⁊ diametro.a .c.b. ⁊ angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico ꝙ nullus in transitu ab acutis minoribus ad recto maiorē intermedius fuit ei equalis. Si eni fuerit aliquis: sit vt illū fecerit linea .a.b. cum punctus. b.fuit in puncto .c. arcus .b. e. d. quia ergo angulus





e.a.b.eſt equalis angulo ſemicirculi predicto:angulus aũt ſemicirculi ē ampliſſim⁹
omniũ acutoꝝ ꝑ vltimā partē huius:erit angulus.e.a.b.ampliſſim⁹ omniũ acuto
rũ:diuidatᷣ ergo angulus.e.a.d.ſicut propoſuit.9.primi ꝑ equalia ducta linea.a.f.
eritq₃ ꝑ cōceptionē angulus.f.a.b.āplior angulo.e.a.b.quare erit aliq̇d āpli⁹am/
pliſſimo quod ē ipoſſibile.¶Vel ſic cũ angulus e.a.b.ſit equalis angulo ſemicircu
li ſicut ponitᷣ.At angulus ſemicirculi cũ angulo cōtingētie ē equalis vni recto.Si/
militer quoq₃ angulus.e.a.b.cũ angulo.e.a.d.ē equalis vni recto:erit angul⁹.e.a
d.equalis angulo cōtingentie:⁊ q₂ angulus cōtingentie ē anguſtiſſimus omnium
acutoꝝ per.3.ꝑtem huius:erit ſimiliter angulus.e.a.d.ſibi equalis anguſtiſſimus
omniũ acutoꝝ.ſed angul⁹.e.a.f.ē eo anguſtior ꝑ cōceptionē:erit ergo aliquid an/
guſtius anguſtiſſimo quod ē impoſſibile:¶Non ergo erit angulus rectiline⁹ equa
lis angulo ſemicirculi ⁊ q₂ trāſitur a minori ad maius ⁊ non ꝑ equale. Itē q₂ eſt re
perire minorē eo ⁊ maiorē :patet inſtantia cōtra vtrāq₃ argumētationē predictam
Unde per interemptionem ad illud eſt reſpondendum.

POſſet probari quod angulus contingentie eſt diuiſibilis ſcōm lineā rectā vt
cōſtat per figurationē hic a latere poſitam.Certum ē ꝙ angulus qui cauſatᷣ ex
cōtactu duoꝝ circuloꝝ vel ſpaꝝ ē angulus contingentie ⁊ talis diuidatᷣ per lineā.e.
g: q₂ hic habetᷣ triangulus. h.g.k.cuius baſis.h.k.diuidatur per equalia in pun/
cto.e.⁊ protrahatᷣ verſus.g.contactum ⁊ arguitur per.4.primi. deinde ꝑ.26. hu/
ius ⁊ patet ꝓpoſitum.

Propoſitio .16.



Dato puncto ad datum circulũ lineā cōtingentē ducere.

¶Sit circulus datus.a.b.cui⁹centꝝ.c.punctuſq₃ datur.d.volo ergo
a puncto.d.ducere lineā ꝯtingentē circulũ.a.b.ꝓduco lineā.d.c.ſe/
cante₃ circũferentiā circuli.a.b.in puncto.a.ſup quā deſcribo circu/
lum.d.e.ſecũdũ quātitatē linee.d.c.concētricũ circulo.a.b.⁊ a pũcto
a.produco lineam.a.e.ꝑpendiculare₃ ad lineā.d.c.que ſecet circũferentiā circuli.d
e.in puncto.e. ⁊ ꝓduco lineā.e.c.ſecantē circũferētiā circuli.a.b.in puncto.b. de/
inde produco lineā.d.b.que erit cōtingens circulum.a.b.q₂ eni duo latera.a.c. et
c.e.trianguli.a.c.e.ſunt equalia duobus laterib⁹.b.c.⁊.c.d.trianguli.b.c.d.⁊ an/
gulus.c.ē cōis vtriq₃ erit ꝑ.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo .d.b.c. angu/
lus autem.e.a.c.eſt rectus quare angulus.d.b.c.eſt rectus:ꝑ correlarium ergo pre
cedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b .quod eſt propoſitum.

Propoſitio .17.



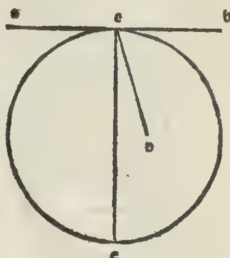
I circulum linea recta contingat a contactu vero ad cen/
trum linea recta ducatur.neceſſe eſt eam ſuper lineā con
tingentem eſſe perpendicularem.

¶Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius cētrũ ſit.d.in pun
cto.c.qui iungatur cũ centro per lineam.c.d. dico hanc eſſe perpen/
dicularem ſuper lineam contingentem.Si enim non eſt perpendicularis ad ipſā.
ſit ergo.d.f.perpendicularis ad eandem que ſecet circũferentiam circuli i puncto
e.eritq₃ vterq₃ angulorum qui ſunt.ad.f.rectus igitur per.18. primi linea. c.d.eſt
maior linea.d.f.quod eſt impoſſibile:Conſtat itaq₃.d.c.eſſe perpendicularem ſu
per.a.b.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .18.

SI circulũ linea recta cõtingat: ⁊ a cõtactu in circuluꝫ linea quedã orthoganaliter ducat̃. i eadẽ cẽtꝝ eẽ neceſſe ẽ.

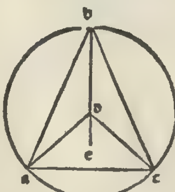
¶ Sit vt prius linea.a.b.contingens circulum.c.e.in puncto.c. ⁊.a contactu ducat̃ intra circulũ.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a.b.dico ꝙ centrum circuli eſt in linea.c.e.⁊ eſt cõuerſa prioris. Si eni non fuerit centrũ in linea.c.e.ſit alibi vbicunqꝫ cõtingat.ſitqꝫ.d.⁊ ꝓducat̃ linea.d c.eritqꝫ.d.c.per premiſſam perpendicularis ad lineã.a.b.qđ eſt impoſſibile cũ.e.c.poſita ſit perpendicularis ad ipſam:quare patet propoſitum.

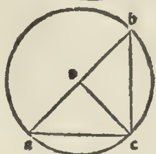


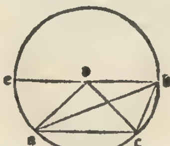
Propoſitio. 19.

SI intra circulum angulus ſupra centrũ conſiſtat: alius vero angulus ſupra circũferẽtiã cõſiſtẽs eãdẽ baſim habeat inferior ſuperiori duplus erit.

¶ Sit vt in circulo.a.b.c. cuius centrũ.d .fiat angulus. a.d.c.ſuper centrũ ⁊ angulus.a.b.c.ſup circũferentiã.ſitqꝫ vtriuſqꝫ anguli eadẽ baſis q̄ ſit arcus.a.c.dico angulũ.a.d.c.duplũ eſſe ad angulũ.a.b.c. ¶ Qđ ſic ꝓbatur. Aut eni due linee.a.b.⁊.b.c.icludũt duas lineas.a.d.⁊.d.c.aut altera earꝫ ſit linea vna cũ altera reliquarꝫ.aut etiã altera primarum ſecat alterã poſtremarũ ¶ Sit ergo primo vt includant eos vt in prima figuratione apparet.⁊ producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per.32.primi:angulus.a.d.e.extrinſecus equalis duobꝰ intrinſecis qui ſunt.b.a.d.⁊.a.b.d.anguli ⁊ quia ipſi ſunt equales per.5.eiuſdẽ erit angulus:a.d.e.duplus ad angulũ.a.b.d.ſimiliter quoqꝫ erit angulus.e.d.c. duplus ad angulũ.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus ẽ ad totũ angulũ. a.b.c.qđ eſt propoſitum. ¶ Qđ ſi altera duarꝫ linearum.a.b.⁊.b.c.fiat linea vna cũ altera duarꝫ linearꝫ q̄ ſunt.a.d.⁊.d.c.vt in ſecũda figuratione apparet.per eaſdẽ ꝑ quas prius:⁊ ſimili mõ liquet ꝓpoſitum. ¶ Qđ ſi altera duarum primarꝫ ſecet alteram duarum poſtremarum.vt in.3.figuratione apparet.vbi linea.a.b.ſecat lineã.d.c. producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per eaſdeꝫ quas prius aſſumpſimus ⁊ ſimili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulũ.d.b.a.⁊ totus angulus.e.d.c.duplus ad totũ angulũ.d.b.c.quare angulus.d.b.c.duplꝰ ẽ ad angulũ.a.b.c. qđ eſt propoſitum.



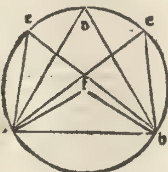




Propoſitio .20

SI in vna circuli portione anguli ſuper arcum conſiſtant angulos quoſlibet eſſe equales neceſſe eſt.

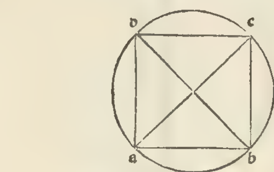
¶ Sit vt in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius centrum.f.cõſiſtant quoſlibet anguli ſuper arcum.a.d.b.qui ſũt.c.d.e.dico eos eẽ equales.protrahatur eni corda.a.b.⁊ ab eius extremitatibus :ducantur in centrum linee.a.f.⁊.b.f.eritqꝫ per premiſſam angulus.f. conſiſtens ſuper centrũ ad vnũquẽqꝫ eorum.duplus:quare ipſi ſunt equales:qđ eſt propoſitum.



Propoſitio .21.

SI intra circulum quadrilaterũ deſcribat̃. quoſlibet eius duos angulos ex aduerſo collocatos duobus rectis angulis equos eſſe neceſſe eſt.

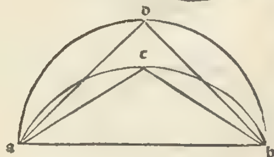
¶ Sit quadrilaterũ.a.b.c.d.inſcriptũ circulo.a. b.c.d. dico quoſqꝫ duos eiꝰ angulos ex aduerſo collocatos eẽ eq̄les duobꝰ rectis.ꝓtrahant̃ eni in q̄drilatero diamertri.a.c.b.d.eritqꝫ ꝑ premiſſã angulus. c.b.d. eq̄lis



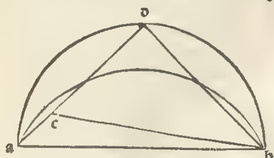
anguło.c.a.d.⁊ angulus.a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.d.erit eq̄lis duo/bus angulis qui ſunt.a.c.d.⁊.c.a.d.⁊ quia ipſi cum angulo.a.d.c. ſunt eq̄les duobus rectis.per.32.pͥmi: erunt duo anguli.b.totalis.⁊.d.totalis equales duob⁹ rectis quod eſt propoſitum.Similiter quoqꝫ probabitur angulos. a.⁊.c. totales eſſe equales duobus rectis.

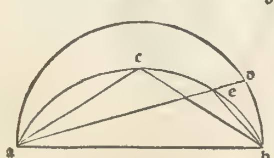
Propoſitio .22

DUas circuli ſimiles portiones inequales.ſuper vnam re/ctam lineam aſſignatã.ex eadẽ parte cadere impoſſibile ē



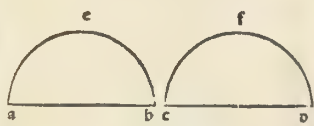
¶Sit linea recta aſſignata.a.b.ſup quã fiat portio circuli.a.c.b.di/co ꝙ ſup eandem lineã ex parte eadem non fiet alia portio que ſit ſi/milis huic.⁊ ea maior aut minor.¶Qd̓ ſi fuerit hoc poſſibile fiat er/go portio.a.d.b.maior ea que tamen ſit ſimilis ei.fiat ergo angulꝰs.a.c. b.ĩ por/tione minori.⁊ angulus.a.d.b.in maiori.erit ergo vt linee.a.d.⁊ .d.b. includant lineas.a.c.⁊.c.b.vt pꝫ i figuratiõe pͥma.Aut vt altera primarum fiat eadem cum altera poſtremaꝝ.vt in ſcd̃a.aut vt altera ſecet alteram vt in tertia.¶Qd̓ ſi fuerit primo mõ erit per.21 . pͥmi: ãgulus.c.maior angulo.d.nõ ergo ſũt portiones ſi/miles per diffinitionẽ. Qd̓ ſi ſcd̃o modo erit ad huc angulus.c.maior angulo.d. per. 16.eiuſdem.nec ſic igiṫ erũt portiones ſimiles.Si aũt tertio modo ſit ut linea a.d.ſecet lineam..c.b.⁊ ſecet circũferentiam portionis minoris in puncto.e.⁊ du/caṫ linea.e.b.eritqꝫ ꝑ eãdẽ. 16.pͥmi:angulus.a.e.b.ꝯſiſtẽſ i portiõe.a.c.b.maior ãgulo.d.ſꝫ.e.ẽ eq̄lis.c.ꝑ.20.h⁹ q̄re.c.ẽ maior.d.q̄re nullo mõ ſiĺes. ¶Siĺi quoqꝫ mõ ꝓbabis ꝙ ſup lineã. a.b.nõ fiet portio ſiĺis portioni.a.c.b.mior.e.a.poſito.c in loco.d.⁊.d.in loco. c.in figurationibus predictis.erit eni per premiſſas ſcꝫ per 21.⁊.16.pͥmi:⁊ premiſſo modo angulus.d.omniũ figurationũ maior angulo.c. quare portiones nõ erũt ſimiles.¶Et nota ꝙ licet proponatur ſuper lineam vnaꝫ nõ poſſe fieri portiones ſimiles inequales ex eadem parte.verum eſt tamẽ ꝙ nec ex diuerſis qd̓ licet probare minori que eſt ex vna parte ſuppoſita maiori que ē ex alia.neceſſe eni.erit per cõmunem ſciam ipſam a maiori excedi. non ergo ſunt ſi/miles per hanc.22.





Propoſitio .23.

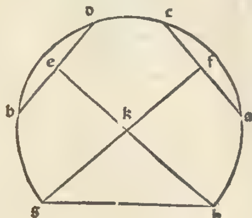
SI circulorum ſimiles portiones ſuper lineas equas fue/rint.ipſas portiones equales eſſe neceſſe eſt.



¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equales ſuper quas ſint due portiones circulorum.a.e.b.c.f.d.que ſunt ſimiles.dico ꝙ ipſe ſunt equales. ſi enim non ſunt equales altera earum ſuppoſita alteri excedet ma/ior minorem. ſed linea .a.b.non excedet lineam.c.d.nec excedetur ab ea: cum ſint equales.quare accidit contrariuꝫ ꝑmiſſe qd̓ ē impoſſibile.erũt eni.a.b.⁊.c.d.linea vna.

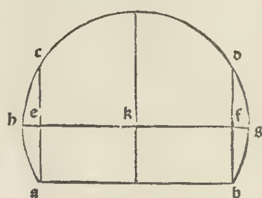
Propoſitio .24.

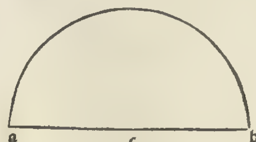
DAti ſemicirculi.ſiue ſemicirculo maioris minoriſue porti/onis circulum perficere.

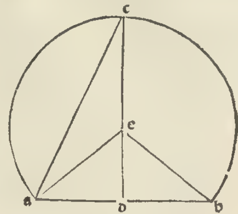


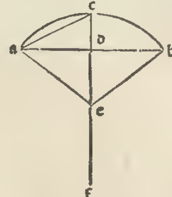
¶Intentum per hanc cõcluſionẽ eſt ex omni arcu dato ſiue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo.a.b. quilibet arc⁹

ex quo volo perficere circulum protrabam in eo duas lineas qualitercunq; cõtingat que sint.a.c.z.b.d.quas diuidam per equalia.a.c.quidã i puncto.e.z.b.d.in puncto.f.z protrabam.c.g.perpendicularem ad.a.c.z.f.b.perpendicularem ad b.d.que secent se in puncto.k.eritq; per corel.prime huius centrũ circuli in vtraq; linearum.c.g.z.f.b.quare centrum est punctũ.k.Si autem.e.g.non secet.f.b. sed sint linea vna.quẽadmodũ erit si due linee.a.c.z.b.d.sint equidistantes tunc ipsa applicabit̃ circũferẽtie dati arc⁹.ex vtraq; pte ipsa igit̃ diuisa p mediũ i pũcto k.erit ibi centrũ circuli per idem corel.Equidistantes autem non erũt.c.g.z.f.b. quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictum corel.essent eiusdem circuli duo centra.Sic potest de omni arcu siue de omni portione cõmuniter demõstrari qualiter inde circulus perficiatur.¶Quia tamen auctor videt̃ hanc cõclusionẽ variare fm diuersas species arcuũ omniũ portionũ enumerãdo species:demõstrabim⁹ diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ.a.b.portio data semicirculus.eritq; per diffinitionẽ semicirculi.linea.a.b. diametri.ea igitur diuisa per medium in puncto.c.erit.c.centrũ circuli.¶Sit rursus portio.a.c.b.semicirculo maior cuius corda sit.a.b.quã diuido per equalia in puncto.d.a quo duco.d.c.perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum per corel.prime huius:z protrabo lineam.a.c.z quia linea.a.b.est minor diametro cum sit.a.c.b.portio maior semicirculo:erit.a.d. minor semidiametro.sed.d.c est maior semidiametro. ergo.d.c.est maior q̃ .a.d.ergo per.19.primi: angulus c.a.d.est maior angulo.a.c.d.fiat itaq; per.23.primi:angulus.c.a.e equalis angulo.a.c.d.producta linea.a.e.que secet lineam.c.d.in puncto.e.eritq; p sextã primi.linea.a.e.equalis linee.e.c.producat̃ igitur linea.c.b.eritq; per.4.primi linea e.b.equalis linee.a.e.quare tres linee.e.a.e.b.e.c.sunt equales ergo per.9.huius e.est centrum circuli.¶Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo.cuius corda sit a.b.quã diuido per equalia in puncto.d.a quo produco lineam.c.d.e.perpendicularem ad lineã.a.b.que secet circũferentiam in puncto.c.hãc manifestũ est transire per centrum per corelarium prime huius.produco iterũ lineam.a.c:eritq; angulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d.si est equalis erit portio.a.c.b.semicirculus.z si minor erit maior semicirculo:positũ est autẽ q̧ sit minor.produco igitur lineã.a. e.que cum linea.a.c.faciat angulũ equalem angulo.c.z secet lineam.c.f.in puncto e.z manifestũ ẽ q̧ punctum.e.cadat extra datam portionẽ.z produco lineam.e.b z quia angulus.a.totalis est equalis angulo.c.erit per.6.primi linea.e.a.equalis linee.e.c.z quia per quartã primi linea.e.b.est equalis linee. e.a. erit per.9. huius punctũ.e.centrum circuli quare patet propositum fm omnes species portionum circuli.





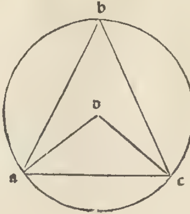


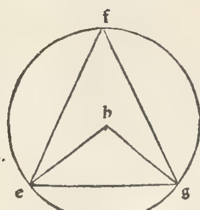


Propositio 25.

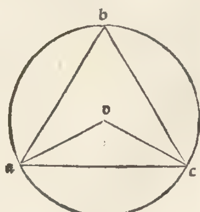
Si in equis circulis seu super centra.seu sup circũferẽtias equales anguli consistant.super equos arcus eos cadere necesse est.

¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrũ.d.z.e.f.g.cuius centrũ.h.z fiãt supra cẽtra eoꝝ duo anguli.a.d.c.z.e.h.g. qui ponant̃ equales.dico duas arcus.a.b.c.z.e.f.g.esse equales.protrabantur due linee.a.c. z.e.g.z fiant duo anguli in circũferentiis ipsoꝝ consistentes supra predictos arcus qui sint angulus.a.b.c.z angulus.e.f.g.quia ergo circuli sunt equales. erunt





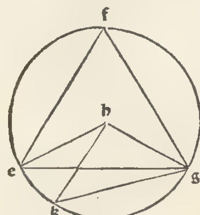
per diffinitionez equalium circulorum semidiametri equales: ⁊ quia duo anguli .d ⁊ .h. sunt equales erit per .4. primi: linea .a.c. equalis linee .e.g. ⁊ per .19. huius erit angulus .b. equalis angulo .f. cum .d. angulus sit equalis angulo .h. ergo per diffinitionem similium portionum due portiones .a.b.c. ⁊ .e.f.g. sunt similes: ⁊ q2 ipse sunt sup lineas .a.c. ⁊ .e.g. equales ipse erunt equales per .23. huius: quare arc⁹ .a.b.c. ⁊ .e.f.g. sunt equales. Qꝺ si anguli .b. ⁊ .f. qui sunt in circũferentia ponantur equales erunt per diffinitionẽ portiones similes ⁊ anguli .d. ⁊ .h. equales p .19. huius: ⁊ quia circuli sunt equales per positionem erunt per .4. primi: due linee .a.c. ⁊ .e.g. equales quare ut prius portiones equales per .23. huius cum sint similes ⁊ super equales lineas. igitur ⁊ arcus equales: quod est propositum.



Propositio .26.

Si in equis circulis equi sumãtur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eoꝝ seu supra circumferẽtias cõstituãtur equos esse necesse est.

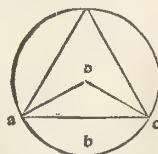
¶ Sint ut prius duo circuli .a.b.c. cuius centrũ .d. ⁊ .e.f.g. cui⁹ centrũ .h. sintq3 duo arcus .a.b.c. ⁊ .e.f.g. equales fiantq3 super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint .d. ⁊ .h. ductis .a.d.c.d.e.h.g.h. Itemq3 super eosdem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint .b. ⁊ .f. ductis lineis .a.b.c.b.e.f. ⁊ .g.f. dico duos angulos .d. ⁊ .h. adinuicẽ eẽ eq̃les Itẽq3 duos .b. ⁊ .f. adinuicem esse equales ⁊ est hec conuersa prioris. si enim non sunt .d. ⁊ .h. anguli adinuicem equales: sit ergo .h. maior a quo abscindatur angulus .k.h.g. qui sit equalis angulo .d. eritq3 per premissam arcus .k.e.f.g. equalis arcui .a.b.c. sed duo arcus .a.b.c. ⁊ .e.f.g. positi sunt equales: accidet ergo partẽ esse equalem toti: quod ẽ impossibile: quare anguli .d. ⁊ .h. totales sunt equales. ¶ Simili quoq3 modo probabis angulos .b. ⁊ .f. esse equales. Vel si maius probato q anguli .d. ⁊ .h. sint equales. sequitur .b. ⁊ .f. esse equales per .19. huius ⁊ econuerso.

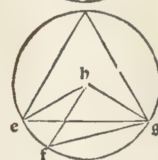


Propositio .27.

Si in circulis equalibus eque linee arcus resecent. arcus quoq3 equos esse. si autẽ linee ĩequales fuerint arc⁹ quoq3 inequales. ⁊ a maiore linea maiorem arcum: a minore vero minorem abscindi necessariũ est.

¶ Sint duo circuli equales .a.b.c. cuius centꝝ .d. ⁊ .e.f.g. cui⁹ cẽtruz .h. sitq3 corda .a.c. eq̃lis corde .e.g. dico duos arcus .a.b.c. ⁊ .e.f.g. quos p̃dicte corde ex predictis circulis resecant esse equales. Qꝺ si corda .e.g. ponat̃ maior corda .a.c. dico arcũ .e.f.g. esse maiorẽ arcu .a.b.c. Primũ quidem sic probat̃ ducantur a centris linee ad extremitates cordaꝝ que sint .d.a.d.c.h.e.h.g. ⁊ quia circuli positi sunt fore eq̃les. erũt hec semidiametri equales. ⁊ q2 linea .a.c. posita est equalis linee .e.g. erit per .8. primi: angulus .d. equalis angulo .h. totali: quare per .25. hui⁹ erit arcus .a.b.c. equalis arcui .e.f.g. sicq3 patet primum. scꝺm sic. sit .e.g. maior .a.c. eritq3 per .25. primi angulus .h. maior angulo .d. fiat ergo angulus .f.h.g. eq̃lis angulo .d. eritq3 per .25. huius arcus .f.g. equalis arcui .a.b.c. quare arcus .e.f.g. est maior arcu .a.b.c. quod est scꝺm. ꝓpositũ.



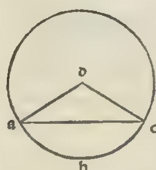


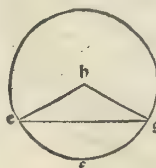
Propositio .28.



Irculorum equalium equos arcus. equas cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrum.d.z.e.f.g .cui⁹ centrum.h.sitq; arcus.a.b.c.equalis arcui. e.f.g. dico q corda.a. c.est equalis corde.e.g.z est hec conuersa prime partis premisse. ¶ Ducant̃ linee.d.a.d.c.h.e.h.g.eruntq; per.26.huius anguli.d.z.h.equales:quare p quartam primi:erit.a.c.equalis.e.g.quod est propositum. Quecunq; autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.



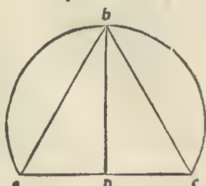


Propositio .29.



Atum arcum per equalia diuidere.

¶ Sit datus arcus.a.b.c.cui subtendatur corda.a.c.que diuidat̃ per equalia i̇n puncto.d.a quo ducatur perpendicularis ad ipsa; que sit.d.b.secans circũferentiam dati arcus in puncto.b.quẽ dico diuidere datum arcum per equalia.ducantur enim linee.b.a.b.c.que erũt eq̃les per.4. primi quare p primã partem.27.hui⁹ arcus.a.b.erit equalis arcui.b.c. quod est propositum.

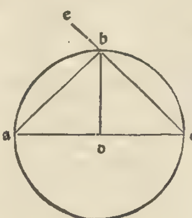


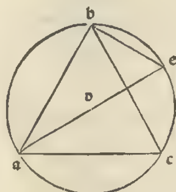
Propositio .30.

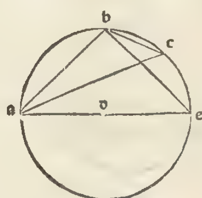


I rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat.rectus est.Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq; omnis portionis angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

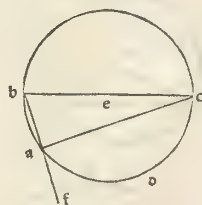
¶ Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.z diameter.a.d.c.semicirculus. a.b.c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus.a.b.c.ductis lineis.a.b.z.b.c.dico illum angulum esse rectum.protrahatur ab ipso angulo in centrum linea .b.d. eritq; per quintã primi: angulus.a.b.d.equalis angulo.a.z angulus.d.b.c. equalis angulo.c.z quia ãgulus.c.d.b.ẽ equalis duobus angulis.d.b.a. z.a.per.32.p̃mi:ipse erit duplus ad angulum.d.b.a.eadem ratione angulus.a.d.b.dupl⁹ erit ad angulum.d.b.c.ergo duo anguli.c.d.b.z.a.d.b.dupli sunt ad totalem angulum.a.b.c.sed ipsi sunt equales duobus rectis. per.13.primi: erit igitur angulus a.b.c.totalis medietas duorum rectorum:quare rectus quod est primum propositum. ¶ Idẽ aliter protrahatur.b.c.vsq; ad.e.eritq; per.32.primi:angulus .a.b.e.equalis duobus angulis.a.z.c.z quia angulus.a .est equalis angulo .a.b. d.et angulus.c.angulo.c.b.d.erit angulus.a.b.e.equalis totali ãgulo.a.b.c.ergo vterq; eorum est rectus per diffinitionem. ¶ Scdo sic patet:sit in circulo. a.b.c. cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo:z fiat super eius cirferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.z.b.c.dico illum angulum esse minorem recto.ducantur enim diametri.a.d.e.z linea.e.b.eritq; per primam partem huius.b.totalis rectus.quare angulus.a.b.c.erit minor recto per cõmunem scientiam cum sit pars eius:sicq; patet scdm. ¶ Tertium sic.Sit rursus in circulo. a.b.

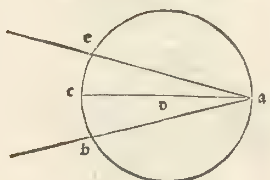






c.cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.que sit semicirculo minor: ⁊ fiat super eius circumferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.⁊.b.c.dico hunc an/gulum esse maiorem recto.producantur enim diametri a.d. e .⁊ linea.b.e. eritq; per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus. a.b.c. erit ma/ior recto quod est tertium propositum.¶Quartum ⁊ quintum sic. Sint in circulo a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo ⁊ por/tio.a.d.c.cuius cadē corda.a.c.minor semicirculo dico angulū contentum ab arcu b.a.⁊ corda.a.c.esse maiorem recto ⁊ angulum contentum ab arcu .d.a. ⁊ corda a.c.esse minorem recto.producantur diametri .c.e.b.⁊ linea.b.a.vsq; ad.f.eritq; per primam partem huius angulus.b.a.c.rectus.quare per.13.primi angulus.f. a.c.est similiter rectus.Quia igitur angulus rectus est primi ⁊ secūdus pars recti euidenter patet vtrūq;.quare tota liquet hec pēthamembris conclusio. ¶ Ex istis autem duobus vltimis partibus nota etiā instantiam contra illas duas argumē/tationes ad quas tulimus instantiam.in.15.huius.transitur enim ab angulo por/tionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius ad an/gulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius.non tamen per equale.Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo.aut minor:sit autem tam angulus semicirculi per primam par/tem.15.quā angulus portionis minoris per vltimā partē huius minor recto. por/tionis vero maioris sit maior recto.⁊ tñ nō erit alicui⁹portionis āgul⁹.nec simpl'r aliquis contentus a circumferentia.⁊ linea recta nec rect⁹nec eq̄lis recto.Qd ut cla rius pateat sit i circulo.a.b.c.cuius centrum.d.linea.a.b.cui non sit determinatus finis ex parte.b.secans ex ipso portionē semicirculo minorē.eritq; per vltimā par tem huius minor recto.huius circuli sit diameter.a.d.c.⁊ imaginetur linea. a.b. moueri ad partem.c.super punctū.a.que quādiu fuerit citra.c.vel in ipso.c.coopi ens diametrum.a.d.c.faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem pūcto vltra.c.velut in.e.faciet p penult ptem h⁹ angulū maiorē recto.trāsit ergo a minori ad maius non per equale.⁊ sicut in rectilineis angulis est reperire maiorē angulo semicirculi ⁊ minorem.non tamē equalem ut mōstratū ē .i.15.huius:sic in angulis portionis est reperire maiorem recto ⁊ minorem non tamen equalem :vt patet ex ista demonstratione.

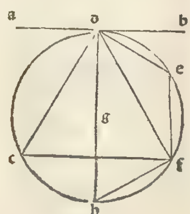




Propositio .31.



SI circulum linea recta contingat ⁊ a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum du/catur quoscunq; duos angulos cum contingēte facit.duo bus angulis qui in alternatis circuli super arcus consi/stunt portionibus:equales sunt.



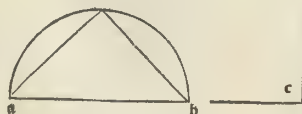
¶Sit recta linea.a.b.contingens circulum.c.d.e.f.cuius centrū.g .in puncto.d. a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea.d.f.secans ipsum.fiantq; angu lus.d.c.f.consistens super arcum portionis.d.c.f.ductis lineis.c.d.⁊.c.f. ⁊ angu lus.d.e.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.c.d.⁊.c.f.dico an gulum.c.esse equalem angulo.b.d.f.⁊ angulum.e. angulo. a.d.f. ducantur enim diametri.d.g.h.⁊ linea.f.h.eritq; per.17.huius.d.h.perpendicularis super. a.b. ⁊ per primam partem premisse angulus.d.f.h.rectus.quare duo anguli.a. d.h.⁊

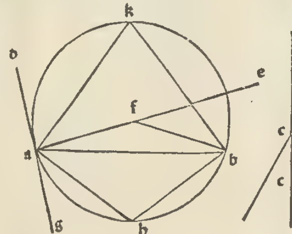
d.f.b.ſunt equales.poſito ergo cōmuni angulo.b.d.f:erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui ſunt.d.f.b.ꝛ.b.d.f.ſed hi duo cum angulo.b. ſunt equales duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b. equales duobus rectis.ſed angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualet duobus rectis per.13.primi:ergo angulus.b.d.f.eſt equalis angulo.b.ergo ꝛ angulo. c.per.20.huiꝰ ꝛ hoc eſt primum.ꝛ quia duo anguli.c.ꝛ.e.ſunt equales duobus rectis per.21. huiꝰ erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod eſt ſcōm. Uel iſtud ſcōm ſit angulus. a.d.f cum angulo.b.equiualet duobus rectis.vt premonſtratum eſt.ſed angulus.e.cum angulo.b.equiualet duobus rectis per.21.huius.ergo angulus.e.eſt equalis angulo.a.d.f.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .32.

Super datam lineam.circuli portionē deſcribere capientem angulum.dato angulum equalem.ſeu rectum. ſeu maiorem ſeu minorem recto.

¶ Sit.a.b.linea data ꝛ.c.datus angulus ſuper lineam a.b.volo deſcribere vnā circuli portionē recipiētē i circūferētia rectilineū angulū equalem angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuiſa.a.b.p medium deſcribam ſuper eam ſemicirculum.factumqꝫ erit propoſitum.per primam partem.30. huius.¶ Si autē ſit obtuſus ductā lineam.d.a.cum linea.b.a. continentē equalē angulum angulo.c.ꝛ a puncto.a.ducam lineam.a.e.perpendicularem ſup lineam a.d.ꝛ ſuper punctū.b.faciā angulū p.23.p̄mi equalē angulo.e.a.b.i quo obtuſus excedet rectum.ducta linea.b.f.vſqꝫ ad perpendicularem.a.e.eruntqꝫ per.6.p̄mi: linee.f.a.ꝛ f.b.equales:facto itaqꝫ pūcto.f.centro circuli deſcribam ḃm quantitatem linee.f.a:circulum.a.b.h.eritqꝫ per correl.15.huius linea.a.d.contingens circulum.quare per premiſſam angulus qui fit in portione.a.h.b.eſt equalis angulo.d.a.b.quare ꝛ angulo.c.quod eſt propoſitum.¶ Si autem angulus.c. ſit acutus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equalem angulo.c.ꝛ a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.ꝛ ſuper punctum b.faciam angulum equalem angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutū.ducta linea b.f.vſqꝫ ad perpendicularem.a.e.eruntqꝫ per.6.primi linee.f.a.ꝛ.f.b.equales: facto itaqꝫ puncto.f centro circuli.deſcribam ḃm quantitatem linee.f.a.circulum.a.k.b.eritqꝫ per corelarium.15.huius linea.a.g.contingens circulū.quare per premiſſam angulus qui fit in portione.a.k.b.eſt equalis angulo.g.a. b. quare ꝛ angulo.c.quod eſt propoſitum.

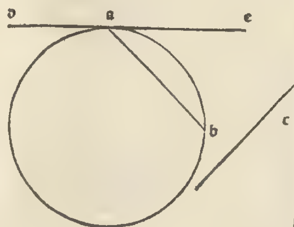


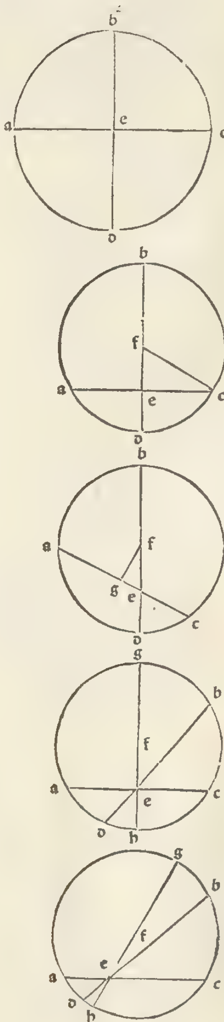


Propoſitio .33.

A Dato circulo:dato angulo. equum angulum capientem portionem abſcindere.

¶ Sit.a.b.datus circulus.et.c.datus angulus.volo ergo a circulo.a b.abſcindere portionem vnam capientem equalēꝫ angulum angulo.c.produco lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in puncto.a.a quo ducto in circulum lineam.a.b.continentem cum linea .a.e. angulum equalem angulo.c.eritqꝫ per.31.huius portio.a.b.exiſtens a parte linee.a.d.recipiens angulum equalem angulo.c.quod eſt propoſitum.





Propositio .34.

SI intra circulū due recte linee sese inuicem secent. quod sub duabus partibus vnius earū procedit. equū est ei rectāgulo qd sub duabus alterius linee ptibus cōtinetur.

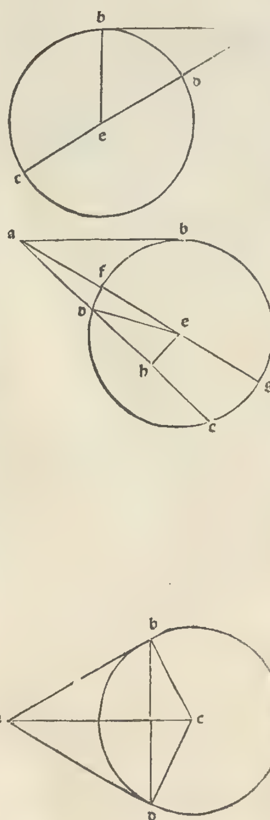
¶ Sint due linee. a. c. & b. d. secantes se in circulo a. b. c. d. super pūctū e. dico quod illud rectangulum qd fit ex. a. e. i e. c. equum est ei qd fit ex b. e. in e. d. aut enim ambe linee a. c. & b. d. transibūt p centrum circuli aut altera tm̄ aut neutra. quod si ambe transeant per centrū. erit. e. centrum circuli. omnesq; 4. linee equales: quare liquet ppositum. ¶ Qd si altera earū tantum transit per centrū sit illa. b. d. centrumq; circuli sit. f. aut ergo. b. d. secabit a. c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia: eritq; per primā partē. 3. huius secans eā orthoganaliter. ducatur itaq; linea. f. c. eritq; per. 5. secundi qd fit ex. b. e. in. e. d. cū quadrato. e. f. equale quadrato linee. f. d. quare & quadrato linee. f. c. ergo per penultimam primi & quadratis duarū linearum. f. e. & e. c. dempto ergo vtriq; quadrato. e. f. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale quadrato linee. e. c. & quia. e. c. ē equalis. a. e. patet propositum. ¶ Qd si. b. d. transiens per centrum secat. a. c. per inequalia a centro. f. ducatur. f. g. perpendicularis ad. a. c. eritq; per secundam partem tertii huius. a. g. equalis. g. c. & ducatur linea. f. c. eritq; per. 5. secundi quod fit ex. b. e. in. e. d. cū quadrato. e. f. c. & ideo per penultimā primi cū quadratis duarum linearum. f. g. & g. e. propter id qd angulus. f. g. e. ē recto & ē equalis quadrato linee. d. f. & ideo linee. f. c. propter quod per penultimā primi & quadratis duarum linearum. f. g. & g. c. dempto ergo vtriq; quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. i e. d. cum quadrato linee. g. e. equale quadrato linee. g. c. sed per. 5. secundi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum quadrato linee. g. e. est equū ei quod fit ex: a. e. in. e. c. cum quadrato eiusdem. g. e. dempto igitur vtriq; quadrato linee. g. e: erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale ei quod fit ex. a. e. in. e. c. quod est propositum. ¶ Qd si neutra earū transit per centrum siue altera diuidat alterā per equalia siue per inequalia. producam lineam. g. f. e. h. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per equalia. ut. b. d. a. c. tūc. g. h. diuidit etiā. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modū huius conclusionis quod fit ex. g. e. in. e. h. equum est ei quod fit ex. a. e. in. e. c. & per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in. e. h. equum est ei quod fit ex: b. e. in. e. d ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod est propositum. ¶ At si neutra diuidit alterā per equalia erit per tertiū modū hui9 cōclusiōis qd fit ex. g. e. in. e. h. eq̄le vtriq; eorum que fiunt ex. a. e. in. e. c. & b. e. in. e. d. quare vnum eorum erit equale alteri: quod est propositum.

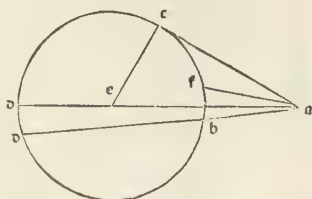
Propositio .35.

SI extra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circulū alia linea secās. alia contigens due recte linee ducant̄ qd sub tota secante. atq; parte sui extrinseca continet̄ equū est ei quadrato qd ex contingente linea describitur.

Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrū. e. a quo

ducantur ad circulum due linee.a.b.contingens.⁊.a.c.d.secās.dico ꝙ illud quod fit ex.a.c.in.d.a.equum est quadrato linee.a.b.aut enim.a.d.c. transit per cen/trum aut non transeat:ergo primo per centrum quod est.e.⁊ ducatur linea. e.b. que per.17.huius perpendicularis erit super lineam.a.b.⁊ quia linea. d.c. diuisa est per equalia in puncto.e.⁊ est ei addita linea.d.a.erit per sextam secundi quod fit ex.c.a.⁊.a.d.cum quadrato linee.e.d.⁊ ideo cum quadrato linee. e.b. equale quadrato linee.e.a.⁊ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linea rum:e.b.⁊.b.a.propter id quod angulus.b.est rectus.dempto ergo vtriqꝫ qua/drato.e.b.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale quadrato linee.a.b.quod est propo situ̅.¶Qd si linea.a.d.c.non transit per centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centrū ⁊ ducāt̄ linee.e.d.⁊.e.b.⁊ sit.e.b.ꝑpendicularis ad.a.d.c.eritqꝫ p.3.huius d.b.equalis.b.c.quia ergo linea.d.c.diuisa est per equalia in puncto.b. ⁊ addita sibi linea.a.d.erit per.6.secundi quod fit ex.c.a.in.a.d.cum quadrato.d.b. equa le quadrato linee.a.b.ergo addito vtriqꝫ quadrato.b.e.erit quod fit ex.c.a.in .a. d.cum quadratis duarum linearum.d.b.⁊.b.e.⁊ ideo per penultimam primi cū quadrato.d.e.propter id quod angulus.b.est rectus .⁊ ideo cum quadrato.e.f. propter id quod.e.d.⁊.e.f.sunt equales.equale quadratis duarum linearum.a.b ⁊.b.e.⁊ ideo per penultimam primi quadrato linee .a.e.sed quia per sextam se/cundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.equale est quadrato linee.a.e. qr ergo vtriqꝫ eorum que fiunt ex.c.a.in.a.d.⁊ ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f. e.est equale quadrato linee.a.e.ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtrinqꝫ quadrato linee.e.f.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f.sed id quod fit ex.g.a.in.a.f.est equale quadrato linee. a.b .per premissum modum huius:ergo quod fit ex.c.a.in.a.d.est equale quadrato linee.a.b.quod est propo situm.¶Et ex hac nota ꝙ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. ⁊ earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia.quoniam omnia sunt equalia qua drato linee contingentis.¶Nota etiam ꝙ si a quolibet puncto extra circulum si/gnato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur.ipse erunt adinuicem equales.erit enim quadratum vtriusqꝫ earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum.in partem eius extrinsecam .hoc autem euidenti/us patet per penultimam primi.¶Sit.a.punctus signatus extra circulum.b.c.d. cuius centrum.e.⁊ ab ipso ducantur due linee.a.b.⁊.a.d. contingentes circulum in punctis .b.d.dico ipsas esse equales. producam enim lineas. e.a. e.b.⁊ .e.d. eritqꝫ per.17.huius vterqꝫ angulorum.b.⁊.d.rectus. quare per penultimam pri/mi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duarum linearum .a.b.⁊ .b.e. Similiter quoqꝫ ⁊ duobus: duarum.a.d.⁊.d.e.quare quadrata duarum linearuꝫ a.b.⁊.b.e.sunt equalia quadratis duarum.a.d.⁊.d.e .⁊ quia quadrata duarum que sunt.b.e.⁊.e.d.sunt equalia:erunt quadrata duarum que sunt. a.b.⁊. a.d.e/qualia:ergo.a.b.est equalis.a.d.quod est propositum.¶Aliter etiā ducatur linea b.d. eritqꝫ per quintam primi angulus .e.b.d.equalis angulo.e.d.b. propter id quod linea.e.b.est equalis linee.e.d.⁊ quia vterqꝫ duorum angulorum.b.⁊.d. est rectus.erit per cōmunem sciētiam angulus.a.b.d.residuus equalis angulo.a.d.b residuo.per sextam.ergo primi est linea.a.b.equalis linee.a.d.





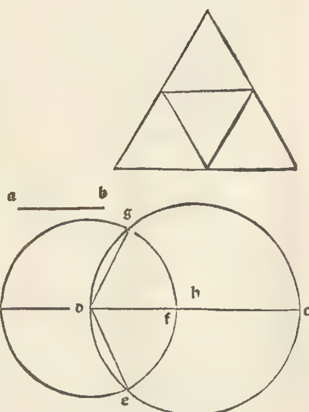
Propositio .36.



S I fuerit punctus extra circulū signatus aquo due linee ad circūferētiā ducant̄ .altera secans.altera circumferentie applicata fueritq; qd̓ ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit:erit linea applicata ex necessitate circulū contingens.

¶ Sit a punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum.e. a quo ducantur ad circulum linea.a.b.d.secans ipsum ꝛ linea.a.c.applicata circumferentie.ꝛ esto vt qd̓ fit ex.d.a.in.a.b.sit equale quadrato.a.c.dico lineam.a.c.esse contingentē ꝛ est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a.f: eritq; per premissam quod fit ex.d.a.in.a.b.equale quadrato linee.a.f.quare quadratum linee.a.f.est equale quadrato linee.a.c.ergo.a.c.est equalis.a.f.quod est impossibile.per.8.huius.erit ergo.a.c.contingens quod est propositū. ¶ Idē ostēsiue ꝓbabit̄ maneat prior dispositio ꝛ ypothesis.ꝛ si linea.a.b.d.trāsit ꝑ cētꝝ ducatur linea.c.e.q; erit per.6.secundi qd̓ fit ex.d.a.in.a.b.cum quadrato.e.b .et ideo cum quadrato.e.c.equale quadrato.a.e.sed qd̓ fit ex.d.a.in.a.b.positum est equale quadrato.a.c.ergo quadratum.a.c.cū quadrato .c.e.ē equale quadrato.a e. ergo per vltimā primi angulus.c.est rectus.ergo per correl̄ 15.huius linea. a.c. est contingens circulum quod est propositum. ¶ Si autem.a.b.d.non transit per centrum ducatur a puncto.d.linea transiens per centrum.ꝛ quia qd̓ fit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex.d.a.in.a.b.per premissam ipsum erit equale quadrato linee.a.c.quare vt prius.a.c.erit contingens circulū.

Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.





F Igura intra figuram dicitur īscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur.latera vno quoq; suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibetur quotiēs ea quidē figura eius cui circūscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

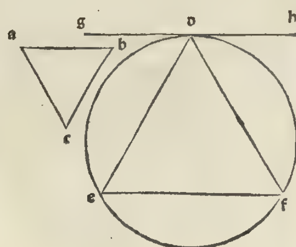
Propositio. .1.



I Ntra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

¶ Sit linea data.a.b.circulusq; datus.c.d. e.cuiꝰ diameter.c.d.qua nō ē maior linea.a.b.volo ītra datū circulū coaptare lineā eq̄lē.a.b que si fuerit equalis diametro cōstat ꝓpositū.si aūt minor ex diametro sumat̄.d.f.sibi eq̄lis ꝛ sup punctū.d.ƀm quātitatē linee.d.f.describat̄ circulus f.e.g.secans datum circulum in punctis.g.ꝛ.c.ad alterum quorum ducatur linea a puncto.d.vt.d.e.vel.d.g.eritq; vtralibet earum equalis linee.a. b.eo ꝙ vtraq; earū est equalis linee.d.f.per diffinitionem circuli:quare habemus propositū.

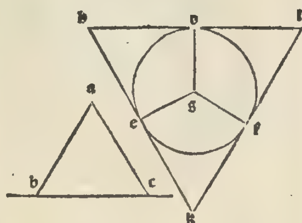
Propositio .2.



Intra assignatũ circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

¶ Sit assignatus triãgulus.a.b.c.assignatusq3 circulus.d.e.f.volo intra hunc circulum collocare vnũ triangulum equiangulum triangulo.a.b.c. equilaterũ enim non ẽ necessariũ ce sed ẽ possibile.produco.g.d.h.contingentem circulum in puncto.d.super quẽ facio angulum.h.d.f. ducta linea.d.f.equalẽ angulo.c.⁊ angulum.g.d.e.ducta linea.d.e.equalem angulo.b.⁊ protraho lineam.e.f.eritq3 per.31.tertii angul⁹.e.equalis angulo.c.qr vterq3 est equalis angulo.h.d.f.c.quidẽ per positionẽ .e .vero per.31.tertii eadẽ rõne erit angulus.f.equalis angulo.b.quare per.32.primi.d.tertius erit equalis.a.tertio.quare habemus propositum.

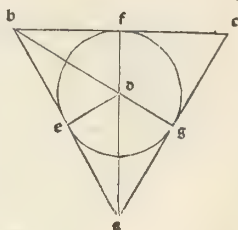
Propositio .3.



Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulũ equiangulum describere.

¶ Sint vt prius assignatus triangulus.a.b.c. assignatusq3 circulus d.e.f.cuius centrum.g.circa hunc circulum volo describere vnũ triangulum equiangulum triangulo.a.b.c.equilaterum enim nõ ẽ necessarium sed ẽ possibile.producam basim.b.c.i vtrãq3 partem.vt fiant duo anguli extrinseci.⁊ a centro.g.producam lineam.g.d.ad circũferentiam.⁊ constituã angulum.d.g.e.ducta linea.g.e.equalem angulo.b.extrinseco. ⁊.d. g.f. ducta linea g.f.equalem.c.extrinseco.⁊ a punctis.d.e.f.producam in vtranq3 partem lineas orthogonaliter que per correl'.15.tertii erunt contingentes circulũ q̃s cõtingentes ꝓtrahã quousq3 concurrant in punctis.h.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim vterq3 angulorum qui sunt ad.d.⁊ vterq3 eorum qui sunt ad.e. sit rect⁹ si intelligatur protrahi linea.d.e.erunt duo anguli qui sunt ad parte3.h. minores duobus rectis.quare p penultimã petitionẽ i ptem illam ꝓtracte concurrent linee l.d.h.k.e.h.eadem rõne concurrent due linee.h.d.l.k.f.l.cum vterq3 angulorum qui sunt. ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero .h.d.e.g. duo anguli.d.⁊.e.sunt recti.erunt duo anguli.g.⁊.h.equales duobus rectis.cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis.vt mõstratũ ẽ supra.32 primi:⁊ quia duo anguli.b.intrinsecus ⁊ extrinsecus sunt similiter equales duob⁹ rectis.p.13.p̃mi:at vero.b.extrinsec⁹ posit⁹ ẽ equalis.d.g.e.erit intrinsec⁹.h.equalis.b.simili quoq3 rõne erit.c.intrisecus equalis.l.⁊ quia duo anguli.b.⁊.c. intrinseci sunt minores duobus rectis.per .32.primi:erunt similiter duo anguli .h.⁊.l. minores duobus rectis.quare per penultima3 petitionem due linee. h.e.⁊.l.f. ꝓtracte concurrent in puncto.k.fietq3 triangulus.h.k.l.⁊ quia angulus.h. ẽ equalis angulo.b.intrinseco.⁊ angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per.32.primi: angulus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.

Propositio .4.

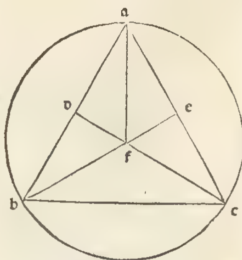




Intra datum triangulum circuluȝ describere.

¶ Sit assignat⁹ triãgulus.a.b.c.volo intra ipsuȝ circulum describere hec ẽ q̃si cõuersa scõe .diuido eni duos ei⁹ angulos.a.⁊.b .p eq̃lia.a q̃dã ducta linea.a.d.b.vero .ducta linea.b.d.q̃ ꝯcurrãt i puncto.d. a quo ducã ppẽdiculares ad tria latera ipsi⁹.d.e.q̃dẽ:ad.a.b.d.f.ad .b.c.⁊.d.g.ad.a.c.⁊ quia duoꝝ trianguloꝝ.e.a.d.⁊.g.a.d. angulus.a.vni⁹ ẽ eq̃lis angulo.a.alterius.⁊ vterqȝ angulorũ.e.⁊.g.rectus ⁊ latus.a.d.cõmune. erit p 26.primi:linea.d.e.equalis linee.d.g.eadem rõne cum duorum triangulorum.e.b d.⁊.f.b.d.angulus.b.vnius sit equalis angulo.b.alterius ⁊ vterqȝ anguloꝝ.e. et f.rectus:latus quoqȝ.d.b.commune:erit per eandem.linea.e.d.equalis linee.d.f. quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt equales.posito ergo centro in.d.⁊ descripto circulo secundũ quantitatẽ vnius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarũ extremitates:⁊ quia per correl.15.tertii vnaqueqȝ linearum.a.b.b.c.⁊.c.a. erit cõtingens circulum.patet perfectum esse propositum.

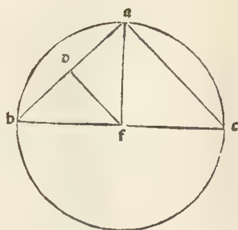
Propositio .5.



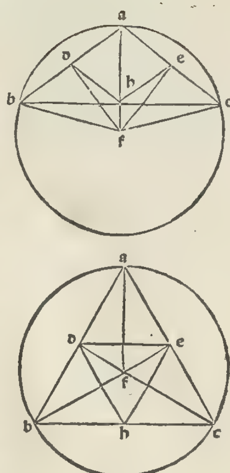


Circa trigonum assignatum siue illud sit orthogoniũ siue ambligonium.siue oxigonium circulum describere.

¶ Sit trigonus assignatus.a.b.c.volo circa ipsum describere circulũ hec est quasi conuersa tertie.diuido duo eius latera .a.b.et.a.c .per equalia.a.b.quidẽ in puncto.d.⁊.a.c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.⁊.a.c.quas protrabo quousqȝ cõcurrant in puncto.f.sintqȝ.d.f.⁊.e.f.concurrent eni q̃m cũ vterqȝ anguloꝝ.d.⁊.e.sit rect⁹ si intelligatur ꝓtrabi linea.d.e.fient duo anguli ad partẽ in quã protrabunť minores duobus rectis:quare cõcurrent per penultimã petitionẽ igitur a puncto. f.qui est punctus cõcursus quẽ dico esse centrum circuli quesiti.protrabõ lineas ad singulas angulos que sunt.f.a.f.b.f.c.⁊ quia in triangulo.a.d.f.duo latera.a.d.⁊.d f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.⁊.d.f.trianguli.b.d.f.⁊ angulus.d. vni⁹ angulo.d.alterius:quia vterqȝ rectus:erit per quartã primi.f.a.equalis. f.b.eadẽ ratione erit.f.a.equalis.f.c.cõpatis lateribus ⁊ angulis duorum triangulorum.a.e. f.⁊.c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit centrum circuli quesiti.hec est vniuersalis demonstratio ad omnes spẽs trigoni. ¶ Quia tamẽ auctor videť velle mediuȝ variare disiungendo inter orthogonium ambligonium ⁊ oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demõstrandũ . ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitqȝ angulus.a.rectus:latus.b.c.respiciens hunc angulũ rectũ diuido per equalia in.f.a quo puncto quẽ dico esse centrũ circuli ad medium punctum vtriusqȝ duoꝝ reliquoꝝ lateꝝ qui sit.d.duco lineam.f.d.⁊ quia linea.f.d.diuidit duo latera.a.b ⁊.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia:ipsa erit equidistans tertio .videlicet linee. a.c. hoc enĩ demõstratũ est supra.39.primi:et quia angulus.a.positus est rectus .erit per secundã partem ⁊ per tertiam.29.primi:vterqȝ angulorum qui sunt ad .d.rectus:ducatur igiť linea.f.a. eritqȝ per quartã primi:linea.a.f.equalis linee.b.f.cõparatis adinuicẽ laterib⁹ ⁊ angulis triãguloꝝ.a.d.f.b.d.f.⁊ q² linea.b.f. ẽ eq̃lis linee.c.f.erũt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicẽ eq̃les.quare p.9.tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus. a. b. c. ambligonius .sitqȝ angulus .a .

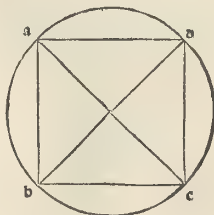


obtusus latus.b.c.respiciens hunc angulum obtusum.diuido per equalia in pun/
cto.h.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt.d.z.e.
duco lineas.h.d.z.h.e.eritq3.d.h.equidistans.a.c.z.e.h.equidistans.a.b.pro/
pter id quod demonstratum est supra.39.primi:videlicet qp linea secans duo late/
ra alicuius trianguli per equalia.tertio est equidistans:quare per secundam par/
tē.29.primi erit vterq3 duorū angulorū.b.d.h.z.c.e.h.eq̄lis āgulo.a.z ideo vterq3
obtusus.ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.et.e.f.ad lineam.a.
c.quousq3 concurrant in puncto.f.quē dico esse centrum circuli. Manifestū ē eni
eas concurrere propter causā p̄us dictā.secabit vtraq3 earum lineam. b.c .que re/
spicit obtusum z concurrent extra triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f.qui ē pun/
ctus concursus earum:produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quartam primi bis as/
sumptam erunt equales cōparatis primo lateribus et angulis duorum triangu/
lorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f.c.e.f.quare per.9.tertii.f.ē cen/
trum circuli quesiti.¶ Esto iterum vt trigonus.a.b.c.sit oxigonius diuisis omni/
bus eius lateribus per equalia:videlicet latus.a.b.in puncto.d.z latus.a.c.i pun
cto.e.z.b.c.in puncto.h.protrabo lineas.d.e.d.h.z.e.h.eritq3 .d.h. equidistans
a.c.z.e.h.a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secun
dam partem.39.primi:vterq3 angulorum.b.d.h.c.e.h.erit equalis angulo.a.z iō
acutus:ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.z.e.f.ad lineam .a.c.
manifestum est eas concurrere intra triangulum.a.b .c.sitq3 punctus concursus
f.quem dico esse centrum circuli:produco enim lineas.f.a.f. b.f.c. que per q̄rtam
primi:bis assumptam vt prius erunt equales:quare per.9.tertii erit.f.centrum cir
culi quesiti.¶ Per predicta patet qp si triangulus fuerit orthogonius centrum cir/
culi circūscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit
ambligonius centrum cadet extra triangulum.Si autem fuerit oxigonius cadet i/
tra triangulum.



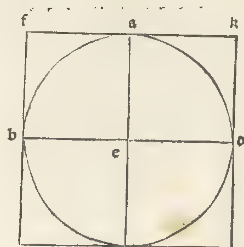
Propositio .6.

Intra datum circulum quadratū describere.
¶ Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centrū.e.volo intra ipsū de/
scribere quadratū.protrabo in ipso duas diametros.a.c.z.b.d.se
cantes se orthogonaliter supra centrū.e.quarū extremitates con
iungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.z.d.a. quas dico cōtinere qua
dratum quesitum :ipse enim erunt equales adinuicem.per quartam primi ter as/
sumptam propter id qd̄ quatuor linee.e.a.e.b.e.c.z.e.d.sunt equales.et quatuor
anguli qui sunt.a.d.e.recti.si vnusquisq3.quatuor angulorum.a.b.c.z. d.est rect⁹
per primam partem .30.tertii:propter id quod quilibet eorum ē in semicirculo erit
igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.

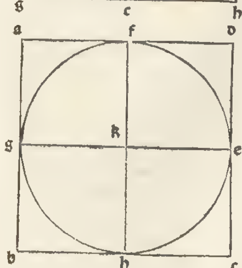


Propositio .7.

Circa propositum circulum quadratum describere.
¶ Sit ꝓposit⁹ circul⁹.a.b.c.d.cui⁹ centrū.e.volo circa ip̄m describere
q̄dratū:ꝓtrabo i ipso duas diametros.a.c.et.b.d.secātes se ortho/



gonaliter ſup cētrū.e.a q̄z extremitatibus duco i vtrāqz ptē lineas orthogonaliter quouſqz q̄libet eaz ↄcurrāt cū duab⁹ lateralib⁹ſintqz pūcta ↄcurſus eaz.f.g.h.k. eritqz p corel.15.tertij vterqz angulоz qui ſūt ad vnūquēqz quatuor pūctoz.a.b.c.d.rectus:quia ergo in quadrilatero.a.f.b.e.tres anguli.a. b.z.c. ſunt recti: erit quartus angulus qui eſt.f.rectus:habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor. angulos equales q̄tuor rectis:vt demonſtratum eſt ſupra.32.primi :eadem rōne quilibet angulorum.g.h.z.k.erit rectus:ergo per ſecūdam partem.28.primi. due linee.f.g.z.k.h.Itemqz due.f.k.z.g.h.ſunt equidiſtantes.ergo per.34.primi.f.k eſt equalis.g.h.z.f.g.k.h.z quia p eandē.f.k.eſt equalis.b.d.z. f.g.a.c. At vero b.d.eſt equalis.a.c.erūt quatuor linee.f.k.g.h.f.g.z.k.h. equales: ſed z quatuor anguli.f.g.k..h. ſunt recti :vt probatum eſt prius. ergo.f.g. k.h. eſt quadratum per diffinitionē quod eſt propoſitum.



Propoſitio .8.

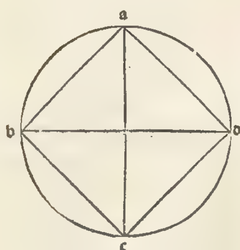
Intra quadratum aſſignatum circulum deſcribere.

¶Sit quadratum aſſignatum. a.b.c.d.volo intra ipſum deſcribere circulū hec eſt quaſi conuerſa .6.diuido vnūq̄dqz latus eius p equalia.a.d.quidē in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b.in puncto.h.z.d.c. in puncto.e.z produco lineas.e.g.z.f.h.ſecantes ſe in pūcto .k.quē dico eſſe centrum circuli.erit enīz.f.h.equidiſtans z equalis.a.b.per.33.primi: ppter id quod.a.f.z.d.h.ſunt equales z equidiſtantes.Similiter per eandem z.d.c a.b.z quia omnes medietates quatuor laterū ipſius quadrati ſunt adinuicē equales erunt per.34.primi:quatuor linee.k.e.k.f.k.g.z.k.h.equales.ergo per.9.tertij.k.eſt centrum circuli queſiti.

Propoſitio .9.

Circa aſſignatum quadratum circulum deſcribere.

¶Sit quadratum.a.b.c.d.volo circa ipſum circulū deſcribere .hec eſt quaſi conuerſa.7. Protrabo in ipſo duas diametros.a.c.z.b.d. ſecantes ſe in puncto.e.quē dico eſſe centrum circuli. Cum enī linee a.d.z.a.b.ſint equales erūt per.5.primi: anguli.a.d.b.z.a.b.d.equales.z quia angulus.a.totalis eſt rectus.erit per.32.primi:vterqz eorum medietas recti.¶Simili quoqz modo ꝓbabitur quēlibet partialiū angulorum a predictis diametris z laterib⁹ quadrati propoſiti contentorum eſſe medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.eſt equalis angulo. e.d.a.erit per.9.primi:linea.e.a. equalis line:.e.d.eadem rōne erit.e.a.equalis.e.b.z.e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a.e.b.e.c.e.d.ſunt equales.erit per.9. tertii e.centrū circuli queſiti.quod eſt propoſitum.



Propoſitio .10.

Duum equaliū laterum triangulum deſignare. cuius vterqz duorum angulorum quos baſis optinet. reliquo duplus exiſtat.

Intentio ē deſcribere vnū triangulū duū eq̄liū latez z tertii ineq̄lis cui⁹vterqz anguloz q̄ ſup lat⁹q̄ ē reliq̄s i eq̄le exiſtūt ad tertiū duplus exiſtat. Ad hoc aūt faciēdū ſumat̄. linea q̄libet q̄ ſit .a.b.que diuidat̄ ſm ꝙ docet.ii.ſcdi in puncto.c.ita ꝙ illō quod fit ex.a.b.i.b.c.ſit equale quadrato. a.c

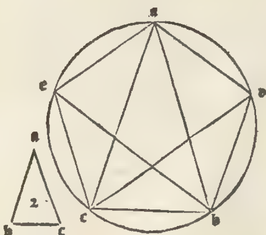
factoq; puncto.a.centro sm ipsius quantitatem describatur circulus.b.d.e.intra quē per primam huius coaptetur linea.b.d.equalis linee.a.c.et producantur due linee.d.a.d.c.dico triãgulũ.a.b.d.eē q̄lis ꝓponit̄: circũscribat̄ circul⁹ q̄ sit d.c.a. per.5.huius triangulo.d.c.a.quia ergo linea.d.b.est equalis .linea.a.c.erit quod fit ex.a .b. in.b.c .equale quadrato linee.b.d. quare per vltimam tertii. b.d. linea est contingens circulum.d.c.a.ꝛ per.31.eiusdem angulus.c. d.b. est equalis angulo.c.a.d.posito ergo cōmuni angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a. equalis duobus angulis.c.a.d.c.d.a.sed per.32.primi angulus.b.c.d.est eq̄lis eisdē quia extrinsecus ad ipsos.ergo angulus.b.d.a.est equalis angulo.b.c.d.ꝛ q2 angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.b.d.per.5.primi:eo ꝙ latera.a.d.ꝛ.a.b.sũt equalia.erit angulus.b.c.d. eq̄lis angulo.c.b.d.ergo per.6.primi: linea.c.d.est equalis linee.b.d.quare ꝛ linee.c.a.ergo per.5.primi:angulus.c.a.d.est equalis angulo.c.d.a.quia ergo vterq; anguloꝝ c.d.b.ꝛ.c.d.a.ē eq̄lis ãgulo.c.a.d. erit tot⁹ angul⁹.b.d.a.dupl⁹ ad ãgulũ.d.a.b.ꝛ iō angul⁹.a.b.d.sibi eq̄lis.dupl⁹est etiã ad angulũ.b.a.d.qđ est propositũ.¶ Forsan dicet aduersarius circulũ.d.c.a.circũscriptum trigono partiali secare circulum.b.d.e in aliquo puncto arcus.b.d.ita ꝙ simul secabit lineam.b.d.vnde ipsa non erit circulo applicata.sicut in demonstratione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est vt ponit aduersarius ꝛ a puncto.b.ducatur ad ipsum circulum minorem contingens.b.f.ꝛ ducantur linee.f.a.f.d.eritq; per penultimã tertii qđ fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato .b.f. ergo.b.f.est equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.est equalis angulo .b.d.f.ꝛ quia per.31.tertii angulus.b.f.a.est equalis angulo.a.d.f.erit angulus .b.d f.maior angulo.a.d.f.quod est impossibile.cum ipse sit pars eius.¶ Aliter possumus istud refellere ꝛ ostendere ꝙ ille minor circulus nullo modo secabit lineã. b.d forsan enim diceret ꝙ secaret eam non secando arcum.d.b.maioris circuli. Si eni possibile est ꝙ secet eam.sit hoc in puncto.h.eritq; qđ fit ex.a.b.in.b.c. equale ei quod fit ex.d.h.in.h.b.Monstratum est enim supra penultimã tertii ꝙ si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis ꝛ earum portionibus extrinsecis continentur.equalia sunt adinuicē: ꝛ quia quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.b.d.erit qđ fit ex. d.b. in.h.b. equale quadrato.d.b.quod est impossibile per scđam scđi:quare cōstat ꝓpositum ¶ Et nota ꝙ minor circulus necessario secabit maiorē ꝛ abscindet ab eo arcũ vnũ equalem arcui.b.d.ꝛ maior abscindet similiter ab eodem vnum arcum equalē arcui.d.c.Quod sic probat̄.si enim minor non secat maiorem.contingit ergo ipsum in puncto.d.ꝛ quia per.11.tertii circulorum se contingentium centra.ꝛ punct⁹ contactus sunt in linea vna.erit centrũ minoris circuli in linea.a.d.propter hoc ꝙ in ea est centrum maioris ꝛ punctus contactus.ergo per.17.tertii angulus.a.d.b.est rectus quare similiter ꝛ angulus.a.b.d.sibi eq̄lis ē rectus qđ ē impossibile.per.32. primi:Secet ergo ipsu; in punctis.e.d.dico arcum.e.d.maioris esse equalē arcui. d.b.ꝛ arcum.e.d.minoris esse equalem arcui.d.c.produco lineas. d.e.c.e.ꝛ. e.a. eritq; per.26.tertii vnusquisq; quatuor angulorum qui sunt.d.e.c.c.e.a.d.a. c.et a.d.c.equalis alii propter id ꝙ duo arc⁹.d.e.ꝛ.e.a. sũt eq̄les.p.27.eiusdē q̄re totalis angul⁹.a.e.d.dupl⁹ ē ad angulũ.b.a.d.ꝛ iō eq̄lis vtriq; angulorum .a.b.d. ꝛ.a.d.b.ꝛ q2 angul⁹.a.e.d.ē eq̄lis angulo.a.d.c.p.5.primi: ꝓpter id qđ.a. e.ꝛ.a d.sunt equales a cētro ad circũferentiam.erũt duo anguli.e.ꝛ.d.trianguli. a.c.d.

equales duobus angulis.d.ꝛ.b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi: reliquus angulus.a.vnius est equalis reliquo angulo.a.alterius:ergo per.25.tertii arcus .c.d maioris est equalis arcui.d.b.ꝛ per eandē arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d.c.ꝛ hoc est quod proposuimus.

Propositio .11.

Intra datum circulū equilaterum.atq; equiangulū penthagonum describere.

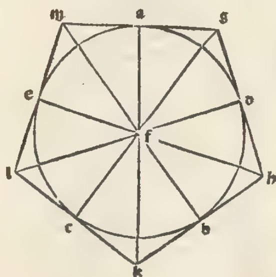
¶Sit datus circulus.a.b.c.volo intra ipsum describere penthagonum vnū equilaterū atq; equiangulū.designo triangulū vnū qualē premissa proponit.qui sit.2.cui aliū equiangulum intra datū circulum describo.sicut docet secūda huius:qui sit.a.b.c.sitq; vterq; angulorum .a.b.c ꝛ.a.c.b.duplus ad angulum.c.a.b.vtrūq; eorum diuido per equalia ductis lineis b.e.ꝛ.c.d.eruntq; per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta.a.d.b.c.e. diuidūt circulum adinuicē equales.propter id qd quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eqles.continuatis igitur illis quinq; pūctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.ꝛ.e.a.erit penthagonus.a.d .b.c.e. inscriptus dato circulo qualis proponitur:est enim equilaterus per.28.tertii cū.5.arc⁹:quorū eius quinq; latera sunt corde:sint ad inuicem equales:ꝛ etiam equiangulus per.26.eiusdem eo ꝙ quinq; arcus.d.a.e.a.e.c.e.c.b.c.b.d.ꝛ.b.d.a.in quos anguli ipsius penthagoni cadunt sunt adinuicem equales:sicq; constat propositum.



Propositio .12.

Circa propositum circulum pēthagonum equilaterū atq; equiangulum designare.

¶Sit propositus circulus.a.b.c.cuius centrū.f.volo circa ipsū designare penthagonū equilaterū atq; equiangulum.supra circumferentiam ipsius circuli quasi ꝫm doctrinam premisse sibi inscripsissem pēthagonum quinq; puncta angularia notabo.que sunt.a.d.b.c.e.ad que cētro ducam lineas.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e.ꝛ ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranq; partem quousq; concurrant in punctis.g.h.k.l.m.eruntq; hee linee contingentes circulum per corelarium.15.tertii:ꝛ ad ista pūcta concursus ducam a centro lineas.f.g.f.h.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est super penultimā tertii ꝙ si ab aliquo puncto extra circulū signato due linee contingentes ad ipsū circulum ducant̄ ꝙ ipse erunt equales. erit linea.g. a.equalis linee.g.d.ꝛ h.d.h.b.ꝛ sic de ceteris. Et qm̄ quinq; arcus ī quos quinq; puncta.a.d.b.c.e.diuidunt circulum.sunt adinuicem equales.erunt per.26.tertii quinq; anguli.a.f.d d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a.consistentes super hos arcus in centro.f.sibi inuicem equales.Sunt autem duo latera.a.g.ꝛ.f.a.trianguli.f.g.a. equalia duobus lateribus d.g.ꝛ.f.d.trianguli.f.g.d.ꝛ latus g.f.cōmune.ergo p.8.primi:duo anguli eorū q̄ sunt.a.d.f.Itēq; duo anguli qui sunt.a.d.g.sunt adinuicem equales. eadē rōne duo anguli qui sunt.a.d.f.in triangulis.d.f.h.ꝛ.h.f.b.Itemq; duo qui sunt .a.d b.sunt adinuicem equales.Similiter quoq; singuli trium reliquorū angulorū qui sunt.b.f.c.c.f.e.e.f.a.ꝛ singuli triū.qui sunt.k.l.m.diuidant̄ p equalia.primi quidem per lineam.f.k.secundi per lineā.f.l.tertii vero per lineā.f.m. ꝛ quia hii tres anguli qui sunt.b.f.c.c.f.e.e.f.a.sunt sibi inuicem equales ꝛ aliis duob⁹ q̄ sūt.a.f d.ꝛ.d.f.b.equales erunt eorum dimidia que sunt decē anguli facti in centro.f.ad/

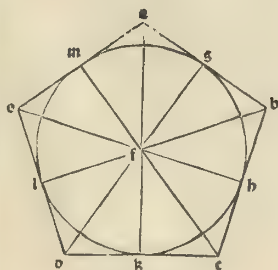


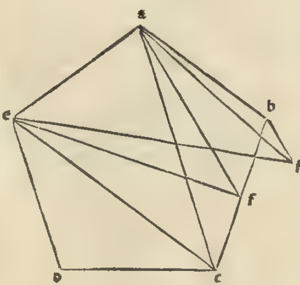
inuicem equales. Quia igitur duo anguli.a.et.f.trianguli.g.a.f.sunt equales duobus angulis.a.et.f.trianguli.m.a.f.et latus.a.f. cōmune erit per.26.primi angulus g. vnius equalis angulo.m.alterius et latus.g.a.equale lateri.a.m.eadem ratiōe erit angulus.g.in triangulo.g.f.d.equalis angulo.b.in triangulo.d.f.b.et latus.g d.equale lateri.d.b.quare quia.g.a.est dimidiū.g.m.et.g.d.dimidiū.g.b.et.g.a.et g.d.sunt equalia:erunt per cōem scientiā.g.m.et.g.b.eorū dupla equalia. Similiter quoqz probabis.g.m.esse eqnale.m.l et.m.l.l.k.et.l.k.k.b.quare pēthagonus.g b.k.l.m.est equilaterus.sed et equiangulus: cuz eni duo anguli qui sunt ad.g.sunt adinuicem equales. et duo qui sunt ad .m.siliter adinuicem equales. et.g. partialis.sit equalis.m.ptiali.vtrūqz eni probatū est prius.erit per eandē cōem scientiā g.totalis equalis.m.totali.et eadem rōne probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus.sicqz constat propositum.

Propositio .13.

Intra equilateruz atqz equiangulum penthagonum assignatum.circuluz describere.

¶ Sit assignatus penthagonus equilaterus atqz equiangulus:quia de aliis nō est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.volo sibi iscribere circulū.hec est quasi cōuersa.11.duos eius propiquos angulos qui sunt.a.et.e.diuido per equalia ductis lineis.a.f.et.e.f.donec cōcurrāt in pūcto.f.intra ipsum penthagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id quod dimidiū totalis anguli.a.et similiter totalis anguli.e.minus ē angulo recto. ¶ Si enim intra penthagonum non cōcurrēt.aut extra ipsum penthagonum aut in latere pēthagoni.aut in eius angulo:qui vtriqz angulorū diuersoꝝ opponitur. Concurrāt ergo primo extra in pūcto.f.et ducatur linea.b.f.et quia duo latera. e.a.et a.f.trianguli.e.a.f.sūt equalia duobus lateribus.b.a.et.a.f.trianguli .b.a.f.et angulus.a.vnius angulo.a.alterius erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi.f.b. et quia angulus.a.partialis ē equalis angulo.e.partiali.propter id qđ.a.totalis.e. totali erit per.6.primi.f.a.equalis.f.e.quare.f.a. est equalis.f.b. ergo per.5.primi duo anguli.b.totalis.et.a.ptialis sunt eq̄les.quare.a.ptialis ē eq̄lis vel maior.a. totali qđ est impossibile.Concurrāt ergo in pūcto.f.super latus.b.c .eritqz arguendo per premissas et premisso modo angulus.a.ptialis equalis angulo .a.totali quod est impossibile.Quod si forsan concurrant in angulo.c.erit per easdez et eodē modo c.b.equalis.c.a.et ideo ad huc ut prius angulus.a.partialis equalis angulo .a.totali.Qđ quia hoc ēe nō potest sit ergo punctus concursus qui ē.f.infra penthagonū a quo duco.5.perpendiculares ad eius.5.latera.que sint.f.g.f.b.f.k.f.l.f.m .et ad duos eius angulos propinquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b. et.d.duco lineas.f.b.f.d.et quia duo anguli.a.et.m.trianguli.a.f. m. sunt equales duobus angulis.a.et.g.trianguli.a.f.g.et latus.a.f. cōmune erit per.26.primi.f. m.equalis.f.g.per eandem quoqz probabis.f.l.equalem.f.m.sumptis duobus triangulis.e.f.m.et.e.f.l.quia iterum duo latera.a.f.et.a.b.trianguli.a.f. b.sūt equalia duobus lateribus.a.f.et.a.e.trianguli.a.f.e.et angulus.a.vnius.angulo.a:alterius erit per.4.primi angulus.b.partialis equalis angulo.e. partiali. et quia.b. totalis equalis est.e.totali:et.e.totalis diuisus est per equalia erit etiam.b.totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis.d.totalē diuisum per eq̄lia propter equalitatem.d.partialis et.a.partialis sumptis triangulis.e.a.f.et. e.d.f. quia ergo



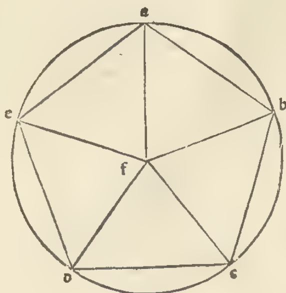


duo anguli.g.z.b.trianguli.g.f.b.sunt equales duobus angulis.h.z.b. trianguli h.f.b.z latus.f.b.cōe erit per.26.primi.f.h.equalis.f.g.¶Eodem modo ꝓbabis f.k.equalem.f.l.sumptis triangulis.l.f.d.k.f.d.qm̄ igitur .5.linee.f.g.f.h.f.k.f.l. z.f.m.sunt equales.erit.f.centruz circuli.per .9.tertij .quē describemus ſm quātitatem vnius earum.z tanget omnia latera penthagoni.ꝓpter equalitatem linearū. z nullum eorum secabit per primam ptem.15.tertij.sicqz cōstat ꝓpositum.

Propositio .14.


Irca datum penthagonum qđ sit equilaterum. atqz equiangulum circulum describere.

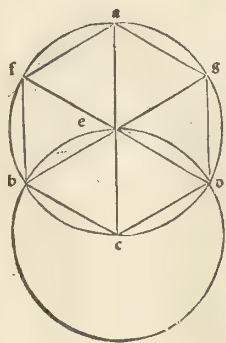
¶Sit vt prius datus penthagonus equilaterus atqz equiangulus. quia de alijs non est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.e.volo circa ipsum describere circuluz.hec est quasi conuersa.12.Duos eius ꝓpinquos angulos qui sunt.a.z.e.diuido p equalia ductis lineis.a.f.z.f.e. quousqz concurrant intra ipsum penthagonū in puncto.f.cōcurrent enī z intra pēthagonum vt ꝓbatum est in premissa.z a puncto cōcursus duco ad reliquos angulos lineas que sint.f.b.f.c.f.d.z qz duo latera.a.f.z.a.b.trianguli.a.f.b.sunt equalia duobus lateribus.a.f.z.a.e.trianguli.a.f.e.z angulus.a.vnius angulo: a. alteriꝰ erit p.4.primi.f.a.equalis.f.e.z angulus.b.ptialis angulo.e.ptiali.z quia.b.totalis est equalis.a.totali.z.e.totalis diuisus est p equalia.erit similiter.b.totalis diuisus p equalia.hoc quoqz modo ꝓbabis vtrūqz angulorū.c.z.d.diuisum esse per equalia.z.5.lineas.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e.esse equales.quare p.9.tertij.f.erit centruz circuli.sicqz patet ꝓpositum.



Propositio .15.


Ntra propositum circulum.exagonum equilaterum atqz equiangulum describere.¶Ex hoc itaqz manifestum est ꝙ latus exagoni equū est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

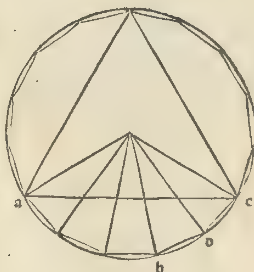
¶Sit ꝓpositus circulus.a.b.c.d.cuius centrum. e. volo sibi inscribere exagonum equilaterū atqz equiangulū.ꝓduco diametrum.a.e.c.z ſm quantitatem semidiametri.e.c.facto centro puncto.c.describo circulum.e.b.d. secantem priorē in duobus punctis.b.d.a quibus ꝓduco duas diametros in circulo primo que sint.b.e.g.d.e.f.trium ergo diametrorū extremitates coniungo.6.lineas que sunt.a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.z.g.a.quas dico continere exagonum quesitum.erit enī vt demonstrat prima primi vterqz triangulorū.b.e.c.c.e.d. equilaterus. quare et equiangulus p.5.eiusdē ergo p.32.primi duo anguli.b.e.c.z.c.e.d.cū vno equali vni eorum sunt equales duobus rectis ꝓpter id qđ quisqz eorū ē tertia duorum rectorum.sed ipsi p.13.eiusdē cū angulo.d.e.g.sunt equales duobus rectis.ergo angulus.d.e.g.e equalis vtriqz eorū.quare p.15.eiusdē.6.anguli.qui sunt ad.e.sunt adinuicē equales.ergo p.25.tertij arcus in quos cadūt sunt equales.quare z eorū corde p.28.eiusdē qui sūt latera ipsiꝰ exagoni.Equilaterꝰ igitur ē sed z equiangulꝰ p.26.tertij ꝓpter id qđ sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidūt circulū bini z bini sūpti sūt adinuicē equales.vt arcꝰ.a.f.b.arcui.f.b.c.z iō angulus.f. qui cōsistit in p̄mo ē eq̄lis angulo.b:qui cōsistit i scđo. idē in ceteris .quare cōstat ꝓpositum.¶Corelarium ex hoc patet ꝙ dimidiū diametri z latus exagoni sunt



latera eiusdem trianguli equilateri. vt.e.c.⁊.c.b.⁊.c.d. ¶ Et nota q non propo/ nitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq; equiangulum desi/ gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere .quēadmo/ dum fecit de triangulo quadrato ⁊ penthagono. non q: non sit necessariū hoc eē possibile. sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero et equiangulo. ⁊ in omni figura equilatera. atq; equiangula quecunq; fuerit. Unde quamcūq; figurā equilaterā ⁊ equiangulā scimus circulo inscribere :eandē circulo extra. ⁊ circulū sibi intra ⁊ extra: hisdem medijs per que hec in penthagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam q omnis figura equilatera circulo inscripta. aut cir/ cūscripta est etiā necessario equiangula. de inscripta patet per·27.⁊.26.tertij sum- ptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis ⁊ binis. In hos eni arcus ipsius figure anguli cadunt. De circūscripta autē ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. ⁊ ad loca cōtactus facile probabis. si plene intelle/ cte demonstrationi. 13. huius diligēs intellectus accesserit .erit eni vt omnes ipsius figure angulos linee a centro venientes p equalia diuidāt. sumptis itaq; quibuslibet duobus eius ꝓximis lateribus cū linea ad angulū ab eis contentum . ⁊ cū duobus ad eorū extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtentos equiangulos adinuicē. p. 4. primi esse ꝓbabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos p hanc cōmunē sciam quoꝝ dimidia sūt equalia. tota quoq; esse equalia.

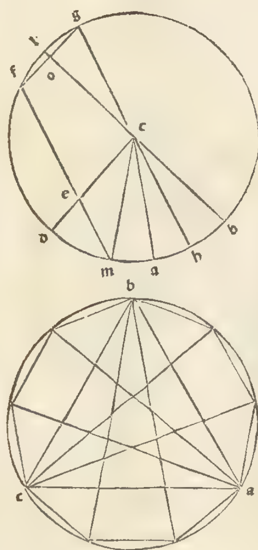
Propositio. 16.

Intra datū circulum. quindecagonum equilaterum atq; equiangulū designare. ¶ Deinde circa quēlibet circulū assignatū quindecagonum equilaterum atq; equiangu lum atq; intra datum quindecagonū circulū describere ¶ Sit datus circulus. a. b. c. volo sibi inscribere quindecagonū equi laterum ⁊ equiangulum. denide etiam circūscribere atq; intra talem quindecago/ num ꝓpositum circulum describere. Non ꝓponit autem circa talem quindecago/ num circulū describere. quia hoc satis dat intelligere p alia que ꝓponit. In dato circulo iuxta doctrinā secunde huius. ꝓtraho latus trianguli equilateri. q sit. a. c ⁊ iuxta doctrinā scdi latus penthagoni equilateri atq; equianguli qd sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circūferentie tertia: cuius arcus. a. b. est quinta. erit sup/ fluum inter eos qd est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. vel due quinte arcus. a. c. si ue due quintedecime totius circūferētie Nam in omni toto excedit tertia quintā. in duabus tertijs ipsius quinte. vel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duabus quintis decimis totius. hoc eni patet in quinta ⁊ tertia pmi numeri habētis quintam ⁊ tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. vl' due quinte ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totū. diui/ so igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet vtrumq; duorum arcuum . c. d. ⁊. d. b. esse tertiam arcus. a. b. vl' quintam arcus. a. c. siue quintādecimā totius circumfe/ rentie. subtensis igitur eis cordis. c. d. ⁊. d. b. coaptatisq; continue intra datum cir culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera vero duo que proponit cū tertio q dat intelligere videlicet quindecagonū circulo



circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex.12.13.⁊.14.huius plene intellectis facile perficies. ¶Et nota quod quamcunq; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterum circulo scimus inscribere ⁊ circũscribere. ⁊ ipsi circulum. diuisis eni arcubus quibus latera eius q̃ scitur inscribi subtenditur. per equalia ⁊ a punctis medijs ad extremitates laterũ ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per.28.tertij. ergo ⁊ equiangula. hoc enim demonstratũ est supra.15.huius quod omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangula. Et quia hãc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per.12.13.⁊.14.huius. ¶Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum: sciemus per hoc ⁊ exagonum ⁊ per exagonũ duodecagonũ ac per duodecagonu; figuram.24.laterum. ⁊ sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit vt diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius propriã demonstrationẽ ex qua sequitur potissima pervtile. Et similiter quia scimus ⁊ inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figurã cuius laterum numerus est pariter par. per penthagonum quoq; sciemus decagonum. ⁊ figurã.20.laterum. sicq; continue duplando. idem quoq; intellige de quindecagono. per ipsum enim scientur figure.30.⁊.60.⁊ omnium continue duplatorum laterum. ¶Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que p̱ has nõ habent difficilis est scientia. ⁊ parũ vtilis. vt sunt eptagona nonagena vndecagona. Qd si scirem⁹ triangulũ duũ equaliũ laterũ designare. cuius vterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquũ sciremus eptagonũ vt supra penthagonum circulo inscribere. quod si vterq; quadruplus esset ad reliquũ sciremus nonagonũ. et si quintuplus. vndecagonũ. Ideniq; in ceteris figuris imparium laterum. posito vtroq; angulorum ad basim multiplici ad reliquũ. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Datũ angulũ in tria equa diuidere. Sit angulus dat⁹.c. volo ipsũ diuidere in tres eq̃les angulos qd sic facio. pono p̃mo.c. centrũ circuli describendo circulũ q̃litercũq; cõtingat. ⁊ ꝓtrabo latera cõtinentia datũ angulũ vsq; quo secẽt circũferentiã in punctis.a.⁊.b. tunc a puncto.c. qd est centrũ circuli duco lineã. c.d. perpendicularẽ ad lineã.c.b.⁊ in linea.c.d. assigno punctũ.e. a quo duco lineam ad equalitatẽ.c.b. vsq; quo secet circũferentiã circuli in puncto.f. ⁊ ꝓduco .e. vsq; a. deinde protrabo lineã.g.b. equidistantẽ.f.a. que sc;.g.b. transeat per centrũ. ⁊ duco lineam.f.g. equidistantẽ linee c.e. ⁊ protrabo lineam.c.b. incontinuũ ⁊ directum vsq; ad.l. que secat lineã.f.g. orthogonaliter in puncto.o. ⁊ per equalia. dico ergo quod arcus.l.g. est equalis arcui.h.b. propter hoc. quod angulus.l.g. c. est equalis angulo.h.c.b. cũ sint contra se positi. Cum igitur arcus.f.g. sit duplus arcui.l.g. erit etiã duplus arcui.h.b. sed arcus.f.g. est equalis arcui.a. b. cũ sint inter duas lineas equidistantes que sunt.f.a.⁊.g.b. ergo arcus.b.a. est duplus arcui.h.b. ergo ⁊ angulus.a.c.b. est duplus angulo.h.c.b. diuidam ergo angulum.a. c.b. per equalia per lineam.c.m.⁊ patet propositum.



Intra datũ circulũ nonãgulũ equilaterorum atq; eq̃ãgulũ designare. qd sic fieri potest iuxta doctrinã scđe hui⁹. inscribã circulo assignato triangulũ eq̃laterorum atq; eq̃angulũ q̃ sit a.b.c.⁊ vnũquẽq; angulorum ei⁹ diuidã p̱ tria eq̃lia ⁊ protrabã lineas diuidẽtes angulos vsq; ad circũferentiã ⁊ tu nc quod nouẽ anguli locati in circulo sũt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. protrabã enim

co2das ſubtractas ſingulis arcubus ⁊ babebo intentum. Explicit liber quartus incipit liber quintus.

Diffinitio .1.

Pars eſt quantitas quantitatis mino2 maio/ris/cum mino2 maio2em numeret.

¶ Pars quãdoq3 ſumitur p2op2ie: ⁊ bec eſt q̄ aliquotiens ſumpta ſuum totum p2eciſe conſtituit: ſine Ꝺi/minutione vel augmento: ⁊ dicitur ſuum totum nu/merare per illum numerum ſm quẽ ſumitur ad ipſi⁹ totius conſtitutionẽ: talem autem partem quã multiplicatiuã dicimus bic diffinit. ¶ Quãdoq3 ſumitur cõmuniter ⁊ bec eſt quelibet quantitas mino2 q̄ quotienſcũq3 ſũpta ſuo toto min⁹ aut maius conſtituit. quã aggregatiuã dicimus: eo ꝙ cum alia quantitate diuerſa totum ſuũ cõſtituat: p ſe aũt quotienſcũq3 ſumpta fuerit non p2oducat.

Diffinitio .2.

Multiplex eſt maio2 mino2is/quando eã mino2 metitur.

¶ Pars relatiue dicitur ad totũ: ⁊ in iſtis duobus extremis conſiſtit co2ũ adinuicẽ relatio: ⁊ ideo diffinito mino2i extremo/ diffinit bic maius: vocat autẽ ipſum multiplex p2opter boc/ꝙ minus ipſũ aliquotiens ſumptũ conſtituat: erunt igitur relatiue dicta adinui/cẽ: pars ⁊ multiplex. Nã omnis pars ſubmultiplex: vt patet per eius diffinitionẽ.

Diffinitio .3.

Propo2tio eſt duarum/quantecunq3 ſint/eiuſdem generis quantitatum/certa alterius ad alteram babitudo.

¶ Propo2tio eſt babitudo duarum rerum eiuſdem generis adinui/cem/in eo ꝙ earũ altera maio2 aut mino2 eſt reliqua/ vel ſibi equa/lis. Non enim ſolũ in quantitatibus reperitur p2opo2tio. ſed i põ/deribus: potentijs et ſonis. In ponderibus quidẽ ⁊ potẽtijs vult plato ĩ tbimeo eſſe p2opo2tionẽ: vbi elemento2um numerũ oſtendit: in ſonis autem eſſe p2opo2/tionem liquet ex muſica. Nam vt vult Boecius in quarto/ſi quilibet neruus in du/as inequales partes diuidatur. erit ipſarũ partiũ ſuo2umq3 ſono2: eadem cõuer/ſo modo p2opo2tio. Sꝫ in quibuſcunq3 p2opo2tio reperitur: ea participant natu/rã ꝓꝓꝛietatẽq3 quãtitatis: nõ enim reperitur in aliquibus rebus duabus/niſi in eo ꝙ earum vna eſt reliqua maio2 aut mino2. aut ſibi equalis. ¶ Quantitatis autem ꝓꝓꝛium eſt ſm ipſam equale vel inequale dici. vt vult Ariſto. in p2edicamẽtis. vn/de liquet ꝓpo2tionẽ p2imo in quantitate reperiri. ⁊ per ipſam in omnibus alijs. Nec eſſe in aliquib⁹ rebus p2opo2tionẽ cui ſimilis nõ ſit in aliquibus quantitatib⁹. ꝓpter qꝺ bene dixit euclides. ꝓpo2tionẽ ſimpliciter eſſe in quantitate/cum eã diffi/nuit per babitudinem duarũ quantitatũ eiuſdem generis adinuicem ¶ Cui⁹ dif/finitionis intellectus ẽ/ꝙ p2opo2tio ẽ babitudo duarum quantitatum adinuicem que attenditur in eo ꝙ vna earum eſt maio2 aut mino2 alia vel ſibi equalis: p qꝺ patet ꝙ opo2tet eas eſſe eiuſdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas ſuperficies: aut duo co2pa: aut duo loca: aut duo tempo2a. Non enꝫ poteſt

Nota quomo intelligitur eiusdem generis in diffinitione proportionis.

Similiter nota li certa: quia expositio Campani magnam nobis ingerit difficultatem …

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea linea et superficies superficie. Sola enim vniuoca compabilia sunt. ¶ Qd autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita inquã determinata q hec et non alia. Non enim est necessarium vt omnis habitudo duarũ quantitatum sit scita a nobis: nec etiã a natura. ¶ Nam proportio quedam est discretorum vt numerorum. quedã aũt continuorum. In numeris autẽ minor ẽ pars aut partes maioris vt demonstratur in septimo: quare et in eis omnibus est habitudo certa et nota. ¶ At vero in continuis est proportio magis larga: est enim ĩ eis vbi minor quantitas est pars: aut ptes maioris: et talium omnium mediantibus numeris ẽ proportio nota: que et rationalis dicit̃. Dicuntur qz omnes tales quantitates cõmunicantes: quia eas vna et eadẽ necessario metitur. Vnde et omnes numeri sũt cõmunicantes. omnes enĩ ipsos metitur vnitas. Est etiam vbi minor non ẽ pars. aut partes maioris et in talibus nõ est nota proportio. nec nobis nec nature. Diciturqz hec proportio irrõnalis: et hec quãtitates incõmunicantes: Vnde fit: ut quecunqz proportio reperitur in numeris reperiat̃ in omni genere continuorum: vt in lineis superficiebus corporibus et temporibus: nõ autem econuerso: infinite enĩ sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura nõ sustinet. Sz quecunqz proportio reperitur in vno genere continuorum eadem reperitur ĩ oĩbus alijs. Nam qualitercunqz se habet aliqua linea ad quãlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquã aliã. et quodlibet corpus ad aliqd aliud: similiter et tempus: sed non sic quilibet numerus ad aliquẽ aliũ: vnde magis ẽ larga pportio in continuis. qz in discretis. Ex quo manifestum est proportionẽ geometricam esse maioris abstractionis: qz proportionem aritmeticam: omnis enĩ proportio circa quã aritmetica versatur rõnalis est: geometria vero rõnales et irrõnales eq̃liter considerat.

Proportio Rationalis.
Quantitates coicantes.

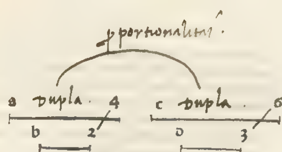
Proportio Irrationalis.
Quantitates incoicantes.

Diffinitio .4.



Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. et. b. similis est illi que est inter. c. et. d. hec autem si̇̃litudo que ex istis pportionibus resultat dicit̃ pportiõalitas

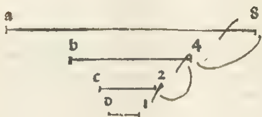


Diffinitio .5.



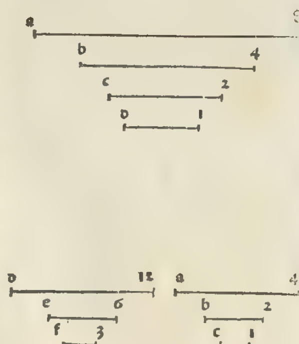
Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sũt: aut eque sibi sine interruptiõe addunt aut minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p cõtinuã et discõtinuam diffinit mẽbra diuidentia. et primo cõtinuã ĩmo vt verius dicã: supposita diuisione proportionalium p continue pportionalia et incõtinue: diffinit nõ cõtinuã pportionalitatẽ: nec incõtinuam: sed cõtinue pportionalia et incontinue. diffinitio autem continue pportionalitatis et incõtinue satis patet per diffinitionẽ cõtinue pportionalium et incontinue. ¶ Cõtinua aũt pportionalitas ẽ cũ quotlibet quãtitatũ eiusdẽ generis in qua pportiõe prima antecedit scdam in eadẽ quelibet aliarum antecedit pximo cõsequentẽ. vt cũ dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b ad. c. et. c. ad. d. eritqz quelibet earum antecedens et consequens: excepta prima que est solũ antecedens: et vltima que est tm̃ cõsequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter cõtinuationẽ propor/



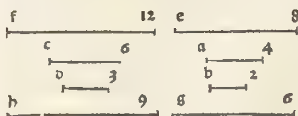
tionũ eo q̃ nõ sit ꝓportio inter quantitates generum diuersoꝝ: ꝛ hec erit ad min⁹ in tribus terminis constituta. ¶ Incõtinua autem est cũ quatuor quantitatũ siue omnes fuerint eiusdẽ generis siue due prime vnius ꝛ due postreme alterius: i qua proportione prima antecedit scdãm in eadẽ tertia antecedit quartã: vt cũ dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritq; earum quelibet: aut tm̃ antecedẽs aut tm̃ consequens: nec est necesse vt sint omnes quatuor eiusdẽ generis sicut erat in proportionalitate cõtinua: eo q̃ cõsequẽs prime proportionis nõ cõtinuat̃ antecedenti scdẽ: sed possibile est vt sint eiusdẽ generis: ꝛ possibile est vt sint diuersoꝝ. Sicut eni contingit lineã reperiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad superficiẽ: ꝛ corpus ad corpus: ꝛ tẽpus ad tempus: ꝛ numerus ad numeꝝ. ¶ Uiso quid sit continua ꝓportionalitas. ꝛ quid incõtinua explanemus diffinitionẽ continue ꝓportionaliũ premissam. Quantitates inquit proportionales cõtinue sunt quaꝝ eq̃ multiplicia aut sibi sunt eq̃lia: aut eq̃ sibi sine iterruptione addũt: aut minuũt verbi gratia. Sint tres quãtitates eiusdẽ generis. a. b. c. ad quas sumant̃. d. e. f. eq̃ multiplicia: vt sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b ꝛ. f. ad. c. eruntq; omnes in eodẽ genere. Multiplicia eni ꝛ submultiplicia in eodẽ sunt genere: sitq; vt. d. e. f. aut sint equalia adinuicẽ: aut silr̃ se habeant in addendo aut minuendo ita q̃ sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat sup̱. f. aut minuat ab ipso. Cũ hec inquã multiplicia sic se habuerint erũt tres quãtitates. a. b. c. cõtinue ꝓportionales. Multiplicia autẽ nõ intelligas silr̃ sic se habere in addẽdo aut minuendo quantũ ad quantitatẽ excessus: sed quantũ ad proportionẽ: aliter eni diffinitio esset falsa. Nam quarũlibet quantitatũ eiusdẽ generis equis se differentijs excedentium eque multiplicia accepta equis etiã differentijs se excedũt: vnde silr̃ se habent in addendo ꝛ minuendo quantũ ad quãtitatem excessus. Nec tamẽ priores qñtitates sũt cõtinue proportionales: imo minoꝝ est semp̱ maior proportio. hoc autẽ ideo euenit qm̃ eaꝝ multiplicia nõ silr̃ se excedunt quãtũ ad proportionẽ. sed solũ quantũ ad quantitatẽ excessus: est eni ꝛ ibi in minoribus multiplicib⁹ maior proportio. verbi gratia: sumant̃ tres numeri equis differentijs se excedentes: immediate videlicet arismetice: vt. 2. 3. 4. horũ trium omnes eque multiplices equaliter se excedunt. dupli quidẽ binario tripli ternario. ꝛ sic de ceteris: nõ tamen sunt. 2. 3. 4. cõtinue proportionalia: imo minoꝝ est maior proportio: est eni ipsorũ ꝓportio sesquialtera: ꝛ maioꝝ sesquitertia: qr ergo inter eos nõ est similitudo proportionũ. Nõ erit inter eos ꝓportionalitas: ꝛ iõ neq; continua neq; incontinua. patet ergo similitudinẽ illam additionis aut diminutionis nõ intelligi quantũ ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem: erit itaq; sensus diffinitionis premisse. Continua proportionalia sunt quarũ omnia multiplicia equalia sũt continue proportionalia: sed noluit ipsam diffinitionẽ proponere sub hac forma quia tunc diffiniret idem p̱ idem: aperte tamẽ rei est istud cum sua diffinitione cõuertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdẽ generis ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim. a. ꝛ. b. essent diuersorum generum. essent etiã. d. ꝛ. e. ipsarum a. ꝛ. b. multiplicia eorũdẽ diuersorum generum: propter hoc q̃ multiplicia ꝛ submultiplicia eiusdẽ sũt generis: quare. d. nõ esset equalis. e. nec ea maior: aut minor. Nam quantitates diuersorum generum non sunt adinuicem comparabiles.

Diffinitio. 6.

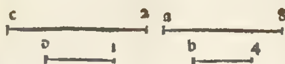




Uantitates que dicunť eē ꝫm ꝓportionē vnā prima ad se/cūdā ⁊ tertia ad quartā sunt quaꝝ prime ⁊ tertie multipli/ces equales multiplicibus secūde ⁊ quarte equalibus fue/rint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte.



¶ Posita superiꝰ diffinitione quātitatū continue ꝓportionaliū. hic ponit diffini/tionē incōtinue ꝓportionaliū: ⁊ ē ꝙ quarūlibet .4. quantitatū quaꝝ prime ⁊ tertie eque multiplicia sūpta fuerint: itēqꝫ scđe ⁊ quarte eque multiplicia: fueritqꝫ multi/plex prime sic se habens ad multiplex scđe quantū ad additionē aut diminutionē aut equalitatē: sicut multiplex tertie ad multiplex q̄rte: erit ꝓportio p̄me earuꝫ ad scđam: sicut tertie ad q̄rtā. verbi grā. Sint q̈tuor quātitates .a.b.c.d. sumanť qꝫ ad p̄mā ⁊ ad tertiā que sunt .a.⁊.c. eq̄ multiplicia vtpote dupla: que sint .e.⁊.f. Itēqꝫ ad scđam ⁊ quartā que sunt .b.⁊.d. sumāť alia eq̄ multiplicia: vtpote tripla. q̄ sint g.⁊.h. sitqꝫ vt hec .4. multiplicia sic sūpta cōpata adinuicem ꝫm ordinē primarum quatuor quantitatum: ita videlicet ꝙ .e. cōpetur ad .g.⁊.f. ad. h. non autē. e. ad .f. aut .g. ad .h. sint similia in additione diminutione ⁊ equalitate: videlicet ꝙ si .e. ad dit supra .g. ⁊ silr̄ .f. addat supra .h. aut si .e. minuit a .g. ⁊ .f. similiter minuat ab .h aut si .e. est equalis .g. ⁊ similiter .f. sit equale .h. tunc proportio .a. ad .b. est sicut .c ad .d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffi/nitione cōtinue ꝓportionaliū: videlicet nō quantū ad quantitatē excessus. sed q̄n tum ad proportionē. ¶ Qđ aūt dicit eodē ordine sumpte intelligatur sicut exposi/tum est: videlicet vt multiplicia non referanť adinuicem ꝫm ordinē earum quanti/tatum: quibus eque multiplicia assumunť. vt multiplex prime non referať ad mul/tiplex tertie: aut multiplex scđe ad multiplex quarte. sed referatur ꝫm primū ordinē ipsaꝝ .4. quantitatum: videlicet multiplex prime ad multiplex scđe . ⁊ multiplex ter tie ad multiplex quarte. ¶ Erit itaqꝫ sensus istius diffinitionis: Incōtinue ꝓpor/tionales sunt quatuor quātitates ⁊ ꝓportio prime ad scđam ē sicut tertie ad quar/tam cū sumptis eque multiplicibus ad primā ⁊ tertiam. Itēqꝫ eque multiplicibus ad scđam ⁊ quartā erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex scđe: sicut multipli cis tertie ad multiplex quarte: sed nō diffiniuit sub hac forma. propter cām predi/ctā. licet a p̄te rei idē sit. Nō ē autē necessariū ut quatuor quantitates .a.b.c.d. sint eiusdem generis: eo ꝙ .b. nō continuať in proportione: cum .c. sed possunt eē due prime vnius generis: ⁊ due sequentes alterius. ꝑ qđ patet ꝙ necesse est referri mul tiplex prime ad multiplex secunde: ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. nō autē multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex scđe ad multiplex quarte q̄r non semꝑ sunt eiusdē generis. multiplex p̄me ⁊ tertie: nec multiplex scđe ⁊ q̄rte: fuit autē necesse sumere eq̄ multiplices ad p̄mā ⁊ tertiā : itēqꝫ eque multiplices ad scđam ⁊ q̄rtam: ⁊ nō eque multiplices ad primā ⁊ scđam: ⁊ itē non eque ad tertiā ⁊ quartā q̄r nisi ꝑ mltiplíciū sūptionē cōtinuāť termini p̄me ꝓportiōis cū terminis scđe. nō erit ꝑ quid sit ꝓportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d.



Diffinitio .7.



Uantitates quarū ꝓportio ē vna ꝓportiōales noīantur.

¶ Postquā diffiniuit quantitates continue proportionales ⁊ incon/tinue diffiniuit quantitates ꝓportionales simpl'r: et pꝫ diffinitio.

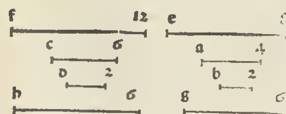
Diffinitio .8.

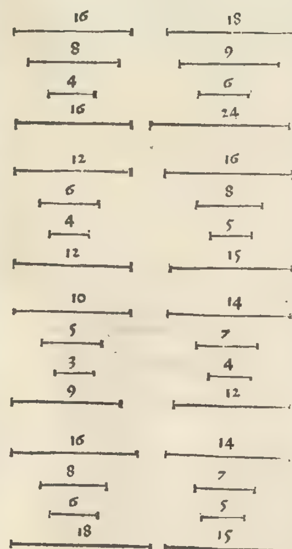
V



Cum fuerint prime ⁊ tertie eque multiplices: Itemqꝫ secunde ⁊ quarte eque multiplices. adderqꝫ multiplex prime super multiplicem secunde. Nō addet autē multiplex tertie super multiplicē quarte. dicetur prima maioris proportionis ad scd̄am q̃ꝫ tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus proportionalibus diffinit quantitates im̄pportiōales Sūt aūt im̄pportionales inter quas ē silitudo proportionū qd̄ cōtigit dupliciter aut quia maior est pportio p̄me ad secundā q̃ꝫ tertie ad quartā: aut quia minor ⁊ ideo eius sunt due species. Prima quando maior est pportio primi ad scd̄m q̃ꝫ tertij ad quartum: ⁊ dicitur hoc maior improportionalitas. ¶ Secūda vero qñ minor est proportio primi ad scd̄m q̃ꝫ tertij ad quartū: ⁊ dicit̄ minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primi ad scd̄am q̃ꝫ tertie ad quartā que est maior improportionalitas: diffinitionē autē earum inter quas est minor proportio prime ad scd̄am q̃ꝫ tertie ad quartā non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cū igit̄ fuerint. 4. quantitates ad quarum p̄mam ⁊ tertiā sumpta sint eque multiplicia. ⁊ ad scd̄am ⁊ quartā eque multiplicia ⁊ multiplicia p̄me ⁊ scd̄e relata adinuicē non se habebunt similiter multiplicibus tertie ⁊ quarte relatis adinuicem in additione diminutione ⁊ eq̄litate: ille. 4. quantitates erunt improportionales. ¶ Qd̄ si ita fuerit ꝙ multiplex prime sit equale multiplici scd̄e. multiplex vero tertie sit minus multiplici quarte. Aut ꝙ multiplex p̄me sit maius multiplici scd̄e. multiplex aūt tertie sit equale. aut minus multiplici quarte. Aut ꝙ multiplex p̄me sit maius multiplici secūde: ⁊ similiter multiplex tertie multiplici quarte: verūtamen plus excedit quātum ad proportionem non quantum ad quātitatē excessus. multiplex prime multiplex scd̄e q̃ꝫ multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut ꝙ multiplex prime sit min⁹ multiplici scd̄e. ⁊ silr̄ multiplex tertie multiplici quarte. verūtñ minus minuit quātū ad proportionē non quātū ad quātitatē excessus: multiplex prime multiplici secūde: q̃ꝫ multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istoꝝ. 4. modoꝝ maior proportio prime ad secūdā q̃ꝫ tertie ad quartā. Quatuor autē modis istis oppositis erit minor pportio p̄me ad secūdā q̃ꝫ tertie ad q̄rtā. Exempla aūt istoꝝ oium euidenter sumēt̄ ex numeris. Additio ḡ illa multiplicis p̄me super multiplex secūde. Non aūt multiplicis tertie sup multiplex quarte: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad istos. 4. modos predictos ⁊ ipsos comprehēdit. vñ sensus isti⁹ diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt proponit fuerit maior proportio multiplicis p̄me ad multiplex secūde q̃ꝫ multiplicis tertie ad ml't̄iplex q̄rte: erit maior pportio p̄me ad hā q̃ꝫ tertie ad q̄rtā: nō diffiniuit autē sub hac forma ppter cōeꝫ cām p̄us dictā. Vel possum⁹ dicere ꝙ additio ml't̄iplicis p̄me sup multiplex secūde: ⁊ nō multiplicis tertie sup ml't̄iplex q̄rte: de q̄ loquit̄ in p̄missa diffinitione maioris i pportionalitatis pprie accipit̄ prout verba diffinitionis sonāt: ⁊ nō se extēdit nisi ad scd̄m q̄tuor predictoꝝ modoꝝ: lꝫ reuera quolibet illoꝝ q̄tuor modoꝝ sit maior pportio prime ad secūdā q̃ꝫ tertie ad quartam vñ sensus illius diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt pponit si multiplici prime exñte maiori multiplici secūde: non sit necessariū ꝙ multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tūc erit maior pportio prime ad secūdā q̃ꝫ tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: q2 iste est illis omnib⁹ magis plan⁹: ⁊ ad dictā diffinitionē sufficiēs. Nusq̄ꝫ





eni est maior proportio prime.4.quantitatū ad scđam q̄ȝ tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā ⁊ tertiā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scđe ⁊ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex scđe: nō aūt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vſq̄ȝ contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scđam q̄ȝ tertie ad quartam vt demonstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hee quātitates improportionales diuersoꝝ generum sicut ⁊ quātitates incōtinue proportionales si inter eas fuerit incōtinua improportionalitas: vt si dicatur maior est proportio a.ad.b.q̄ȝ.c.ad.d. Si autem fuerit continua improportionalitas erūt oēs eiusdē generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio.a.ad.b.q̄ȝ.b.ad.c.

Diffinitio .9.

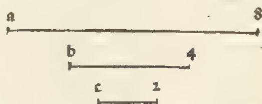
Est autem proportionalitas ad minus inter tres termios constituta.

¶ Postq̄ȝ auctor diffiniuit ꝓportionē ꝓportionalitatē ⁊ q̄ntitates ꝓportionales ⁊ iꝓportionales. ostēdit q̄s sit minimꝰ numerꝰ terminorū inter quos proportionalitas potest cōsistere maximū autē nō ponit: quia illum nō cōtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i terminis infinitis: siue fuerit rōnalis proportio siue irrōnalis. ¶ Ad proportionalitatē aūt exigunt̄ ad minus due proportiōes siſes: eo ꝙ proportiōalitas sit similitudo proportionū. Quelibet aūt proportio habet antecedens ⁊ consequēs: ergo q̄libet proportionalitas habet ad minus duo antecedētia ⁊ duo consequētia: hoc ē impossibile fieri in paucioribus q̄ȝ tribus terminis: in quibus medius coꝝ fiet antecedēs ⁊ ꝯsequēs: ⁊ iō proportiōalitas erit ꝯtiuua: quare in tribꝰ terminis ad minus erit cōtinua proportionalitas cōstitnta. Incōtinua aūt non erit i paucioribꝰ q̄ȝ in.4.eo ꝙ in ipsa quilibet terminꝰ ē tm̄ antecedēs: aut tm̄ ꝯn̄s: idem intellige de minori numero terminoꝝ improportionalitatis. Si enim fuerit ꝯtinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incōtinua ad minus inter quatuor.

Diffinitio 10.

Si fuerit tres q̄ntitates ꝯtinue ꝓportiōales dicet̄ ꝓportio prime ad tertiā. ꝓportio prime ad scđam duplicata.

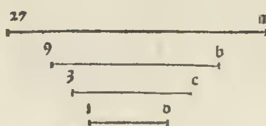
¶ Diffinit proportionē q̄ ē iter extremos termios continue proportionalitatis in tribꝰ termis cōstitute. ⁊ dicit ꝙ si fuerit proportio primi ad scđm sicut scđi ad tertiū: erit proportio p̄mi ad tertiū sicut primi ad scđm duplicata: hoc ē ex duabus talibꝰ cōposita. siue qđ idē ē: erit proportio primi ad tertiū. sicut p̄mi ad scđm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi grā. i numeris Sint.3.numeri cōtinue proportionales: sintq̄ȝ continue dupli: vt.2.4.8 proportio primi ad tertiū erit sicut proportio p̄mi ad scđm in se multiplicata: proportio aūt p̄mi ad scđm ē dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadruplā: vnde proportio extremoꝝ ē quadrupla: videlicet duplū dupli: vel scđm priorē expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundū duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

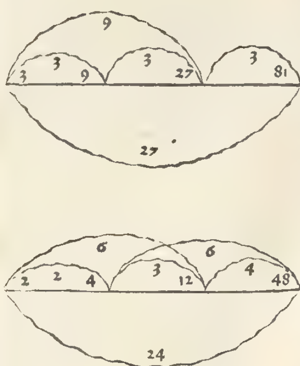


Diffinitio .11.

Cum fuerit q̄tuor q̄ntitates ꝯtinue ꝓportionales. ꝓportio prime ad quartā dicet̄ ꝓportio prime ad scđaȝ triplicata

¶ Diffinit ꝓportioné q̄ é iter extremos termios ꝯtinue ꝓportiōalitatis i.4.termi nis ꝯstitute: ⁊ dicit ꝙ si fuerit.4.q̄ntitates ꝯtinue ꝓportionales erit ꝓportio p̄me ad q̄rtā sicut ꝓportio p̄me ad scđam triplicata hoc é ex tribus talib⁹ cōposita. q̄m tales inueniūtur in ea: siue qđ idem est: erit proportio prime ad quartam sicut pri me ad secundam triplicata.hoc est in se.postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintq; cōtinue triplici.vt sint.1.3.9.27.proportio primi ad quartum erit sicut ꝓportio primi ad secundū in se postea productū multiplicata: proportio autem primi ad secūdum est tripla: tripla vero in se multiplicata ꝓducit nocuplā ⁊ tripla in nocuplam pro/ ducit vigincuplam septuplam.erit itaq; proportio extremorum vigincupla septu/ pla. qđ est triplum tripli. Vel ẜm priorem expositionem proportio extremorum é sicut proportio primi ad scđm triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tri bus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportio/ nalitatis inter plures q̄; quatuor terminos cōstitute: propter id ꝙ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. ¶ Denominatio autem ꝓpor/ tionis duarum quantitatum quibus nullum interponitur medium habet natura; linee. Earu; vero quibus interponitur vnū mediū in cōtinua ꝓportionalitate ha bet naturā superficiei eo qđ fit ex multiplicatione denomiationis duarū primarū in se. Omne autem qđ ex multiplicatione linee: in lineam ꝓducitur: naturā habet superficiei: si in se quidé quadrati: si vero in alterā parte altera longioris. Sed ꝓ/ portionis earum quantitatu; denominatio quibus in cōtinua ꝓportione duo me dia interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione deno/ minationis duarum primarum primo in se.ex qua multiplicatione producitur su perficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum siue cor/ pus: omne ⁊ enim qđ ex multiplicatione linee in superficiem producitur crescit iso lidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex inter/ uallum: ⁊ habens naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas au/ tem trium est duplex interuallum: ⁊ habens naturam duplicis dimensionis vt su/ perficiei: proportionalitas aūt quatuor est triplex interuallum: ⁊ habens naturā trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt.ideo nō diffiniuit proportionem contentam inter extremos proporcionalitatis in quinq; terminis: aut pluribus constitute: vel non diffiniuit proportionem in his quia ea rum ꝓportio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis ꝓ/ portio extremorum cōstat ex proportione primorum duplicata: ⁊ in q̄tuor termi/ nis cōstat ex eadem triplicata: i.5.terminis constat ex eadem quadruplicata: ⁊ in sex ex eadé quicuplicata: vñ quéadmodū i trib⁹ termīs ꝯtinue ꝓportiōalib⁹ ꝓpor tio extremoꝝ ꝯtinet ꝓportioné p̄moꝝ bis. ⁊ i.4.termīs ter. sic i.5.termīs ꝯtinebit quater. ⁊ in sex quinquies. ⁊ ita deinceps. ut semꝑ ꝓportio extremoꝝ i termis cō/ tinue ꝓportionalibus totiés cōtineat ꝓportioné p̄morum quot sunt omnes ter/ mini min⁹ vno. Silr̄ quoq; si ꝓportio extremoꝝ cōtinue proportiōalitatis i tri bus terminis ꝯstitute é ea q̄ producit̄ ex proportōe p̄moꝝ in se semel multiplicata: ⁊ in.4.in se bis multiplicata: in quinq; terminis ea que producitur ex proportione p̄morum in se ter multiplicata. ⁊ i.6.termis quater: ⁊ sic semꝑ ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue vt multiplicationes sint equales medijs



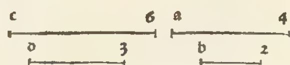


extremis interpositis. Et nota q etiam in proportionalitate continua extremorum proportio producitur ex omnibus proportionib9 intermedijs. ¶ Ex predictis apparet q proportio extremoꝝ continue proportionalitatis in tribus termis constitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denominatur a cubo: quorum quidē quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportiōis primi ad secundū: verbi gratia: i numeris Sint quatuor numeri continue proportiōales qui sint continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secūdū denominatur a ternario. est eni tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus ternarij. nam ipsa est nocupla. At vero proportio pmi ad quartū denominat̄. a. 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa enim est vigincupla septupla. ¶ Et proportio extremoꝝ im pportionalitatis continue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis cōstitute denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominationes triū proportionū: qd etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri ꝯtinue improportionales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus proportio primi ad secūdū est dupla: secundi ad tertiū tripla: ⁊ ideo primi ad tertiū sexcupla: tertij vero ad q̄rtuȝ q̄drupla: ⁊ iō pmi ad q̄rtū vigincuplū q̄drupla. Senari9 ergo qui ē denomiatio proportiōis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria. qui sunt denominationes duarum primarum proportionū 24. vero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2. 3. ⁊. 4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.

Diffinitio .12.



Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequenteȝ ⁊ antecedens ad consequentē. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. ¶ Itemqȝ permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem.

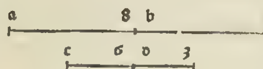


¶ Diffinit spēs proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. disiuncta: coniuncta: euersa ⁊ equa. ¶ Sunt autē hee species quasi quidā modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quib9 manent añcedentia ⁊ consequētia eadē ꝭm substantiā: qd nō ē i disiuncta: ꝯiūcta aut euersa: ⁊ in quibus nihil extra sumitur vt in equa: vocat autem antecedens primum extremū proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaqȝ per hanc diffinitionem q si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex hoc ego cōcludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia ⁊ de consequentibus antecedentia: qd iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema prime pportionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde cōsequentia. vult q iste mod9 arguendi vocetur proportionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis cōsequens: ⁊ cōsequens prime antecedens.

Propositio. 13.

Coniuncta vero proportionaltas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad cõsequens. sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

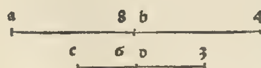
¶ Diffinit coniunctam disiunctam ⁊ euersam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem fm substantiã ⁊ vult ꝙ si ita fuerit. vt sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ego ex hoc concludam. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ꝙ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



Propositio. 14.

Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmẽtorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

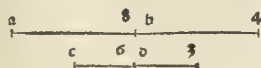
¶ Vult ꝙ si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam. ergo. a ad. b. sicut. c. ad. d. ꝙ iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.



Propositio .15.

Euersa proportionalitas dicitur quorũlibet antecedentiũ ad augmenta sui supra cõsequentia sua similitudo proportionum.

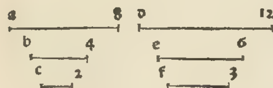
¶ Vult ꝙ si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludã ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. ꝙ iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

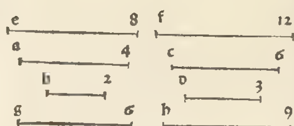


Propositio .16.

Equa proportionalitas dicitur quãtitatibus plurimis propositis aliisq; scd̃m eundem numerũ in vna proportione applicatis mediorum equali numero remoto vtrorumq; summorum similitudo proportionum.

¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit̃. ⁊ vult ꝙ si sumant̃ quotlibet quantitates. vt. a. b. c. itemq; totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. vt. d. e. f. fuerintq; secunde in proportiõe primaꝝ siue eodẽ ordine. vt si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e ⁊. b. ad. c. sicut. e. ad. f. siue ordine cõuerso vt si dicat̃. a. ad. b. sicut. e. ad. f. ⁊. b. ad c. sicut. d. ad. e. ⁊ ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ꝙ iste modus arguendi vocetur equa proportionalitas. ¶ horum autẽ. 6. modorum arguendi qui dicũtur species ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in lrã infra in isto. 5. Permutatam quidẽ proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctã vero in. 17. coniunctam in. 18. equam vero proportionalitatẽ demonstrat. in. 22. ⁊ 23. Sed in. 22. cũ quantitates duorũ ordinũ eodẽ ordine sunt proportionales. in. 23. cũ vero sũt ꝓportionales ordine conuerso. Cõuersam vero ꝓportionalitatẽ: aut euersã non demõstrãt eo ꝙ conuersa pꝫ ex diffinitiõe quãtitatũ icõtinue ꝓportionaliũ. Euersa aũt pꝫ ex pmutata adinuicẽ. 19. vt sup eãdẽ. 19. sumꝰ dicturi. qualr̃ autẽ ꝯuersa ꝓportiõalitas ex diõne quãtitatũ icõtinue ꝓportiõaliũ mãifesta sit demõstremꝰ nũc. ¶ Sit ergo ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. volo ꝰ demõstrare qd̃ erit b. ad. a.





ſicut.d.ad.c.ſumatur.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eque multiplicia.ſimiliter quoq₃.g. ad.b. ⁊.h.ad.d.eque multiplicia.eritq₃ per conuerſionem diffinitionis quãtitatum in/continue proportionalium. vt.e.⁊.g. itemq₃.f.⁊.h.ſimiliter ſe habeant in additi one diminutione ⁊ equalitate.intelligo tunc.b.primum.a.ſecundum. d.tertium.c q̃rtũ.ſũptaq₃ ſũt ad primũ ⁊ tertiũ.g.⁊.h.eque multiplitia.Itẽq₃ ad ſecũdũ ⁊ q̃r/tum.e.⁊.f.eque multiplicia ⁊ quia multiplicia primi ⁊ ſecundi que ſunt.g.⁊.e.ſimi liter ſe habent multiplicibus tertij ⁊ quarti que ſunt.h.⁊.f.adinuicem diminutiõe ⁊ equalitate.erit p̃ dictã diffinitionem proportio.b.primi.ad.a.ſecundum.ſicut.c tertij ad.d.quartum quod eſt propoſitum.Conſtat itaq₃ modus arguendi qui di citur conuerſa proportionalitas.¶Huius autẽ quinti libri principia plurimis dif/ficilima eſſe videntur.⁊ quibuſdam concluſionibus quas ex ipſis demonſtrat. ma gis ab intellectu diſtantia . Nihil enim videtur intellectui imediacius adherere. q̃₃ q̄ duarum quarũlibet quantitatũ equalium ſit ad tertium quãlibet vna propor tio:qð tamen huius quinti ſeptima demonſtrat ex diffinitione incontinue propor tionalitatis que ab intellectu primo videtur q̃₃ plurimum eſſe remota .quis enim non facilius duarum quantitatum equalium ad aliquẽ tertiam eandem eſſe pro/portionem concedat.q̃₃.4.quantitatum ſi multiplicia prime ⁊ tertie equaliter ſum pta multiplicibus ſecunde.⁊ quarte equaliter ſumptis ſimiliter ſe habuerint ĩ ad/ditione diminutione ⁊ equalitate eſſe proportionem prime ad ſecundam.ſicut ter tie ad quartam. Verum ſi ſubtiliter intuemur liquido conſtabit nõ poſſe vniri in/tellectui q̄ proportio duarum quantitatum equalium ad tertiam ſit vna. niſi per quid eſt eſſe proportionem vnam.Si enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionẽ vnam eandem proportionem alteri .quomodo cognoſcet duarum quantitatum equalium eſſe eandem proportionem ad tertiam.Indiget igitur proculdubio in/tellectus anteq̃₃ illam que videbatur conceptibilis propoſitio apprehendat huius rei que per ipſius diffinitionẽ habebitur cognitione.poſtmodum vtrum ea diffi/nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cõueniat pertracta tione.qð ſi diffinitio inuenta fuerit illis quãtitatibus conuenire concludetur pro/poſitum. Sin autem oppoſitum. Non eſt igitur immediata propoſitio q̃₃ ſuper ficialis apprehenſio immediatã iudicauit. ¶Similiter quoq₃ imediacius iudicat prima apꝑhenſio adherere intellectui q̄ duarum quantitatum inequalium maior eſt proportio maioris earum ad aliam q̃₃ minoris ad eandem quã demonſtrat.8. huius. q̃₃ qð.4.quãtitatum ſit maior proportio prime ad ſecundam q̃₃ tertie ad quartam.cum multiplicibus ad primam ⁊ tertiam equaliter ſumptis . Itemq₃ alijs ad ſecundã ⁊ quartam ⁊ equaliter multiplex prime addit ſuper multiplex ſe/cunde.⁊ multiplex tertie non addit ſuper multiplex quarte.ex quo que predicta eſt propoſitio demonſtratur:ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi niſi per quid eſt eſſe proportionẽ maiorem¶. Igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur pro portionales:⁊ que inproportionales diffinire. Proportionales autem ſunt qua/rum proportio vna eſt.⁊ Improportionales quaru₃ proportiones diuerſe. Itaq₃ diffiniuit quantitates quarum proportio vna . ⁊ eas in quibus connectuntur extrema nõ diſſociatis medijs quas vocauit continue proportionales.et dixit hãc ꝓportionalitatẽ i trib⁹ terminis ad min⁹ exiſtere.ꝓpter hoc q̄ vnũ ſaltẽ bis ſumẽdũ ẽ mediũ.et eas i quib⁹ accidit interruptio medioꝝ:⁊ hec ſũt icõtinue ꝓportiõales ⁊ hec ꝓportiõalitas ad minus exigit q̃tuor termios ꝓpter alteri⁹ medij ſũptionẽ

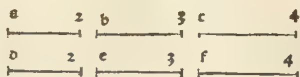
z diffiniuit etiam quantitates que sunt inproportionales.quarum est maior vna proportio quã sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis.tunc facile esset intellectui cognoscere que proportiones essent vna z que diuerse. ℭ Que enĩ haberent vnam denominationem essent vna.que autem diuersas diuerse. hec autem facilitas manifesta est ex arismetica.quoniam omnium numerorum proportio scita z rationalis est. Unde Jordanus in scdo arismetice sue diffinies que proportiones sunt eedem z que diuerse.dicit easdem esse que eandẽ denominationem recipiunt. Maiorem vero que maiorem z minorem que minorem. Sed ĩfinite sũt proportiones irrationales.quarum denominatio scibilis non est.quare cum euclides cõsideret in hoc libro suo proportionalia cõmuniter nõ contrahẽdo ad rõnales vł irrõnales quoniam cõsiderat proportionem repertam in continuis que communis est ad istas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ per idẽptitatem denominationũ.sicut arismeticus: eo ꝙ multarũ proportionum vt dictum ẽ sunt denominationes simpliciter ignote.diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis vnde malicia ꝓportionum irrõnalium coegit euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit vt patet ex premissis diffinire proportionalitatem siue idemptitatem proportionum.per idemptitatem habitudinum.siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinũ z in cõuenientias terminorum coactus est refugere ad terminoꝝ multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad excessum z equalitatem consideratis equis numerositatibus sumptoꝝ per qd ad naturam irrationalitatis reducuntur propositam diffinitionẽ venetur. nihil enim in quocunq̃ inequalitatis genere terminis magis idẽ q̃ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̃ multiplicium habitudo. ℭ Et quia proportio est duarum quãtitatũ eiusdem generis certa habitudo.considerata in eo ꝙ sunt equales aut ꝙ altera maior.ideo idemptitas proportionum entium inter primam.4.quantitatum ad secundam z tertiam ad quartam est similis equalitas prime ad secundam.z tertie ad quartam.aut similis maioritas. aut similis minoritas.hec autem similis equalitas.aut similis maioritas.aut silis minoritas.tunc est inter quatuor .quaslibet quantitates cum est inter omnes eaꝝ equaliter multiplices. ℭ Qd ergo dicit in quinta diffinitõe. quantitates que dicunt cõtinuam proportionalitatem habere .z cetera ac si diceret .omnes illas quantitates voco continue proportionales qd est eas similiter esse equales continue z similiter continue esse maiores. z similiter continue esse minores quarum omnes eque multiplices . aut sibiinuicem sunt . similiter continue equales . vel similiter continue maiores.vel similiter continue minores quod est etiam ipsas multiplices esse cõtinue ꝓportiõales qd si hoc alicubi ĩ mltiplicib⁹ dissonat eas dico nõ eẽ cõtinue ꝓportionales. ℭ Qd autẽ dicit in sexta diffinitione. Quãtitates que dicũt eẽ ẽm ꝓportionẽ vnam prima ad scdam z tertia ad quartam. z cetera ac si diceret oẽs.4.quãtitates voco icõtinue proportionales.z se habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartã:qd ẽ primã ad scdam.z tertiam ad quartã similit̃ se habere in equando aut addẽdo aut minuendo.quarum omnes eque multiplices prime z tertie ad oẽs eque multiplices secũde z q̃rte.similiter se habẽt aut ĩ equãdo aut addẽdo aut minuẽdo quod est etiam multiplices prime in eadem proportione se habere ad multiplices secunde.in qua multiplices tertie se habẽt ad multiplices quarte.quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus .dico non esse proportionem

pꝛime ad ſecūdā ſicut tertie ad quartā.qꝺ autē ꝺicit in.8.ꝺiffinitione ē ac ſi ꝺiceret maioꝛē pꝛopoꝛtionem voco.4.quātitatū pꝛime ad ſecundā quā tertie ad quartam quod eſt pꝛimā magis excedere ſecūdā quā tertia excedat quartā. quaꝝ aliqua ex multiplicibus pꝛime addit ſuper aliquam ex multiplicibus ſecunde:aliqua ex multiplicibus tertie ſumpta ſecundum numerationē multiplicis pꝛime non addente ſup aliquē ex multiplicibus quarte:ſumpta ſm numerationē multiplicis ſcꝺe. qꝺ ē eſſe maioꝛē pꝛopoꝛtionē multiplicis pꝛime ad multiplicē ſcꝺe: q̄ꝫ multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ¶ Diffinitiones autē iſtas niſi ſunt aliqui ꝺemonſtrare. quoꝝ ametus filius Joſeph tentauit eas ꝺemōſtrare in epiſtola ſua quā ꝺe ꝓpoꝛtione ⁊ pꝛopoꝛtiōalitate cōpoſuit.⁊ accepit tria per modū poſitiōis tanq̄ꝫ pꝛincipia que ꝺicit eſſe per ſe nota ⁊ ꝓbatione non indigere. ¶ Quoꝝ pꝛimū eſt quod ſi fuerint.4.quātitates.quaꝝ ſit pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſcꝺam ſicut tertie ad quartam. erit ecōuerſo ꝓpoꝛtio ſcꝺe ad pꝛimā ſicut quarte ad tertiam.⁊ hic eſt modus arguendi quē vocauit ſuperius euclides conuerſam pꝛopoꝛtionalitatē.⁊ errauit qm̄ ꝺixit ꝓpoſitionem eſſe per ſe notā. cuius antecedens ⁊ cōſequēs ſunt ignota. Ignotum ē enim quid ſit eſſe pꝛopoꝛtionem pꝛime quantitatis ad ſecūdā ſicut tertie ad quartam.quare hoc ignoto poſito/impoſſibile eſt intelligere quid ex ipſo ſequatur ſimiliter quoqꝫ qꝛ cōſequēs eſt ignotum.impoſſibile eſt intelligere quid ad ipſam antecedat. ¶ Scꝺm pꝛincipiū eius fuit:ꝙ ſi fuerint.4.quātitates quaꝝ ſit pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſcꝺam ſicut tertie ad quartā.ſi pꝛima ſit maioꝛ ſcꝺa:erit tertia maioꝛ quarta.⁊ ſi minoꝛ minoꝛ.⁊ ſi equalis equalis. ¶ Tertiū fuit/ꝙ ſi fuerint.4.quātitates quarum ſit pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſecūdā ſicut tertie ad quartā:erit pꝛime ad qꝺlibet multiplex ſecunde:ſicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte:⁊ accidit ſibi in iſtis ꝺuobus pꝛincipijs idem peccatum qꝺ accidebat in pꝛimo. Accepit enim ī oībus ignota ſimilr̄ tāq̄ꝫ nota:quare non ꝺemonſtrauit/peccauit etiā in ſecunda ꝺemōſtratione ⁊ in tertia ⁊ in quinta.ī quarū qualibet arguit ex.8.vl̄ ex 10. huius/que pꝛobantur ex ꝺiffinitione in continue ꝓpoꝛtionalitatis: Arguit enī ſic ſi pꝛopoꝛtio a.b.ad.e.eſt maioꝛ q̄ꝫ .g.ad.d.ſit ergo .v.b.ꝑtis.a.b.ad.e.ſicut .g. ad.d.per qꝺ apparet ipſum ſupponere ꝙ ꝺuaꝝ quātitatū.a.b.⁊.u. b.in equaliꝫ relatarum ad.e.maioꝛ maioꝛem ⁊ minoꝛ minoꝛem ad ipſā optinet pꝛopoꝛtionem. vel ꝙ quātitas ad.e. habebit minorem pꝛopoꝛtionē q̄ꝫ habeat. a.b.erit minoꝛ.a b.quoꝛum pꝛimum ꝺemonſtrat.8.huius.⁊ ſcꝺm.10 Nā cū vultis ſumere quātitatē que ſe habeat ad.e.in pꝛopoꝛtione.g.ad.d.ꝺabo tibi maioꝛem aut minoꝛem aut equalem.a.b.indifferenter ſicut voluero.quare autē non ꝺemonſtrat/aut accidit ſibi circulus/⁊ pꝛincipia eſſe ignotioꝛa concluſionibus. Supponēda ſunt igit̄ cū euclide pꝛincipia tanq̄ꝫ nota.⁊ non ipſa ex concluſionibus.ſed concluſiones ex ipſis ꝺemonſtrande ſunt.

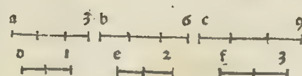
Pꝛopoſitio .1.



I fuerint quolibet quantitates aliaꝝ totidem eque multiplices: aut ſingule ſingulis equales neceſſe ē quemadmodum vna illarum ad ſui cōparem.totum quoqꝫ ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.



¶ Sit quotlibet quātitates.que ſint.a. b.c. aliarum totidem que ſint.d.e.f. eque multiplices vnaqueqꝫ ad ſui cōparē.aut ſingule ſint ſingulis equales.ita videlicet



ꝙ ſicut.a.ē mľtiplex.d.ita.b.ē multiplex.e.⁊.c.mľtiplex.f.vľ ſi.a.ē eq̄lis.d.ꝙ ſilr̄ b.ſit eq̄le.e.⁊.c.eq̄lis.f.dico ꝙ ſicut ſe habꝫ.a.ad.d.ita ſe habet aggregatū ex omnibus que ſunt.a.b.c.ad aggregatum ex omnibus que ſunt d.e.f. ℭQđ ſi ſingule ſingulis ſint equales patet propoſitū per hanc cõmunē ſciam: ſi equalibꝰ equalia addanť tota quoqꝫ erunt equalia. Si autē ſint omnes ſuis cõparibus eque multiplices diuiſis eis ſm quantitatē ſuaꝝ ſubmultipliciū: erit aggregatū ex prima pte.a.⁊.prima.b.⁊ prima.c.equale aggregato ex.d.e.f.ꝑ predictā cõmuneꝫ ſciam adiuuante hac: que eidem ſunt equalia inter ſe ſunt equalia. ℭSimiliter quoqꝫ aggregatū ex ſecūdis ptibus quantitatum.a.b.c.erit equale aggregato ex.d.e.f.ſicqꝫ de ceteris: ⁊ qꝛ hoc poterit totiens fieri quotiens.d.contineť in.a. erit vt eq̄le aggregatū ex.d.e.f.totiēs ꝯtineať i aggregato ex.a.b.c.quotiēs.d.contineť i.a.qꝛ ğ quotiēs.d.numerat.a.totiēs aggregatū ex.d.e.f.numerat aggregatū ex.a.b.c.patet ꝙ ſicut.a.eſt multiplex ad.d. ita aggregatū ex.a.b.c.aggregati ex.d.e.f. quod ē propoſitum.

Propoſitio .2.

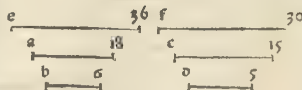
Si fuerint ſex quantitates.quaꝝ prima ad ſcđam atqꝫ tertia ad quartā eque multiplices: quinta vero ad ſecundam atqꝫ ſexta ad quartā eque multiplices: totum prime ⁊ quinte ad ſcđam: totumqꝫ tertie ⁊ ſexte ad quartam eque multiplicia eſſe conueniet.



ℭSint ſex quantitates.a.prima.b.ſecunda.c.tertia.d.quarta.e. quinta.f. ſexta. Sitqꝫ.a.⁊.c.eque multiplices ad.b.⁊.d.itēqꝫ.e.⁊.f. ſint eque mľtiplices ad eaſdē dico ꝙ ſicut totū aggregatū ex.a.⁊.e.ē multiplex ad quātitatē. b. ita totū aggregatū ex.c.⁊.f.eſt multiplex ad quantitatē.d. Nam qꝛ numerus ſm quē.b.contineť in.a.eſt equalis numero.ſm quē.d.continetur in.c.Similiter quoqꝫ numerus ſm quē.b.contineť in.e.eſt equalis numero ſm quē.d.contineť in.f.erit per cõmuneꝫ ſciaꝫ que eſt: ſi equalibus equalia addanť ⁊ cetera.numerus ſm quē.b.continetur in aggregato ex.a.⁊.e.equalis numero ſm quē.d.contineť in aggregato ex.c. ⁊.f. quare ſicut aggregatū ex.a.⁊.e.eſt multiplex ad.b.ita aggregatū ex.c.⁊.f.ē multiplex ad.d.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .3.

Si fuerint primum ſecundi ⁊ tertiuꝫ quarti eque multiplicia: ad primum vero ⁊ tertium multiplices ſumantur equales erunt: multiplex primi ad ſecūdū atqꝫ multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.



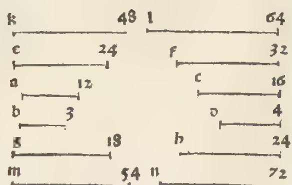
ℭSit ſex q̄ntitates.a.prima.b.ſecūda.c.tertia.d. quarta.e.quita.f.ſexta. Sitqꝫ.a.ad.b.⁊.c.ad.d. itēqꝫ.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eq̄ mľtiplices, dico ꝙ ſicut e.eſt multiplex ad.b.ita.f.ad.d.diuidať enim.e.ſm quantitatē.a.ſui multiplicis.⁊.f.ſm quantitatē.c.eritqꝫ ꝑpter equalitatē partiū.e.ad.a.⁊ partiū.f.ad.c. vt q̄libet ptiū.e.ſit ita multiplex ad.b.ſicut quelibet ptiū.f.ad.d.Quia ergo ſicut prima ps.e.ē multiplex ad.b.ita prima ps .f.ē multiplex ad.d. Itēqꝫ ſicut ſcđa pars.e.ē mľtiplex ad.b.ita ſecūda.f.ad.d.ergo erit per premiſſā aggregatū ex duabus primis ptibus.e.ita multiplex ad.b.ſicut aggregatū ex duabꝰ p̄mis ptibꝰ.f.ad.d/⁊ qꝛ rurſus tertia ps.e.(ſi ſit aliq̄ tertia ps)ē ita mľtiplex.ad.b.ſicut tertia.f.ad.d.erit ꝑ eādē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus.e.ſit ita multiplex ad.b.ſicut totum aggregatum ex tribus primis partibus.f.ad.d. ℭSicqꝫ ſi plures fuerint partes.e.⁊.f.componendo ſemper ſequentem cum aggregato ex prioribus concludēs

ꝙ ſicut.e.eſt multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premiſſam totiens ſumptã: quot fuerint partes in.e.aut in.f.minus vna:ſicqꝫ patet propoſitum.

Propoſitio .4.



I fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertii adquartum: ad primum autẽ et tertium eque multiplicia aſſignẽtur. Itemqꝫ ad ſecundum et quartum multiplices equales erunt aſſignate multiplices eodem ordine proportionales.



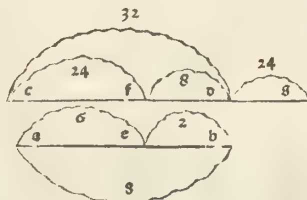
¶ Sit proportio.a.primi ad.b.ſecũdũ.ſicut.c.tertij ad.d.quartum. Sumanturqꝫ.e ad.a.⁊.f.ad.c.eque multiplicia. Itẽqꝫ.g.ad.b.⁊.h.ad.d.eque multiplicia: dico ꝙ ꝓportio.e.ad.g.eſt ſicut.f.ad.h.Sumam.k.ad.e.⁊.l.ad.f.eque multiplicia.itẽqꝫ m.ad.g.⁊.n.ad.h.eque multiplicia:⁊ quia.e.⁊.f.ſunt eque multiplicia ad.a.⁊.c: itemqꝫ.k.⁊.l.eque multiplicia ad .e.⁊.f .erunt per premiſſam.k.⁊.l.eque multiplicia ad.a.⁊.c.per eandem quoqꝫ erunt.m.⁊.n.eque multiplicia ad.b.⁊.d. quare per conuerſionẽ diffinitionis incontinue proportionalitatis.k.ad.m.⁊.l. ad.n. ſimiliter ſe habebunt in addendo diminuendo ⁊ equando:qꝛ ergo.k. ⁊.l. ſũt eque multiplicia ad.e.⁊.f.itemqꝫ.m.⁊.n.eque multiplicia ad.g.⁊.h.erit per diffinitionẽ incontinue ꝓportionalitatis ꝓportio.e.ad.g.ſicut.f.ad.h.qđ eſt propoſitum.

Propoſitio .5.



I fuerint due quantitates quarum vna ſit pars alterius minuaturqꝫ ab vtraqꝫ ipſarum ipſa pars/erit reliquum reliquo atqꝫ totum toti eque multiplex.

¶ Vel ſic ſi aliquota erit reliquũ reliqui tota ps quota totũ toti⁹.Sit q̃ntitas.a.b.tota ps quantitatis.c.d.quota.e.b.ipſius.a.b.minuaturqꝫ.a.b. ex quantitate .c.d.⁊ ſit reſiduum.f.c .eritqꝫ. f.d.equalis.a.b .Similiter quoqꝫ minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.ſitqꝫ reſiduum e.a.dico ꝙ quota pars eſt quantitas.a.b.quantitatis.c.d.tota eſt quantitas.a.e.quantitatis.c.f. cũ enĩ f.d.ſit equalis.a.b.erit.f.d.ita multiplex.e.b.ſicut.c.d.eſt multiplex .a.b. ponam itaqꝫ.d.g.ita multiplicem.a.e.ſicut .f.d. eſt multiplex.e.b. eritqꝫ ex prima huius quantitas.f. g.ita multiplex. a.b.ſicut.f.d .eſt multiplex. e.b. ⁊ quia ſic fuit. c.d. multiplex.a.b.ſicut.f.d.fuit multiplex.e.b .erit vtraqꝫ duarum quantitatũ.c. d.f. g.eque multiplex quantitatis.a.b.quare per cõmunem ſcientiam.c .d.⁊ .f.g. ſunt equales adinuicem:dempta igitur ab vtraqꝫ earum quantitate.f.d.erit.c.f. equalis.d.g.⁊ quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.ſicut.f.d.e.b.⁊ ideo ſicut.a.b.e.b.quare ⁊ ſicut.c.d.a.b.erit.c.f.ita multiplex.a.e.ſicut tota.c.d.totius.a.b. qđ eſt propoſitum.



2ª ſeptimi

Propoſitio .6.



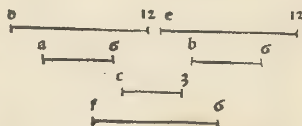
I fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices:dueqꝫ minores duabus maioribus vtraqꝫ a ſua multiplice ſubtrahantur:erunt duo reliqua earundẽ partium eque multiplicia:aut eis equalia.



¶ Sint quantitates.a.b.ad.c.z.d.e.ad.f.eque multiplices:subtrahanturq3.c.ex a.b.z.f.ex.d.e.z sint residua:ex a.b.quidē.a.g.ex.d.e.d.b.eritq3.g.b.equalis.c. z.h.c.equalis.f.dico q duo residua.a.g.z.d.b. erunt equalia duabus quantitatibus.c.z.f.aut eis eque multiplicia.Sit ergo primo.a.g.equalis.c.dico q .d.b.est equalis.f.Sumam enim quantitatem.e.k.equalem.f.eritq3 per premissas ypotheses vt tociens.f.sit in.b.k.quotiens.c.in.a.b. quare sicut.a.b.est multiplex.c.ita b.k.est multiplex.f.sed sic erat etiam.d.e.erat multiplex einsdem.f.erit igitur per cōem scientiam.b.k.equalis.d.e. dempta igitur cōmuni earum quantitate.b.e. erit.d.b.equalis.e.k.quare equalis.f.quod est propositū.¶ Si autem.a.g.sit multiplex.c.ponam vt.e.k.sit eque multiplex.f.eritq3 vt prius vt tociens.f.sit in.b.k quotiens.c.in.a.b.Sed tociens erat etiam in.d.e.erit igitur vt prius.d.e.equalis b.k.z.d.b.e.k.quare sicut.a.g.est multiplex.c.ita.d.b.est multiplex.f.q est propositum. Aliter idem cum fm eundem numerum contineat quantitas.a.b.quantitatem.c.fm q̃ quantitas.d.e.quantitatē.f.demptaq3 ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus secundum q̃.a.g.continet.c.z fm q̃.d.b.continet.f.patet quantitates.a.g.z.d.b.esse equales aut eque multiplices quantitatibus.c.z.f.

Propositio .7.

Si due quantitates equales ad quamlibet cōparentur:earum ad illam erit vna proportio:itemq3 ad illas proportio illius vna est.

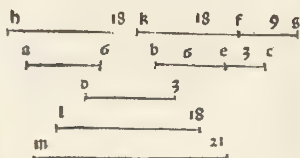


¶ Sint due quantitates.a.b.equales.que comparentur ad quamlibet tertiam vt ad.c.dico q eadem est proportio.a.ad.c.z.b.ad.c.itēq3 eadem.c.ad.a.z.c.ad.b.Primum sic probatur:cum enim.c.sit cōsequens ad.a primam z ad.b.tertiam ipsa erit in ratione secunde z quarte.Sumā igitur.d.ad.a primam:z.e.ad.b.tertiam eque multiplices: z sumam.f.quamlibet ex multiplicibus.c.que est secunda z quarta:z quia.a.z.b.quarū sunt eque multiplices.d.z.e. posite sunt equales erit:vt si.d.diuidatur fm quantitatem.a.z.e.secundū quantitatem.b.q partes vtrobiq3 sint numero z q̃ntitate equales: numero quidam per ypothesim ppter equalitatem multiplicationis vtrobiq3:quantitate autē per hāc cōem scientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem sūt equalia sibiinuicem sunt equalia:quia igitur prima ex partibus.d.est equalis prime ex partibus.e. z secunda:secunde:z cetere ceteris.Suntq3 tot partes in.d.quot sunt in.e.erit per primam huius.d.equalis.e.quare per cōem scientiam: si due quātitates equales cōparentur ad aliam tertiam:aut ambe quantitates.d.z.e:sunt similiter maiores.f. aut similiter minores:aut sibi equales:igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis:que est proportio.a.prime ad.c.secundam:eadē est.b.tertie ad.c.quartā qd est propositum.¶ Secundum eodē modo probabis ordine cōuerso:vt.c.ponatur prima z tertia.a.vero secunda .b.quarta .Cum vero quantitas.f.que est eque mltiplex prime z tertie sit aut similiter maior quātitatibus .d.z.e.que sūt eque mltiplices secunde z quarte:aut similiter minor aut eis equalis:erit per eandem diffinitionem proportio.c. prime ad.a.secundā :sicut.c.tertie ad.b. quartam quod est propositum secundum.

Propoſitio .8.



I duæ quantitates inequales ad vnã quantitatem propor/tionentur: maior quidem maiorem: minor vero minorem optinebit proportionez: illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

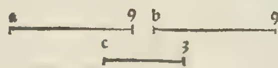


¶ Sint due quantitates inequales. a. ⁊. b. c. ſitqꝫ maior . b. c. ⁊ pro/portionentur ad eandem quantitatem que ſit. d. dico ꝙ maior eſt proportio. b. c. ad. d. q̃z. a. ad. d. ⁊ ꝙ econtrario maior eſt. d. ad. a. q̃z. d. ad . b. c. Primũ ſic pro/batur: ponam. e. b. equalem. a. ⁊ multiplicabo totiens. e. c. ꝙ proueniat quantitas maior. d. ſitqꝫ. f. g. ⁊ ſumam. k. f. ita multiplicem. b. e. ⁊ ſimiliter. h. ita multiplicẽ. a. ſicut. f. g. eſt multiplex. e. c. eritqꝫ per primam huius. h. ita multiplex . a. ſicut. k. g. eſt multiplex. b. c. erit etiam. h. equalis. k. f. propter hoc ꝙ earum ſubmultiplices que ſunt. a. ⁊. b. e. poſite ſunt equales. ponam quoqꝫ ꝙ. h. nõ ſit minor. d. ſed equa/lis: aut maior: totiens enim multiplicabo vnãquẽqꝫ trium quantitatum. e. c. b. e. ⁊ a. equaliter: ꝙ. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. ⁊ ꝙ. h. multiplex. a. nõ proue/niat minor eadem: deinde totiens multiplicabo. d. quod proueniat quantitas ma/ior. h. ſitqꝫ. m. prima quãtitas multipliciũ. d. q̃ ſit maior. h. Sub qua ſumã maxi/mam multiplicem. d. aut ſibi equalem: ſi. m. eſt prima in ordine multiplicium . d. que ſit. l. eritqꝫ ut. l. non ſit maior. h. ⁊ conſtabit. m. ex. d. ⁊. l. propter id qđ omne multiplex conſtat ex proximo precedenti multiplici ⁊ ſimplo: vt triplum ex duplo: ⁊ ſimplo. excepto primo multiplici quod conſtat ex bis ſimplo. ¶ Quia ergo. h. ẽ equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaqꝫ. k. f. ⁊. d. nõ efficient minus q̃z. l. ⁊. d. qua/re non efficient minus q̃z. m. ⁊ quia. f. g. eſt maior. d. erit. k. g. maior q̃z. m. ¶ In/telligo igitur quantitatem. b. c. primam. d. ſecundam. a. tertiam. d. quartam: ⁊ q̃r ad primam ⁊ tertiam ſumpta ſunt eque multiplicia videlicet. k. g. ⁊. h. Similiter quoqꝫ ad ſecundam ⁊ quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorũ qđ eſt. m. ⁊ addit. k. g. multiplex prime ſuper. m. multiplex ſecunde: non addit autem h. multiplex tertie ſuper. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris im p/portionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. ſecundã q̃z. a. tertie ad. d. quar/tam qđ eſt primum. ¶ Secundũ probabis per eandem diffinitionem conuerſo õr/dine: vt. d. ſit prima ⁊ tertia. a. ſecunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex pri/me ſuper. h. multiplicem ſecunde. Non addit autem. m. multiplex tertie ſuper. k. g. multiplicem quarte: quare maior eſt proportio. d. ad. a. q̃z. d. ad. b . c. quođ eſt ſe/cundum. ¶ Ex huius autem demonſtrationis modo patet ſufficientia diffinitio/nis maioris improportionalitatis: q̃z poſuit auctor in principio huius quinti. Nuſquã enim eſt maior proportio prime quatuor quantitatum ad ſecũdam q̃z ter/tie ad quartam. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam ⁊ tertiam re/periri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia ſecunde ⁊ quarte: inuenie/tur multiplex prime addere ſuper multiplex ſecunde. Non autem multiplex tertie ſuper multiplex quarte. hec autem multiplicia ſic reperiemus: ſicut demonſtrabi/mus infra ſupra. 12. huius.

Propoſitio .9.

SI fuerit aliquaꝝ quantitatum ad vnam quantitatem proportio: vna ipsas esse eq̄les. Si vero vnius ad eas proportio vna ipsas equales esse necesse est.

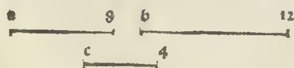
¶ Sit duarum quantitatum .a.⁊.b. proportio vna ad .c. dico eas eē equales. ⁊ si ecōuerso fuerit eadem proportio .c. ad vtrāqꝫ earū: adhuc dico eas esse equales. hec est conuersa .7. Primum sic patet. si enim non sunt equales: sed altera earum maior: vtpote .a. erit per primam partē premisse maior proportio .a. ad .c. q̄ꝫ .b. ad .c. quod est contra ypothe. Secundum quoqꝫ patet: q2 si .a. est maior .b. erit per secundam partem premisse maior proportio .c. ad .b. q̄ꝫ ad .a. quod est etiam contra ypothesim.



Propositio .10.

SI fuerit vni⁹ ad quātitatē vnā aliquā ꝓportio maior quātitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandeꝫ proportio maior minorem esse necesse est.

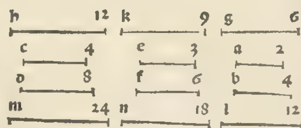
¶ Qđ si fuerit maior proportio .a. ad .c. q̄ꝫ .b. ad .c. dico .a. esse maiorē .b. ⁊ si fuerit maior .c. ad .b. q̄ꝫ .c. ad .a. adhuc dico .a. esse maiorē .b. hec est conuersa .8. Primum patet per primam partem .7. ⁊ per primam .8. nam per primam partem septime: non erit .a. equalis .b. nec etiam minor per primam octaue. Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.



Propositio .11.

SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales ipsas quoqꝫ ꝓportiones sibi inuicē equales eē necesse ē.

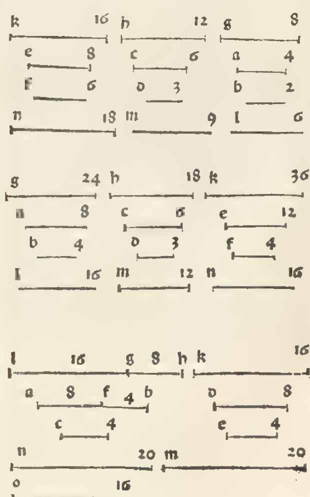
¶ Proportionem hāc quā euclides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones: que eidē sunt equalia sibi quoqꝫ sunt equalia: ꝓut de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo vtraqꝫ duarum proportionum que sunt .a. ad .b. ⁊ .c. ad .d. equalis proportioni que est .e. ad .f. dico proportiones que sunt .a. ad .b. ⁊ .c. ad .d. sibi inuicem esse equales. Sumam enim .g. ad .a. ⁊ .h. ad .c. ⁊ .k. ad .e. eque multiplices. Itemqꝫ .l. ad .b. ⁊ .m. ad .d. ⁊ .n. ad .f. eque multiplices: ⁊ quia per ypothesim proportio .e. ad .f. est sicut .a. ad .b. ⁊ similiter sicut .c. ad .d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptā si .k. addit super .n. ꝙ .g. addit super .l. ⁊ .h. super .m. ⁊ si .k. minuit ab .n. ꝙ .g. minuat ab .l. ⁊ .h. ab .m. ⁊ si .k. est equalis .n. qđ .g. sit equalis .l. ⁊ .h. equalis .m. quia igitur .g. ad .l. ⁊ .h. ad .m. similiter se habent in addendo diminuendo ⁊ equando: mediantibus .k. ⁊ .n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis .a. ad .b sicut .c. ad .d. quod est propositum.



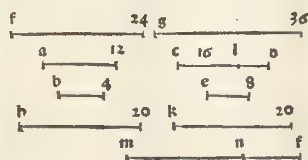
Propositio .12.

SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum. tertij vero ad quartum maior q̄ꝫ quinti ad sextū erit proportio primi ad secundum maior q̄ꝫ quinti ad sextum.

¶ Sicut in precedēti ꝙ hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est in q̄titatibus: videlꝫ ꝙ si due q̄ntitates fuerit sibi inuicē



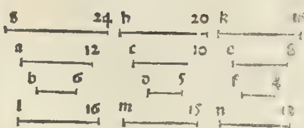
cq̃les quacunq3 fuerit vna caꝝ maioꝛ eadē maioꝛ erit ꝛ reliqua. ¶ In proportionibus tamen hoc demonstratur: vt si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.vero ad.d. sit maioꝛ q̃3.e .ad.f.erit quoq3.a.ad.b.maioꝛ q̃3.e.ad.f.Sumā enim.g.ad.a.ꝛ.b. ad.c.ꝛ.k.ad.e.eque multiplices. Itemq3.l.ad.b.ꝛ.m.ad.d.ꝛ.n.ad. f.eque multiplices:ꝛ quia per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.ꝛ maioꝛ q̃3.e.ad.f erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si .b. addit sup m.ꝛ .g.addat super .l.ꝛ per conuersionem diffinitionis maioꝛis improportionalitatis ꝙ non sit necesse.k.addere super.n.quia igitur mediantibus.b.ꝛ. m.si.g. addit super.l.nō est necesse.k.addere super.n.erit per diffinitionem maioꝛis improportionalitatis maioꝛ proportio.a.ad.b.q̃3.e.ad.f.quod est propositū. ¶ Simili quoq3 modo ꝓbabis ꝙ si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝛ.c.ad.d.minoꝛ q̃3.e.ad.f: erit.a.ad.b.minoꝛ q̃3.e.ad.f.cum enim sit.c.ad.d. minoꝛ q̃3 .e.ad. f.erit.c. ad.f. maioꝛ q̃3.c.ad.d.per conuersionem igitur diffinitionis maioꝛis improportionalitatis.si.k.addit super.n.non est necesse ꝙ.b.addat super. m. sed si.b. non addit super.m.g.non addit super.l.ergo si.k.addit super.n.non est necesse vt.g .addat super.l .per diffinitionē igitur maioꝛis improportionalitatis maioꝛ erit proportio e.ad.f.q̃3.a.ad.b.ergo econuerso:minoꝛ erit.a.ad.b.q̃3.e.ad.f.quod ē ꝓpositum ¶ Ex modo autem demōstratiōis octaue hui⁹ ꝛ hac:fiet manifestū ꝙ si fuerit prime quatuoꝛ quantitatum ad secundā maioꝛ proportio q̃3 tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime ꝛ tertie.que cū cōparabuntur ad aliq̃ eq̃ multiplicia secūde ꝛ quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scđe. non autem multiplex tertie super multiplex quarte:qđ sic patet:Sit eniȝ maioꝛ proportio.a.b.ad.c.q̃3.d.ad.e.ponam ergo vt sit proportio.a.f. ad.c. sicut.d. ad.e. eritq3 per hanc.12.ꝛ per.10.a.f.minoꝛ.a.b.ꝛ sit minoꝛ in quantitate.f.b. quā multiplicabo totiens ꝙ proueniat quātitas maioꝛ.c.que sit.g.h.hac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatē non minoꝛem.e .que sit.k .tunc ponam vt.l.g.sit ita multiplex.a.f.sicut.g.h.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritq3 per primam huius.l.h.ita multiplex.a.b.sicut.k.d.Deinde ponam ꝙ.m sit prima quantitas multiplex.e.que sit maioꝛ.k.ꝛ ponam.n.ita multiplicem.c.sicut. m. est multiplex e.eritq3 per premissas ypotheses ꝛ conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas.n .prima multiplicium.c .que erit maioꝛ .l.g. nec erit .l.g. minoꝛ.c. Sumam ergo sub.n.maximā multipliciū.c.aut sibi equalem si foꝛsan.n. sit prima multiplicium eius que sit.o.constabitq3.n.ex.o.ꝛ.c.quia ergo. l.g. non est minoꝛ.o.ꝛ.g.h.est maioꝛ.c.erit.l.h.maioꝛ.n.quare cum.k.sit minoꝛ.m. patet propositum. ¶ Conuersam quoq3 huius demonstrare possumus. videlicet ꝙ si cōtingit reperire aliqua eque multiplicia prime ꝛ tertie:quaꝛum multiplex prime addat super aliquod multiplex secūde:ꝛ multiplex tertie non addat super multiplex quarte:maioꝛ erit proportio prime ad secundam q̃3 tertie ad quartam: qđ sic probatur. Sint quatuoꝛ quātitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta.sintq3.f. ad.a.ꝛ.g.ad.c.d.eque multiplicia. Similiter.h.ad.b.ꝛ.k.ad. e.eque multiplicia: ꝛ addat.f.super.h.non addat autem.g.super.k.dico ꝙ maioꝛ est proportio.a.ad b.q̃3.c.d.ad.e.Si eniȝ equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet.g.super. k.qđ est contra ypothe. Si autē minoꝛ sit.c.l. ad.e. sicut.a.ad.b.eritq3 per huius.10.c.l.minoꝛ.c.d.ꝛ sit minoꝛ i quātitate.l.d. Ponā igitur vt.m.n.sit ita multiplex.c.l. ꝛ. n.p. multiplex.l .d. sicut f. est multiplex.a.



eritq; per primã huius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtraq; igit̃ duarũ quantitatum.m.p.ꝛ.g.est eque multiplex quantitatis.c.d.ergo ipse sũt eq̃les. Nam hec illatio demõstrata est in.7.huius :ꝛ quia.g.non est maioꝛ.k.nõ erit m.p.maioꝛ eadem.sed per conuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓpoꝛtionalitatis m.n.est maioꝛ.k.eo ꝙ.f.est maioꝛ.b.ergo.m.n.est maioꝛ.m.p.qͦd est impossibile quare relinquitur propositum.

Propositio .13.

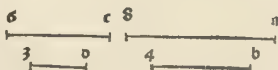
Si fuerint quotlibet quantitatũ ad totidem alias propoꝛtio vna erit quoq; que propoꝛtio vnius ad vnam. eadem propoꝛtio harum omniũ pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.



¶Qd primo proposuit de multiplicibꝰ:hic proponit de omnibꝰ propoꝛtionibus:vñ hec est cõmunioꝛ illa:eo ꝙ omnis multiplicitas est propoꝛtio:nõ autẽ econuerso.Sit igitur.a.ad.b.ꝛ.c.ad.d.ꝛ.e.ad.f.vna propoꝛtio :dico ꝙ que est propoꝛtio.a.ad.b.eadem est cõpositi ex.a.c.e.ad cõpositũ ex.b.d.f. Sumã.g ad.a.ꝛ.h.ad.c.ꝛ.k.ad.e.eque multiplicia.Itemq;.l.ad.b.ꝛ.m.ad.d.ꝛ.n.ad.f.eq̃ multiplicia:eritq; per primã huius cõpositum ex.g.h.k. ita multiplex cõpositi ex a.c.e.sicut.g.est multiplex.a.Similiter per eandẽ cõpositum ex.l.m.n.erit ita multiplex cõpositi ex.b.d.f.sicut.l.ẽ mltiplex.b.ꝛ ꝑ cõuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓpoꝛtionalitatis.bis sũptã si.g.addit sup .l.b.addit sup.m.ꝛ.k.super.n. ꝛ si minuit minuit : ꝛ si equat equat:ergo per cõmunẽ scientiam si.g.addit sup.l. compositũ ex.g.h.k.addit super compositum ex.l.m.n.ꝛ si minuit minuit :ꝛ si equat equat:ergo per diffinitionem incontinue propoꝛtionalitatis propoꝛtio.a .ad.b.ẽ sicut cõpositi ex.a.c.e.ad compositũ ex.b.d.f.quod est propositũ.

Propositio .14.

Si fuerint quatuoꝛ quantitates propoꝛtionales .fueritq; maioꝛ prima tertia.necesse est secundã.quarta esse maioꝛem.Qd si minoꝛ ꝛ minoꝛẽ.Si vero equalis ꝛ equalẽ ẽe.



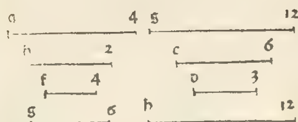
¶Sit propoꝛtio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ si.a.est maioꝛ.c.b.erit maioꝛ.d.ꝛ si minoꝛ minoꝛ.ꝛ si equalis equalis.Si enim.a.sit maioꝛ c.erit per primã partẽ.8. huius maioꝛ propoꝛtio.a.ad.d.q̃;.c .ad.d. quare maioꝛ erit.a.ad.d.q̃; ad.b.ergo per secũdã partẽ.10.huius.b.erit maioꝛ.d.qͦd ẽ propositum.Qd si.a.sit minoꝛ.c.erit per primã ptẽ.8.minoꝛ propoꝛtio.a.ad.d.q̃;.c.ad d.quare maioꝛ erit.a.ad.b.q̃; ad.d.per secũdã ergo ptem.10.b.erit minoꝛ.d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primã partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.quare.a.ad.d sicut ad.b.itaq; per secũdã ptẽ:9.b.erit equalis.d.sicq; patet propositum.

Propositio .15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate.erit ipsarum multipliciũ atq; sub multiplicium vna propoꝛtio.

¶Sint.c.ad.a.ꝛ.d.ad.b.eque multiplices: dico ꝙ que ẽ propoꝛtio a.ad.b.eadẽ est.c.ad.d.diuidat̃.c.ẽm quãtitatẽ.a.ꝛ.d.ẽm quãtitatẽ b.e.sũtq; tot partes.c.quot.d.ꝛ quia quelibet pars.c.ad q̃libet partem.d.se habet sicut.a.ad.b.erit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qͦd est propositum.

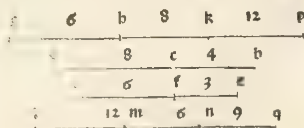
Propoſitio .16.



Si fuerit quatuor quantitates proportionales. ꝑmutatim quoqȝ proportionales erunt.

¶ Sit proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.a.ad.c.ſicut.b.ad d.⁊ iſte eſt modus arguẽdi qui dicit̃ ꝓportionalitas permutata. cu/ius demonſtratio ſic patȝ. Sumã.e.ad.a.⁊.f.ad.b.eque multiplices itemqȝ.g.ad.c.⁊.h.ad.d.eque multiplices:eritqȝ per premiſſam.e.ad.f.ſicut.g.ad h.quare ꝑ.14.ſi.e.addit ſupra.g.⁊.f.addit ſuper .h. ⁊ ſi minuit minuit: ⁊ ſi equat equat:per diffinitionẽ igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad.c.ſicut.b.ad d.quod eſt propoſitũ.Neceſſe eſt aũt vt in ꝑmutata proportionalitate ſint omnes quatuor quantitates eiuſdem generis.

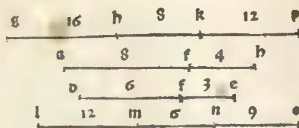
Propoſitio .17.



Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: eaſdẽ diſiunctim quoqȝ proportionales eſſe.

¶ Demonſtrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas ꝑmu/tata:demonſtrat illũ qui dicit̃ proportionalitas diſiuncta.Sit itaqȝ ꝓportio .a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f. dico ꝙ erit.a.c.ad.c.b.ſicut d.f.ad.f.e. Sumã enim.g.h.ad.a.c.⁊.h.k.ad.c.b.itemqȝ.l.m.ad.d.f.⁊.m.n.ad f.e.eque multiplices:eritqȝ per primam huius.g.k.ita multiplex.a.b.ſicut.g.h.eſt multiplex.a.c.⁊.l.n.ita multiplex.d.e.ſicut.l.m.eſt multiplex .d.f. ⁊ ideo per pre/miſſas ypotheſes.g.k.ẽita mltiplex.a.b.ſicut eſt.l.n.d.e.ponã iterũ.k.p.ad.c.b. ⁊.n.q.ad.f.e.eque multiplices:eruntqȝ per ſecundã.h.p.ad.c.b.⁊.m.q.ad.f.e.eq̃ multiplices per conuerſionẽ igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. ſi g.k.addit ſuper.h .p.l.n.addit ſuꝑ.m.q.⁊ ſi minuit minuit:⁊ ſi equat equat.dem ptis itaqȝ cõmunibus.h.k.⁊.m.n.erit per cõmunem ſcientiam:vt ſi.g.h.addit ſuper.k.p.ꝙ.l.m.addit ſuper.n.q.⁊ ſi minuit minuit:⁊ ſi equat equat. ergo ꝑ diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a.c.ad.c.b.eſt ſicut. d.f. ad.f.e.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .18.



Si fuerint quantitates diſiunctim proportionales.coniunctim quoqȝ proportionales erunt.

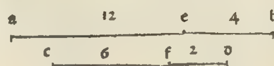
¶ Demonſtrat modũ arguendi qui dicit̃ proportionalitas coniun/cta ⁊ eſt modus conuerſus prioris.Ad cuius demonſtrationem reſumatur diſpoſitio premiſſe. ⁊ maneãt omnes eius ypotheſes:excepto ꝙ põnatur eſſe proportio.a.c.ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e.dico ꝙ erit proportio.a.b. ad.b.c.ſicut.d.e.ad.f.e.ſequit̃ enĩ ex hac ypotheſi ⁊ alijs ypotheſibus premiſſe de multiplicibꝰ equaliter ſũptis per cõuerſionẽ diffinitõis incõtinue ꝓportiõalitatis ſi.g.h.addit ſuper.k.p.ꝙ.l.m.addat ſuꝑ.n.q.⁊ ſi minuit minuat:⁊ ſi equat equat ergo poſitis cõmunibus.h.k.⁊.m.n.ſequit̃ per cõem ſciam ſi.g.k.addit ſuꝑ .h.p. ꝙ.l.n.addat ſuꝑ.m.q.⁊ ſi minuit minuat:⁊ ſi equat equat:quare per diffinitionẽ incõtinue proportionalitatis erit ꝓportio.a.b.ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f. qđ ẽ ꝓpoſitũ. Aliter,idẽ indirecte ſic.Cũ ſit ꝓportio.a.c.ad.c.b.ſicut.d.f.ad.f.e.nõ ẽ. a.b. ad.b.c.ſicut.d.e.ad.e.f.ſit ergo ꝓportio.d.e.ad aliquã aliã quantitatẽ ſicut. a.b. ad.b.c.que aut erit maior.e.f.aut minor.ſi enĩ eſſet ei eqnalis cõſtaret propoſitũ.

Sit itaq3 primo maior ꝛ sit.e.g. critq3 p premissam.a.c.ad .c.b. sicut.d.g .ad.g.· quare.d.g.ad.g.ē.sicut.d.f.ad.f.c.Sequit̄ igit̄ p.14.ꝙ cū.d.g.prima sit mior.d.f. tertia crit.g.e.scđa minor.e.f.quarta:sed erat positū ꝙ esset maior.Sit ergo pro/portio.d.c.ad minorē.e.f.que sit.e.b.sicut.a.b.ad.b.c.eritq3 p p̄missā. a.c.ad.c. b.sicut.d.b.ad.b.e.q̄re p.11 .d.b.ad .b.e.sicut.d.f.ad.f.e.ꝛ qr.d.b.p̄ma ē maior d.f.tertia erit p.14.e.b.scđa maior.e.f.tertia:ꝙ quia est ipossibile.sequit̄ ꝓpositū.

Propositio .19.



Si a duobus totis due portiones abscindantur.fueritq3 totum ad totū quantum abscisum ad abscisum:erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.



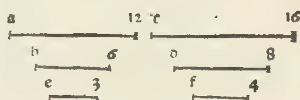
¶Qđ quinta ꝓponit de multiplicibus. hec ꝓponit vniuersaliter de omnibus proportionibus.vnde est illa tanto cōmunior quāto multiplicitate ꝓportio.Sint igitur due quātitates.a.b.ꝛ.c.d.a quibus abscindant̄ due que sint.b.e.ꝛ.d.f.sitq3 ꝓportio totius.a.b.ad totā.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f. abscisam.dico ꝙ eadem crit.a.e.residui ad.c.f.residuum que est toti⁹.a.b.ad to/tam.c.d.cū eni sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutati.a. b.ad. b.e. sicut c.d.ad.d.f.ꝛ disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d.ꝛ iterū permutatim.a.e. ad c.f.sicut.e.b.ad.f.d.ꝛ quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositū. ¶Ex hac aūt.19. ꝛ permutata ꝓportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicit̄ proportio nalitas euersa.vt si sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico ꝙ erit.b.a .ad.a.e. sicut c.d.ad.c.f.quia cū sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.erit permutatim.a.b. ad.c.d. sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f.igitur pmutatim b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.qđ est propositum. ¶Conuersa quoq3 ꝓportionali/tas q̄3 ex diffinitione incōtinue ꝓportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti.pōt hic quoq3 demōstrari indirecte ex pmutata ꝓportio/nalitate ꝛ .9. huius vt si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ crit.b.ad. a.si/cut.d.ad.c.sin autē sit.d.ad.c. sicut.b.ad.a.ꝛ qr.a.ad.b.ē sicut.c.ad.d.erit pmu/tatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.ꝛ quia iterum.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoq3 pmuta tim.b.ad.d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.sicut.d.ad.c.si igitur.e.non sit equale c.accidet impossibile ꝛ contrariu3 secunde partis.9. si autem equalis crit.b. ad.a. sicut.d.ad.c.quod est propositum.

Propositio .20.



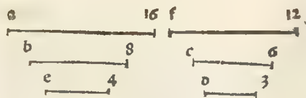
Si fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundū earum numerum quarum queq3 due priorum secundū proportio/nem duarum postremarum necesse est improportionali/tate quidā equalitatis vt si fuerit prima prioꝝ vltima maior. ꝛ posteriorum primā vltima esse maiore3.Qđ si mi/nor ꝛ minorem.Si vero equalis ꝛ equalem.

¶Demōstraturus euclides modū arguendi qui dicit̄ eq̄ ꝓportionalitas siue q̄ntitates duoꝝ ordinū directe siue euersim ꝓportionēt̄:p̄mittit duo an̄cedētia ad de/mōstrādū ꝓpositū necessaria:p quoꝝ p̄mū demōstrat̄ eq̄ ꝓportōalitas cū q̄ntita/tes duoꝝ ordinū directe ꝓportionāt̄:p s̄m aūt cū ꝓportionāt̄ euersim ꝓponit aūt hec duo an̄cedetia de q̄ntitatib⁹ duoꝝ ordinū numero eq̄lib⁹ quecūq3 fuerit. Vtr eni sumptis vtrobiq3 quātitatib⁹ scđm quecunq3 numerum veritatem habēt. nō ē



autē necesse ut demōstrrem⁹ ea nisi solū i trib⁹ hoc eni oio sufficiēs ē ad ꝓpositū. de plꝛibus aūt q̄busq; patebit ꝑ equā ꝓportiōalitatē cū ipsa demōstrata fuerit ¶ Sint igiť tres quātitates.a.b.e.sumanťq; tres alie q̄ sint.c.d.f.⁊ sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico ꝙ si.a.est maior.e.c.erit maior.f.⁊ si minor minor:⁊ si equalis equalis.Si eni est maior erit per primā ptē.8.maior proportio.a.ad.b.q̄3.e.ad.b.quare per.12.maior erit.c.ad.d.q̄3.e.ad.b.⁊ qꝛ per cōuersam ꝓportionalitatē.e.ad.b.ē sicut.f.ad.d.erit.c.ad.d.maior q̄3.f.ad.d.itaq3 per primā ptē.10.c.est maior.f.qd̕ est propositum.Qd̕ si.a.sit minor.e.ꝑ easdem ⁊ codē modo ꝓbabiť.c.esse minorē.f.erit eni minor proportio.a.ad.b.q̄3.e.ad.b.ꝑ primā ptē.8.⁊ ideo per.12.⁊ ꝑ cōuersam ꝓportionalitatē minor erit.c.ad d.q̄3.f.ad.d.⁊ ideo ꝑ primā ptem.10.erit.c.minor.f.qd̕ est propositum.Si autem a.sit eq̄le.e.erit ꝑ primā ptē.7.ꝓportio.a.ad.b.sicut.e.ad.b.⁊ ideo ꝑ scd̕am.11.⁊ cōuersam ꝓportionalitatē erit.c.ad.d.sicut.f.ad.d.quare per primā ptē.9.c.ē eq̄lis.f.quod est propositum.¶ Quidā aūt hanc cōclusionē demonstrauerūt cā per ꝓportionalitatem permutatim hoc modo.ꝓportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.ergo ꝑmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.⁊ qꝛ rursus.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit permutatim b.ad.d.sicut.e.ad.f.sed erat.b.ad.d.sicut.a.ad.c.ergo per.11.erit.a.ad.c.sicut.e ad.f.itaq3 per.14.si.a.prima est maior.e.tertia.erit.c.secūda.maior.f.quarta:⁊ si minor minor:⁊ si equalis equalis:quod ē ꝓpositum: ¶ Isti autē errauerunt i sua demonstratione:qꝛ si esset intentio euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsū premittere hanc conclusionē ꝓ antecedēte ad equā ꝓportionalitatem: si enim rursus fiat vna permutatio ꝓportionalitatis ad quā deuentū est que est esse.a.ad.c.sicut.e.ad.f.sequitur ꝙ sit.a.ad.e.sicut.c.ad.f.⁊ hoc est equa ꝓportionalitas. Preterea eorum conclusio non sequitur:nisi omnes quantitates amboꝝ ordinū fuerit generis vnius.Si enim.a.b.e.sint linee.⁊.c.d.f.superficies:aut corpora:aut tempora:non erit tunc permutare proportiones:peccant igitur vniuersaliter dictū ꝑticulariter demonstrantes.

Propositio. 21.



SI fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due ex prioribus quibusq3 duabus ex posterioribus peruersim comparate secūdū proportionem earum fuerint.necesse quoq3 ē vt si fuerint im proportionalitate equalitatis priorum prima vltima maior.⁊ posteriorum prima vltima esse maiorem.si autem minor ⁊ minorem.Si vero equalis ⁊ equalem.

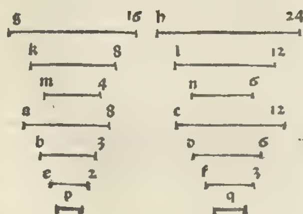
¶ Secundū antecedens sint tres quātitates.a.b.e.sumanťq3 alie tres que sunt.f.c.d.⁊ sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.f.ad.c.dico ꝙ si.a.ē maior.e.f.erit maior.d.⁊ si minor minor:⁊ si equalis.equalis: hic autē probatur per easdē ⁊ codē modo quo precedens:si eñi.a.sit maior.e.erit maior proportio.a.ad b.q̄3.e.ad.b.quare maior.c.ad.d.q̄3.e.ad.b.⁊ ideo maior q̄3.c.ad.f.maior igiť f.q̄3.d.per secundā partem.10.quod est propositum.qd̕ si.a.sit minor.e.erit tandem minor.c.ad.d.q̄3 ad.f.quare per eandem partem einsdē.f.erit minor.d.Si autem.a.sit equalis.e.sequitur ut sit proportio.c.ad.d.sicut.c.ad.f.igitur per secundam partem.9.erit.f.equalis.d.quod est propositum.

Propoſitio .22.



SI fuerint quotlibet quantitates alieqꝫ ſecundum earum numerum quarum queqꝫ due ſecundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportio/nales erunt.

¶ Demonſtratis antecedentibus ad equã proportionalitatẽ.hic de/
monſtrat eam:⁊ primo cum quantitates duorum ordinũ ſunt directe proportio/
nales.Nõ eſt aũt neceſſe vt demõſtraret̃ niſi cũ in vtroqꝫ duoꝝ ordinũ ſunt tantũ
tres quantitates.Per hoc eni euidenter ſequitur cum in vtroqꝫ ordine fuerint qua
tuor quantitates ⁊ deinceps:⁊ ideo etiã nõ oportuit eius añs demõſtrari niſi ſolũ
cũ in vtroqꝫ ordine ſunt etiã tres quantitates.¶ Sint igitur tres quantitates.a .b
e.ſumant̃qꝫ tres alie que ſunt.c.d.f.⁊ ſit proportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.⁊.b. ad.
e.ſicut.d.ad.f.dico ꝙ erit.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.ſumã eni.g.ad.a.⁊.h.ad.c. cq̃ mul
tiplicia.Itemqꝫ.k.ad.b.⁊.l.ad.d.eque ⁊ rurſus.m.ad.e.⁊.n.ad.f.eque. eritqꝫ p
4.g.ad.k.ſicut.h.ad.l.⁊.k.ad.m.ſicut.l.ad.n.quare per.20.ſi.g.eſt maior.m. erit
h.maior.n.⁊ ſi minor minor:⁊ ſi equalis equalis.igitur per diffinitionẽ incõtinue
ꝓportionalitatis ꝓportio.a.ad.e.ẽ ſicut.c.ad.f.qḋ ẽ propoſitũ.¶ Põt quoqꝫ hoc
demonſtrari per.15.huius ſumptis.g.k.m.ad.a.b.e.⁊.h.l.n.ad.c.d.f. eque mul/
tiplicibus:erit enim per.15.g.ad.k.ſicut.h.ad.l.⁊.k.ad.m.ſicut.l.ad.n. cetera p/
tracta vt prius.¶ Qḋ ſi fuerint quantitates plures tribus in vtroqꝫ ordine:vtpo/
te quatuor additis.p.⁊.q.ita ꝙ ſit.e.ad.p.ſicut.f.ad.q.erit iterum.a. ad.p. ſicut
c.ad.q.erit enim.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.hoc enim demonſtratum eſt. ſublatis igitur
b.⁊.d.erunt tres quantitates.a.e.p.⁊ alie tres.c.f.q.vt proponitur:quare.a.ad.p
ſicut.c.ad.q.ſicqꝫ demõſtratur de.4.per tres ſublato vno medio. Eodẽ modo de/
monſtrabis de.5.per.4.ſublatis duobus medijs:⁊ de.6.per.5.ſublatis tribus:⁊ ſic
de ceteris.

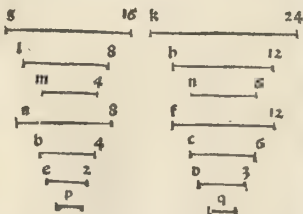


Propoſitio .23.



SI fuerint quotlibet quantitates alieqꝫ ſecundum earum numerum quarum queqꝫ due ſecundũ proportionẽ duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportiones erunt.

¶ Demonſtrat equam ꝓportionalitatem in quantitatibus duorum
ordinũ indirecte ſiue ꝑuerſim ꝓportionatis .Nec ẽ neceſſe ꝙ demonſtret̃ niſi cum
in vtroqꝫ duoꝝ ordinũ ſunt tantũ tres quantitates:ꝑ hoc eni euidẽter ſequit̃ que/
cũqꝫ ponant̃ i vtroqꝫ ordine ſicut i premiſſa de directe ꝓportionatis demõſtratũ
ẽ.Sint igit̃.3.q̃ntitates.a.b.c.ſumãt̃qꝫ alie.3.q̇ ſint.f.c.d.⁊ ſit ꝓportio.a.ad.b.ſi
cut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.ſicut.f.ad.c.dico ꝙ erit.a.ad.e ſicut.f.ad.d.ſumã eni.g.ad
a.⁊.h.ad.c.⁊.k.ad.f.eque multiplicia.Itẽqꝫ.l.ad.b.⁊. m. ad.e.⁊. n.ad. d.eque:
eritqꝫ per quartã.g.ad.l.ſicut.h.ad.n.⁊ per 15 .l.ad.m. ſicut.k. ad. h. quare per
21.ſi.g.addit ſuper.m ⁊.k. addit ſup. n .⁊ ſi minuit minuit: ⁊ ſi equat equat:er/
go per diffinitionem incõtinue ꝓportionalitatis ꝓportio.a.ad. e.ẽ ſicut.f. ad.d.
qḋ ẽ propoſitũ. ¶ Poteſt quoqꝫ ⁊ hoc demõſtrari ꝑ.15.hui⁹ ſũptis.g.l.m.ad.a.b
e.⁊.k. h.n. ad.f.c. d. eque multiplicibus :erit enim per.15.g.ad.l. ſicut.h.ad.n.
⁊.l.ad.m. ſicut.k.ad.h. cetera pertracta vt prius.Conuenientius tamen demon
ſtrantur hec ⁊ premiſſa ſecundm primum modum. ¶ Qḋ ſi plures tribus fuerint
quantitates in vtroqꝫ ordine:vtpote q̃tuor additis.p. ⁊.q. ita ꝙ ſit.a. ad.b.ſicut

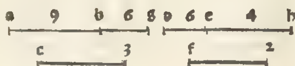


d.ad.q.&.b.ad.e.sicut.c.ad.d.&.e.ad.p.sicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p. sicut.f ad.q.erit enim per predemonstrata.a.ad.e.sicut.c.ad.q. Sublatis igitur. b.&.d. erunt tres quātitates.a.e.p.& alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.sicut.f. ad.q.Sic igitur demonstratur de.4.per tres sublato vno medio. Eodē modo de/monstrabis de.5.per quatuor sublatis duobus medijs.& de.6.per.5.sublatis tri/bus:& sic in ceteris.

Propositio .24.



I fuerit proportio primi ad secundū tanq̄ tertii ad quartum.proportio vero quinti ad secundū. tanq̄ sexti ad q̄rtum:erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum tanq̄ sexti & tertii pariter acceptorum ad quartum.

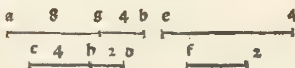


¶ Qd̄ scd̄a proposuit de multiplicibus hec proponit vniuersaliter de omnib⁹ pro/portionibus.vnde est illa tanto cōmunior quāto multiplicitate proportio & se ha/bet ad illam:quemadmodum. 13.ad primam.Sit igitur proportio.a.b.ad.c. sicut d.e.ad.f.& itē.b.g.ad.c.sicut.e.h.ad.f.dico q̄ proportio.a.g.ad.c. est sicut.d.h. ad.f.erit enim per conuersam proportionalitatem.c.ad.b.g.sicut.f.ad.e.h.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.sicut.e.d.ad.e.h.ergo coniun/ctim per.18.a.g.ad.g.b.sicut.d.h.ad.h.e.itaq̄ per.22.erit in equa proportionali tate.a.g.ad.c.sicut.d.h:ad.f.quod est propositum.

Propositio .25.



I fuerint quantitates proportionales:fueritq̄ prima ea/rum maxima.& vltima minima. primam & vltimā pariter acceptas ceteris duabus maius esse necessario cōproba/tur.



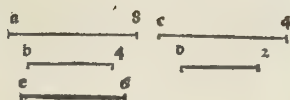
¶ Qd̄ hic proponitur nō habet locum nisi cum omnes quatuor quā titates sint eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatū eiusdē generis pro/portio.a.b.ad.c.d.sicut.e.ad.f.sitq̄.a.b.maxima:neq̄ oportet ponere q̄.f.sit mi nima:quia ipsum ex hoc sequitur q̄.a.b.posita est maxima. vnde non posuit hoc auctor in conclusione tanq̄ positionem:sed potius tanq̄ precedentis positiōis cō clusionem.dico q̄ cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.&.f.q̄ ex. c.d.&.e Cum enim.a.b.sit maior.e.abscindam ex.b.a.g.b.equalem.e. ¶ Similiter quoq̄ quia.c.d.est maior.f.abscindam ex.c.d.h.d.equalem.f.eritq̄ propter ypothesim a.b.ad.c.d.sicut.g.b.ad.h.d.quare per.19.a.g. residuum ad. c.h. residuum sicut tota.a.b.ad totū.c.d.s.a.b.ad.c.d .Cū ergo.a.g.se habet ad.c.h.sicut.a.b.ad.c d. sed.a.b.ē maior.c.d.quare.a.g.maior est.c.h.additis igitur vtriq̄ duab⁹ quan titatibus.g.b.&.h.d.erit per cōmunem scientiam aggregatum ex.a.b.&.h.d. ma/ius aggregato ex.c.d.&.g.b.& quia.d.h. posita est equalis. f.&.g. b.e. maius erit aggregatum ex.a.b.&.f.quā aggregatum ex.c.d.&.e.quod est propositum.

Propositio .26.



I fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad secun/dam maior quam tertie ad quartam. erit conuersiz econ/trario ꝓportio scd̄e ad primā minor q̄ quarte ad tertiam Sit ꝓportio.a.ad.b.maior q̄.c.ad.d.dico q̄ erit ecōuerso mō ꝑrio minor ꝓportio.b.ad.a.q̄.d.ad.c.si ei ē eadē.b.ad.a.q̄ ē.d.ad.c.erit

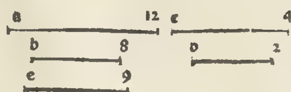
ec̃ouerso.a.ad.b.vt.c.ad.d.ſꝫ nõ ẽ imo maior. At vero si ẽ.b.ad.a.maior q̃ꝫ d.ad c.sit.e.ad.a.vt.d.ad.c.eritqꝫ ex.12.e.ad.a.mior q̃ꝫ.b.ad.a .q̃re ex pͥma parte.10.e ẽ mior.b. Ideoqꝫ ex scd̃a parte.8.maior erit ꝓportio.a.ad.e.q̃ꝫ.e.ad.b.⁊ q꞉ p con uersam proportionalitatem.a.ad.e.sicut.c.ad.d.erit ex.12.proportio.c.ad.d.maior q̃ꝫ.a.ad.b.sed erit minor:relinquitur ergo propositũ. ¶ Possumus quoqꝫ si libet astruere propositum ostensiue:manifestum enim est ex prima parte.10.ꝙ illa quantitas cuius ad.b.est.eadem proportio que est.c.ad.d.est minor.a.eo ꝙ ponitur maior proportio.a.ad.b.q̃ꝫ.c.ad.d .illa ergo quantitas sit.e. cum sit igitur proportio.e. ad.b.vt.c .ad.d.erit econuerso .b .ad.e.vt.d.ad .c. Constat autem ex secunda parte.8.ꝙ proportio.b.ad.a.minor est q̃ꝫ proportio.b.ad.e.itaqꝫ per 12.proportio.b.ad.a.est minor q̃ꝫ. d. ad.c.qd̀ volumus.



Propositio .27.

Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad secundam.q̃ꝫ tertie ad quartam. erit permutatim maior proportio prime ad tertiam. quam secunde ad quartam.

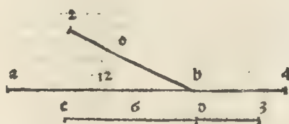
¶ Sit hic quoqꝫ proportio.a.ad.b.maior q̃ꝫ.c.ad.d.dico ꝙ erit permutatim maior proportio.a.ad.c.q̃ꝫ.b.ad.d.eadem enim non erit quia tunc quoqꝫ esset permutatim.a.ad.b. sicut.c. ad.d. neqꝫ minor. Nam si hoc ponatur:sit itaqꝫ .e.ad.c.vt.b.ad.d.eritqꝫ ex.12.maior ꝓportio.c.ad. c.q̃ꝫ.a.ad c.quare ex prima parte.10.e.est maior.a. Itaqꝫ per primam partem.8.proportio e.ad.b.est maior q̃ꝫ.a.ad.b.⁊ quia positum est vt sit.e.ad.c.sicut.b.ad.d. erit permutatim.e.ad.b.sicut.c.ad.d.ex.12.igitur maior erit proportio.c.ad.d.q̃ꝫ.a. ad b.sed positum erat oppositum:verum est ergo propositũ: ¶ Ostẽsiue quoqꝫ idem quẽadmodum in premissa:sumpta enim est.e.ad.b.vt.c.ad.d.erit ex prima parte 10.e.minor.a.quare ex prima parte.8.maior erit.a.ad.c.q̃ꝫ.e.ad.c .sed ex permutata proportionalitate est.e.ad.c.vt. b.ad. d.igitur ex.12.a.ad.c.est maior q̃ꝫ.b. ad.d.quod est propositum.



Propositio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ad secundã sit maior proportio q̃ꝫ tertie ad quartam.erit quoqꝫ coniunctim maior proportio prime ⁊ secunde ad secũdam q̃ꝫ tertie ⁊ quarte ad quartam.

¶ Sit maior proportio.a.ad.b.q̃ꝫ.c.ad.d.dico ꝙ maior erit totius a.b.ad.b.q̃ꝫ totius.c.d.ad.d.quia ipsa neqꝫ erit equalis neqꝫ minor. Si eñi equalis:tunc erit disiunctim.a.ad.b.vt.c.ad.d. Si autem est minor:sit.e.b.ad.b. vt.c d.ad.e.eritqꝫ ex.12.maior proportio.e.b.ad.b.q̃ꝫ.a.b. ad.b. itaqꝫ ex prima parte.10.e.b.est maior q̃ꝫ.a.b.⁊ per cõceptionem.e.maior q̃ꝫ.a. quare ex prima parte.8. maior est proportio . e. ad.b. q̃ꝫ.a.ad. b.sed.e.ad.b. est vt .c. ad .d. per disiunctam proportionalitatem:eo ꝙ erat.e.b.ad.b.vt.c.d. ad.d. ergo per.12.c. ad.d.est maior q̃ꝫ.a.ad.b. hoc autem est contra ypothe. ¶ Idem etiam ostensiue: cum enim propositum sit ꝙ maior sit proportio .a . ad. b. q̃ꝫ . c. ad . d . sit proportio .e. ad.b. vt. c. ad.d. eritqꝫ ex prima parte decime. e. minor . a.

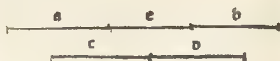


Ideoqʒ ex cõmuni ſcientia.e.b.erit minoꝛ.q̃ʒ.a.b. quare ex pꝛima parte.8. maioꝛ
erit pꝛopoꝛtio.a.b.ad.b.q̃ʒ.e.b.ad.b. At vero pꝛopoꝛtio.c.b.ad.b.eſt per coniun
ctam pꝛopoꝛtionalitatem ſicut.c.d.ad.d.poſitum enim eſt vt ſit. e.ad. b.tanquã
c.ad.d.igitur ex.12.maioꝛ eſt.a.b.ad.b.q̃ʒ.c.d.ad.d.quod eſt pꝛopoſitum.

Pꝛopoſitio .29.



I fuerit quatuoꝛ quantitates quarum pꝛime ⁊ ſecunde ad
ſecundam ſit maioꝛ pꝛopoꝛtio q̃ʒ tertie ⁊ quarte ad quar/
tam . erit quoqʒ diſiunctiʒ pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſecundam
maioꝛ q̃ʒ tertie ad quartam.



¶ Sit pꝛopoꝛtio.a.b.ad.b.maioꝛ q̃ʒ.c. d.ad. d.dico ꝙ erit diſiun/
ctim pꝛopoꝛtio.a.ad.b.maioꝛ q̃ʒ.c.ad.d.alioquin erit equalis vel minoꝛ.qḋ ſi equa
lis erit per coniunctam pꝛopoꝛtionalitatem.a.b.ad.b.ut.c.d. ad.d. ſi autem mi/
noꝛ erit maioꝛ.c.ad.d.q̃ʒ.a.ad.b.ergo per pꝛemiſſam maioꝛ erit.c. d.ad.d.q̃ʒ.a.
b.ad.b.quod eſt inconueniens:quia poſitum eſt ꝙ minoꝛ.verum eſt ergo qḋ dici
tur.Qḋ etiam oſtenſiue aſtruemus hoc modo ponemus enim ut pꝛopoꝛtio.e .b.
ad.b:ſit tanq̃ʒ pꝛopoꝛtio.c.d.ad.d.eritqʒ ex pꝛima parte.10.e.b.minoꝛ q̃ʒ: a.b.
quare ex communi ſcientia.e.eſt minoꝛ q̃ʒ.a.minoꝛ igitur eſt ex pꝛima parte .8. ꝓ
poꝛtio.e.ad.b.q̃ʒ ſit.a.ad.b.ſed pꝛopoꝛtio.e.ad. b.eſt ſicut.c .ad.d. ex diſiuncta
pꝛopoꝛtionalitate:itaqʒ ex.12.pꝛopoꝛtio.a.ad.b.eſt maioꝛ q̃ʒ ſit.c.ad.d. quod eſt
pꝛopoſitum.

Pꝛopoſitio .30.



I fuerint quatuoꝛ quantitates quarum pꝛime ⁊ ſecunde
ad ſecundã ſit maioꝛ pꝛopoꝛtio q̃ʒ tertie ⁊ quarte ad quar
tam: erit euerſim minoꝛ pꝛopoꝛtio pꝛime ⁊ ſecũde ad pꝛi
mam q̃ʒ tertie ⁊ quarte ad tertiam.

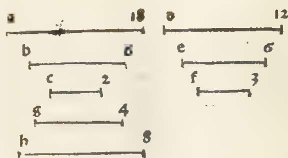


¶ Sit maioꝛ pꝛopoꝛtio.a.b.ad.b.q̃ʒ.c.d.ad.d. dico ꝙ euerſim mi/
noꝛ erit pꝛopoꝛtio.a.b.ad.a.q̃ʒ.c.d.ad.d.erit enim diſiunctim ex pꝛemiſſa maioꝛ
pꝛopoꝛtio.a.ad.b.q̃ʒ.c.ad.d . Itaqʒ per.26.erit econuerſo minoꝛ. b.ad.a. q̃ʒ.d.
ad.c.quare per ante pꝛemiſſam coniunctim minoꝛ erit.b.a.ad.a.q̃ʒ.c.d. ad.c. qḋ
eſt pꝛopoſitum.

Pꝛopoſitio .31.



I fuerint tres quantitates in vno oꝛdine. itemqʒ tres in
alio fueritqʒ pꝛime pꝛioꝛum ad ſecundam maioꝛ pꝛopoꝛ
tio quam pꝛime poſterioꝛum ad ſecundam.itemqʒ ſecun/
de pꝛioꝛum ad tertiam maioꝛ quam ſecunde poſterioꝛum
ad tertiam.erit quoqʒ pꝛime pꝛioꝛuʒ ad tertiã maioꝛ pꝛo
poꝛtio q̃ʒ pꝛime poſteriorum ad tertiam.

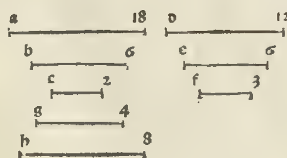


¶ Sint tres quãtitates.a.b.c.itẽqʒ alie tres.d.e.f.ſitqʒ maioꝛ ꝓpoꝛtio.a.ad.b.q̃ʒ
d.ad.e.itẽqʒ maioꝛ.b.ad.c.q̃ʒ.e.ad.f.dico ꝙ maioꝛ erit ꝓpoꝛtio.a.ad.c.q̃ʒ.d.ad
f.ſit eni.g.ad.c ut.e.ad.f.eritqʒ ex p̃ma pte.10..g.minoꝛ.b.q̃re ex ſcḋa pte.8.pꝛo/
poꝛtio.a.ad.g.ẽ maioꝛ q̃ʒ.a.ad.b.mlto maioꝛ ergo ẽ ꝓpoꝛtio.a.ad.g.q̃ʒ.d. ad.e
ſit itaqʒ.b.ad.g.vt.d.ad.e.eritqʒ ex p̃ma pte.10.a.maioꝛ.b.q̃re ex p̃ma pte.8.ꝓ/

portio.a.ad.c.maior est q̃ʒ proportio.b.ad.c. At vero proportio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem:sicut.d.ad.f.est enim.b.ad.g.vt.d.ad.e.⁊.g.ad.c.vt e.ad.f.igitur ex.12.proportio.a.ad.c.est maior q̃ʒ.d.ad.f. quare constat propositum

Propositio .32.

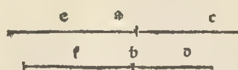
SI fuerint tres quantitates in vno ordine. itemqʒ tres in alio fueritqʒ proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemqʒ prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit maior proportio prime priorum ad tertiã quam prime posteriorum ad tertiam.



¶ Sint enim tres quantitates in vno ordine.a.b.c.Itemqʒ tres in alio.d.e.f.quẽadmodum in premissa:sitqʒ maior proportio.b.ad.c.q̃ʒ.d.ad.e.⁊ maior.a.ad.b. q̃ʒ.e.ad.f.dico ꝙ maior erit.a.ad.c.q̃ʒ.d.ad.f.sit enim.g.ad.c.vt.d.ad.e. eritqʒ g.minor.b.per primam partem.10.quare maior erit proportio.a. ad.g. q̃ʒ ad.b: per secundam partem.8.igitur multo maior est.a.ad.g.q̃ʒ.e.ad.f.sit itaqʒ. h. ad g.vt.e.ad.f.eritqʒ.a.maior.h.ex prima parte.10.quare proportio.a. ad.c. maior est q̃ʒ.h.ad.c.ex prima parte.8.At vero ex.23.proportio.h.ad.c.est tanquã.d.ad f.eo q̃d est.g.ad.c.vt.d.ad.e.⁊.h.ad.g.vt.e.ad.f.igitur ex.12.maior est proportio.a.ad.c.q̃ʒ.d.ad.f.quod est propositum.

Propositio .33.

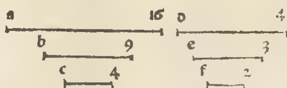
SI fuerit proportio totius ad totũ maior: q̃ʒ abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̃ʒ totius ad totum.



¶ Sint due quantitates.a.⁊.b.a quibus abscindantur.c.⁊.d.⁊ residua sũt.e.⁊.f.sitqʒ maior proportio.a.ad.b.q̃ʒ.c.ad.d.dico ꝙ maior erit proportio.e.ad.f.q̃ʒ.a.ad.b.erit enim ex.27. permutati maior proportio a.ad.c.q̃ʒ.b.ad.d.quare ex.30.erit euersim minor proportio. a. ad.e.q̃ʒ. b.ad.f. igitur rursus ex.27.permutatim minor erit.a.ad.b.q̃ʒ.e.ad.f. quod est propositum.

Propositio .34.

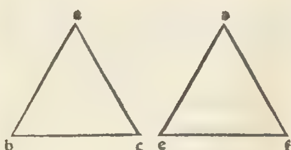
SI quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritqʒ cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̃ʒ alicuius subsequentis ad suaʒ. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ʒ alicuius subsequentiuʒ ad suam comparem aut etiam q̃ʒ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas:minor autem q̃ʒ prime ad primam

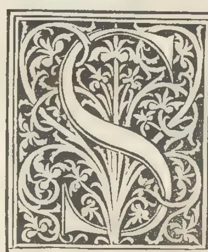


Sit.3.q̃ntitates.a.b.c.relate ad totidẽ alias q̃ sit.d.e.f.sitqʒ maior ꝓportio.a.ad d.q̃ʒ.b.ad.e.⁊.b.ad.e.sit maior q̃ʒ.c.ad.f.dico ꝙ ꝓportio.a.b.c.pariter acceptaꝝ. ad.d.e.f.pariter acceptas. ẽ maior q̃ʒ.b.ad.e.vel maior q̃ʒ.c. ad.f.⁊ etiã maior.q̃ʒ.b

ꝛ.c.pariter acceptaꝝ ad.e.ꝛ.f.pariter acceptas: ꝛ ꝙ ipſa eſt minoꝛ q̄ȝ.a.ad. d.cū ſit eni.a.ad.d.maioꝛ q̄ȝ.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maioꝛ q̄ȝ.d.ad.e.ꝛ coniunctim.a.b.ad.b.maioꝛ q̄ȝ.d:e.ad.e.ꝛ iterum permutatim. a.b.ad. d.e.maioꝛ q̄ȝ.b.ad.e.quare per pꝛemiſſam.a.ad.d.eſt maioꝛ q̄ȝ.a.b.ad .d.c. eodēq; modo ꝓbať maioꝛē ēe.b.ad.e.q̄ȝ.b.c.ad.e.f.itaq; maioꝛ ꝓpoꝛtio ē.a.ad.d.q̄ȝ.b.c.ad.e f.q̄re permutatim maioꝛ eſt. a.ad.b.c.q̄ȝ.d.ad.e.f.ꝛ coniunctim maioꝛ.a.b.c.ad b.c.q̄ȝ.d.e.f.ad.e.f.ꝛ iterum permutatim maioꝛ.a.b.c.ad.d.e .f.q̄ȝ.c.b .ad.e.f. quare per pꝛemiſſam maioꝛ eſt.a.ad.d.q̄ȝ.a.b.c.ad.d.e.f. quod eſt ꝓpoſitum.

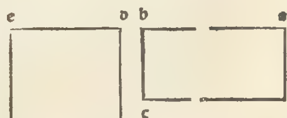
Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.





SUperficies ſimiles dicūť q̄rū anguli vnius angulis alterius equales.lateraq; equos angulos continentia pꝛopoꝛtionalia.

¶ Ut ſi trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono de..f.fueritq; angulus.a.equalis angulo.d.ꝛ angulus.b.equalis angulo.e.ꝛ ꝓpoꝛtio.a.b.ad.d.e.ſicut a.c.ad.d.f.ꝛ.b.c.ad.e.f.ipſi erunt ſimiles.

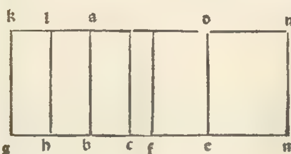


SUperficies mutuoꝝ laterum ſūt inter quarum latera incontinua pꝛopoꝛtionalitas retrālitiue habetur.

¶ Ut ſi duoꝝ quadrilaterum.a.b.c.d. e.f.pꝛopoꝛtio .a.b.lateris pꝛimi.ad. d.c.latus ſecundi fuerit ſicut pꝛopoꝛtio. e:f. lateris ſecundi.,ad.b.c.latus pꝛimi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuoꝛum laterum ſiue mutekeſia. ¶ Linea dicitur diuidi ſecundū pꝛopoꝛtionē habentē mediū ꝛ duo extrema quando eadem eſt pꝛopoꝛtio totius ad maioꝛem ſui ſeccionē que ē maioꝛis ad minoꝛem.

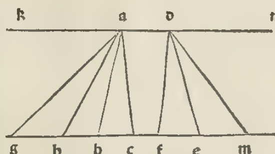
Pꝛopoſitio .1.

SI duarum rectilinearum ſuperficierum equidiſtantium laterum ſiue triangulorum fuerit altitudo vna:tanta erit alterutra earum ad alteram.quanta ſua baſis ad baſim alterius.



¶ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico eē ꝓpoꝛtionē eoꝛū:ſicut.b.c.ad.e.f.ponam illa duo paralellograma ſup lineā vnam que ſit.g.m.eruntq; propter hoc ꝙ ſunt equalis altitudinis inter lineas equidiſtantes quarū ſit altera .k.n.deinde ex linea.g.m.ſumā.g.c.multiplicē ſm quēcumq; numerū voluero.a.d.b.c.ꝛ diuidā eā in ptes equales.b.c.in punctis.h.ꝛ. b.a quibus ꝛ punto.g. ducā equidiſtantes linee.a.b:que ſūt:g.k.ꝛ.h.l.ꝛ cōplebo ſupficies equidiſtantiū laterū.k.h.ꝛ.l.b.eritq; vnaq̄q; earū p.36.pꝛimi equalis.a.c. q̄re ſicut linea.g.c.ē multiplex linee.b.c.ita ſupficies.c.k.ſuperficiei.a.c.Siliter quoq; ad lineā.c.f.ſumā ex linea.g.m.lineā.f.m.multiplicē ſm quēcūq; numerū voluero e.f.ꝛ cōplebo ſuperficiē equidiſtātium laterum ducta linea.m.n.equidiſtāter linee d.e.eritq; ſuperficies .n.f. ita multiplex ſuperficiei .d.f.ſicut linea .m.f. linee.e.f.ꝛquia per.36. pꝛimi ſi linea.g.c.eſt maioꝛ linea.f.m.ſuperficies.k.c.eſt maioꝛ ſuperficie.n.f.et ſi minoꝛ minoꝛ :et ſi equalis equalis erit per diffinitionē icōtinue

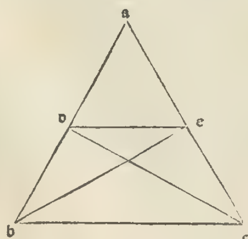
ꝓportionalitatis cadem ꝓportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficiei.a.c. ad superficiē.d.f.quod est propositum.¶De triangulis equalis altitudinis idem probabis:⁊ eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus eaꝝ quas ad bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.



Propositio .2.

Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans:eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero ꝓportionaliter secet eā reliquo latere equidistare necesse est.

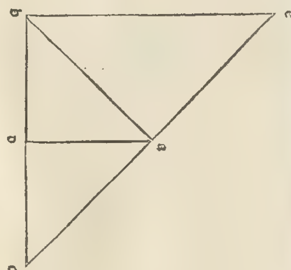
¶Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.⁊.a.c.secet linea.d.e. equidistanter tertio lateri.qđ est.b.c. dico ꝙ erit ꝓportio .a.d.ad.d.b.sicut .a.e. ad.e.c.⁊ ecōuerso si fuerit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eq̄distans linee.b.c.protraham enī duas lineas.e.b.⁊.d.c.eritqꝫ per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id qđ ipsi sunt ambo sup lineā. d.e. inter lineas equidistantes.itaqꝫ per scđam partē.7.quinti:ꝓportio trianguli.a.d. c.ad vtrūqꝫ illorum erit vna:sed ꝓportio eiꝰ p p̄missā ad triangulū.e.d.b. ē sicut linee.a.d.ad lineā.d.b.⁊ ad triangulū.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineā.e.c.Nam ipē cum vtroqꝫ illoꝝ est equalis altitudinis:quare erit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e ad.e.c.qđ est primum.¶Et si hoc fuerit erit per p̄missam ipsius .a.d.e.vtrūqꝫ illoꝝ proportio vna:quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicē equales:⁊ quia ipsi sunt super eandē basim.videlicet lineam.d.c.⁊ ex eadem pte erit p 39.primi:linea.d.e.equidistans linee.b.c.qđ est secundum.



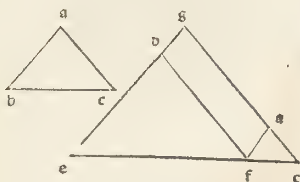
Propositio .3.

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsiꝰ basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus ꝓportionales fuerint lineam illam angulū p equalia diuidere necessario cōprobat̄.

¶Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.diuidat linea. a.d.p equalia :dico ꝙ proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.⁊ ecōuerso:protraham enim.b.e. equidistantem.a.d.⁊ producā.c.a.quousqꝫ concurrat cū.b.e:in puncto.e.eritqꝫ per primam partē.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d. ⁊ per scđam partem eiusdem angulus.e.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a.ergo per.6.primi.e. a.est equalis.a.b.⁊ ideo p primā partem.7.quinti proportio.e.a. ad.a.c.ē sicut.b.a.ad.a.c.sed per p̄missam.e.a.ad.a.c. ē sicut.b.d.ad.d.c.ergo b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum.¶Secunda pars que est conuersa prime ptis probabitur conuerso modo.Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per p̄missā.e.a.ad.a.c.ē sicut b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c. ergo per primā partem.9.quinti.e.a.⁊.a.b.sunt equales. quare per.5.primi duo anguli.e.⁊.e.b.a sunt equales.igitur per primā ⁊ secundā partem.29.primi angulus.b.a.d.ē equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.



Propoſitio .4.





Omnium duorum triangulorum quoꝝ anguli vnius an/gulis alterius ſunt equales: latera equos angulos reſpici entia ſunt proportionalia.

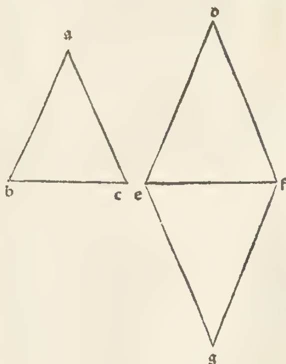
¶ Sunt duo trianguli.a.b.c.d.e.f.equianguli.ſitqꝫ angulus.a. eq̃/lis angulo.d.⁊ angulus.b.angulo .e.⁊ angulus.c. angulo.f.dico ꝙ ꝓportio.d.e.ad.a.b.⁊.d.f.ad.a.c.eſt ſicut.e.f.ad.b.c.ponã enim ambos trian/gulos ſuꝑ lineã vnã que ſit.e.c.ita ꝙ duo anguli vnius qui erunt ſuꝑ hanc lineam ſint equales duobus alterius qui erunt ſuper eandẽ.non quidẽ medius medio aut extremus extremo.ſed medius vnius extremo alterius.⁊ ponã duos eorũ medios angulos in eodẽ pũcto coire.ſitqꝫ.a.f.c.ipſe idẽ triangul⁹ q̃ erat.a.b.c. ⁊ qꝛ angu/lus.a.f.c.ẽ eq̃lis angulo.c.⁊ angulus.d.f.e.ãgulo.c.ꝑ ypotheſiꝫ: erit ꝑ primã par tem.28.primi linea.a.f.equidiſtans.d.e.⁊.d.f.equidiſtans.a.c.cõplebo igitur ſu/perficiem equidiſtantium laterum que ſit.g.f.eritqꝫ per.34.primi.g.a. equalis.d. f.⁊.g.d.equalis.a.f.quia. ergo per ſecũdum huius.g.a.ad.a.c.ſicut.e.f.ad.f.c.et per eandem.e.f.ad.f.c.ſicut.e.d.ad.d.g.erit per.7.quinti .d.f.ad.a.c. ⁊ per ean/dem.e.d.ad.f.a.ſicut.e.f.ad.f.c.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .5.



Omnium duorum triangulorũ quorũ cunctorũ laterũ ſe ſe reſpicientiũ ẽ proportio vna anguli lateribus ꝓportio nalibus contenti equi ſibi inuiceꝫ eſſe probantur.

¶ Hec eſt conuerſa prioris nec fecit ex ea ⁊ premiſſa vnã cõcluſionem ſicut fecit in ſecunda ⁊ tertia huius: qꝛ nec eadẽ figuratione nec eiſdẽ medijs demonſtratur quibus p̃cedens. Sint itaqꝫ duo trianguli.a.b.c.d.e.f.ſitqꝫ proportio.a.b.ad.d.e.⁊.a.c.ad.d.f.ſicut.b.c.ad.e.f.dico ꝙ angulus.a. ẽ equalis angulo.d.⁊ angulus.b.angulo.e.⁊ angulus.c.angulo.f.conſtituã ſuper lineam.e. f.in oppoſita ꝑte trianguli.d.e.f.angulũ.f.e.g.equalem angulo.b.⁊ angulũ. e.f.g equalem angulo.c.eritqꝫ per.32.primi: angulus.g.equalis angulo. a. ergo per pre miſſam proportio.a.b.ad.e.g.⁊.a.c.ad.f.g.ſicut.b.c.ad.e.f.quare.a.b. ad. d.e: ſicut ad.e.g.⁊.a.c.ad.d.f.ſicut ad.f.g. igitur per ſecundam partem none quinti d.e.eſt equalis.e.g.⁊ per eandem.d.f.equalis.f.g.quare per.8.primi: duo trian/guli.d.e.f.⁊.g.e.f.ſunt equianguli: quare ergo triangulus.g.e.f.eſt etiam equian gulus triangulo.a.b.c.conſtat propoſitum.



Propoſitio .6.



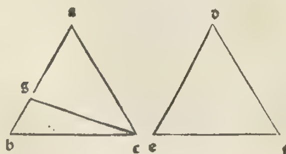
Omnes duo trianguli quorum vnus angulus vni⁹ vni an gulo alterius eq̃lis. lateraqꝫ illos duos equos angulos continentia proportionalia ſunt inter ſe inuicem equian/guli.

¶ Maneat prior diſpoſitio.⁊ ſit ſolũ angulus.b.equalis angulo.d. e.f.⁊ proportio. a.b.ad.d.e.ſicut.b.c.ad.e.f.dico adhuc duos triãgulos.a.b.c.d e.f.eſſe equiangulos: cum enim ſit per.4.huius propter ypotheſes p̃miſſe conclu/

sionis:a.b.ad.e.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per secundam partem none quinti.d.e.est equalis.e.g.quia ergo duo latera.d.e.⁊.e.f.trigoni.d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.⁊.e.f.trigoni.g.e.f.⁊ angulus.e.vnius angulo.e.alterius:quia vterqꝫ est equalis angulo.b.ipsi erunt per quartam primi equianguli ⁊ quia.e.g.f.est etiam equiangulus.a.b.c.patet propositum.

Propositio .7.

SI fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis:duoqꝫ suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti:duorum vero demum reliquorꝫ vterqꝫ aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.

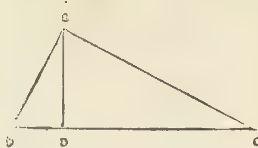


¶Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitqꝫ angulus.a.equalis angulo.d.⁊ proportio a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.⁊ vterqꝫ duoꝝ angulorum.b.⁊.e.aut neuter sit minor recto:dico eos esse equiangulos.Si eni angulus.c.vnius est equalis angulo.f. alterius:patet propositū per premissam.Sin autem sit.c.maior fiatqꝫ angulus.a.c g.equalis eidem:eritqꝫ per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d.e.f.quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sꝫ sic fuit.b.c ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.⁊.b.c.sunt equales .ergo per quintā primi angulus b.est equalis angulo.b.g.c.si ergo neuter duorū angulorꝫ.b .⁊.e. fuerit minor recto:accidet duos angulos vnius trianguli nō esse minores duobus rectis: qd̓ esse non potest per.32.primi Qd̓ si vterqꝫ fuerit minor recto:erit āgulus.a.g.c.maior recto per.13.primi:quare ⁊ angulus.e.sibi equalis est etiam recto maior qd̓ ē contra ypothe.quare destructo opposito remanet propositū: oportet aūt vtrūqꝫ angulorum reliquorꝫ aut neutrū esse minorem recto.possibile enim est in eodem triangulo vt in triāgulo.a.b.c.lineam.g.c.eē equalē.b.c .⁊ iō erit.a.c.ad vtrāqꝫ eāꝝ vna proportio per.7.quinti.Nec tamē erunt trianguli.a.g.c. ⁊.a. b.c. equianguli quāuis vnus angulus vnius sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angulus.a.⁊ proportio linee.a .c.put est latus magni ad.a.c.prout est latus pui sicut b.c.latus magni. ad.g.c. latus parui . vtraqꝫ enim equalis : ⁊ hoc est ppter hoc ꝙ angulus.g.minoris est maior recto:⁊ angulus.b.maioris minor.Nam in omni triangulo duum equalium laterum vterqꝫ angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Propositio .8.

SI ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fiēt duo trianguli partiales toti triangulo ⁊ sibi inuicem similes.Unde etiam manifestum est quia in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemqꝫ vtrūqꝫ latus inter totam basim atqꝫ sibi conterminalē basis portionem.

¶Sit trigonus.a.b.c.orthogonius cuiusqꝫ angulus.a.rectus a quo ducatur. a.d.

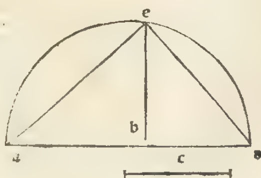


perpendicularis ad basim. dico q̄ vterq̃ duorum triangulorum partialium qui sũ a.b.d.a.d.c. similis est totali triangulo.a.b.c. & vnus eorum alteri. ē enim vterq̃ ipsorum equiangulus totali per.32.primi.eo q̄ vterq̃ est orthogonius & in vno angulo cōmunicat cum totali: quare & sibi inuicem sunt equianguli. ita q̄ angulus b. est equalis angulo.d.a.c. & angulus.b.a.d. angulo.c. & duo anguli qui sunt.ad d. sibi inuicem & angulo.a. totali equales: quare per.4. huius latera equos eorum angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qđ est propositum: vtrũq̃ corel'. ex his euidenter apparet.

Propositio .9.

Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

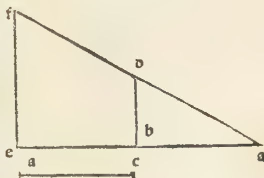
Sint due linee proposite.a.b.&.c. inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earũ alteri sitq̃ tota ex eis composita.a.d. ita q̄.b.d. sit equale.c. & super totam describo semicirculum.a.e.d. & produco .e.b. vsq̃ ad circumferentiam perpendicularem ad lineam.a.d. dico lineam.b.e. esse quē querimus: produco enim lineas.e.a.&.e.d. eritq̃ per.30. tertij angulus.e. totalis rectus: quare per primam partē corel'. premisse ꝓportio.a.b. ad.b.e. sicut.b.e. ad.b.d. qđ est propositum.



Propositio .10.

Duabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

Sint due linee proposite.a.b.&.c. quibus volo tertiam in cōtinua proportionalitate subiungere: coniũgo lineam.c. angulariter vt cōtingit cũ linea.a.b. sitq̃.a.d. sibi equalis. & produco lineã.a.b. vsq̃ ad.e. donec fiat.b.e. equalis.a.d. & protracta linea.b.d.a puncto.e. duco lineã sibi equidistantemq̃ & lineam.a.d. produco quousq̃ concurrant in puncto. f. dico igitur lineam.d.f. esse quē querimus. est enim per secundã huius proportio.a.b. ad.b.e. sicut.a.d. ad.d.f. sed.a.b. ad.b.e: est sicut.a.b. ad.a.d. per.2. ptē.7. quinti: quare.a.b. ad.a.d. sicut.a.d. ad.d.f. qđ est propositum. Qđ si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam. ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secũdã: ex prima & secũda fiat linea vna & toti cōposite tertia: angulariter adiungaᷣ & a cōmuni termio prime & secunde: ducatur linea ad extremitatē tertie: & ab altero termino secũde ducaᷣ huic linee equidistans: quousq̃ concurrat cum tertia in cōtinuũ rectumq̃ protracta: eritq̃ per secundam huius linea q̃ hec equidistãs abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima.a.b. secunda.b.e. tertia.a.d. erit quarta.d.f.

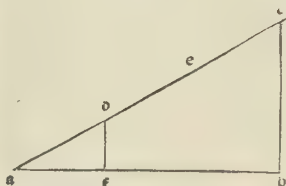


Propositio .11.

Ab assignata linea quotamcũq̃ iubearis partem abscindere.

Sit.a.b. linea assignata ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere: coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinite quantitatis que sit .a.c.a qua reseco tres equas portiones.

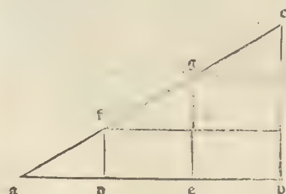
que sint a.d.d.e.et e.c. et produco lineas .c.b. et d.f. sibi equidistantes. dico a.f. esse tertiam a.b. est enim per secundam huius proportio c.d. ad d.a. sicut b.f. ad f.a quare coniunctim c.a. ad d.a. sicut b.a. ad f.a. cum igitur c.a. sit tripla ad d.a. patet a.f. esse tertiam a.b. quod est propositum.



Propositio .12.

Duabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

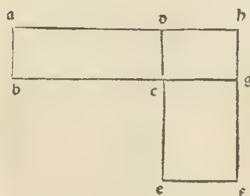
¶ Sint duo linee quas angulariter vt continget coniungam a.b. et a.c. sitque a.b. diuisa in tres vel qualescunque portiones signatis in ea punctis d. et e. volo secundum easdem portiones diuidere lineam a.c. cum igitur ipsas angulariter coniunxero protraham lineam b.c. et equidistantes ei d.f. et e.g dico istas equidistantes diuidere lineam a.c. in partes proportionales partibus a.b. protraham enim f.h. equidistantem a.b. que secet e.g. in puncto k. eritque per secundam huius proportio g.f. ad f.a. sicut e.d. ad d.a. et c.g. ad g.f. sicut b.k. ad k f. quare et sicut b.c. ad e.d. per 34. primi et secundam partem 7. quinti quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes linee a.b. minus vna. At vero 34. primi et septimi quinti minus duabus.



Propositio .13.

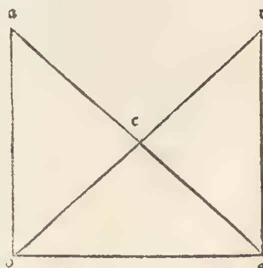
Si due superficies equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekefia esse. Si vero latera duos equos angulos continentia mutekefia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

¶ Sint due superficies a.b.c.d. et c.e.f.g. equidistantium laterum et equales. sitque angulus c. vnius equalis angulo c. alterius. dico proportionem b.c. ad c.g. esse sicut e.c. ad c.d. et si proportio b.c. ad c.g. fuerit sicut e.c. ad c.d. et predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum c. vnius cum angulo c. alterius ita quod duo latera earum que sunt b.c. et c.g. fiant linea vna: eruntque similiter duo reliqua latera d.c. et c.e. linea vna. alioquin sequeretur per presentem ypothesim que est angulum c. vnius esse equalem angulo c. alterius et per 15. primi: partem esse equalem toti. complebo itaque superficiem equidistantium laterum productis lineis a.d. et f g. quousque concurrant in h. eritque per primam partem 7. quinti vtriusque superficiei a.c. et c.f. ad superficiem c.h. proportio vna: et quia per primam huius proportio superficiei a.c. ad superficiem c.h. sicut linee b.c. ad lineam c.g. et superficiei c.f. ad eandem superficiem c.h. sicut e.c. ad c.d. manifesta est prima pars proposite conclusionis. Secunda pars sic patet. per primam enim huius est proportio b.c. ad c.g. sicut a.c. ad c.h. et e.c. ad c.d. sicut c.f. ad eandem c.h. et quia positum est quod proportio b.c. est ad c.g. sicut e.c. ad c.d. erit vtriusque duarum superficierum a.c. et e.g. ad superficiem c.h. vna proportio. ergo per primam partem 9. quinti a.c. est equalis c.f. sicque patet secunda pars.



Propositio .14.

Si duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint: latera duos angulos equos continentia erunt mutekefia. Si vero latera duos equos angulos continentia fuerint mutekefia duo trianguli equales



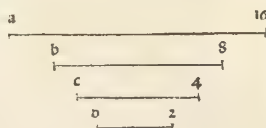
esse comprobantur.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.c.d.e.equales:sitqȝ angulus.c.vnius equalis angulo c.alterius:dico proportionem.a.c.ad.c.e.esse sicut.d.c.ad.c.b.⁊ si fuerit proportio a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.⁊ predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illos duos triangulos esse equales:coniungam enim eos angulariter ita ꝙ latera.a.c.⁊.c.e.fiant linea vna.eruntqȝ similiter.b.c.⁊.c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalem toti.per.15.primi:⁊ protrabam lineam.b.e.eritqȝ per primam ptem 7.quinti vtriusqȝ dictorum triangulorum ad triangulum.c.b.e.proportio vna: ⁊ quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut.a.c.ad.c.e.⁊ secundi eorum ad eundem sicut.d.c.ad.c.b.manifesta est prima pars ꝓposite conclusionis.¶ Secunda pars econuerso probatur.quia.a.c.ad.c.e.est sicut primi trianguli ad triangulũ.b.c.e ⁊.d.c.ad.c.b.sicut secundi ad eundem per primam huius:⁊ quia positum est vt sit a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.erit vtriusqȝ dictorum triangulorum ad triangulũ.b.c.e.vna proportio:quare per primam ptem.9.quinti ipsi sunt equales. sicqȝ patet secunda pars.

Propositio .15.



Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima ⁊ vltima rectangulum continetur:equũ erit ei qđ sub duabus reliquis. Si vero qđ sub prima ⁊ vltima continetur equuȝ fuerit ei qđ sub duabus reliquis continetur rectãgulum:quatuor lineas proportionales esse conuenit.

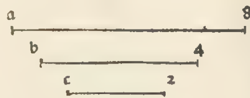


¶ Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales:Sitqȝ proportio.a. ad.b .sicut.c. ad.d.dico ꝙ superficies contenta sub.a.⁊.d.equalis est superficiei contente sub.b ⁊.c.⁊ si superficies contenta sub.a.⁊.d.est equalis supficiei contente sub.b. ⁊.c.dico ꝙ proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.Fiant eni superficies contenta sub.a.⁊.d ⁊ superficies cõtenta sub.b.⁊.c.Si ergo est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. latera illarum superficierũ erunt mutekesia.sed ⁊ anguli ab eis contenti equales:quia vtraqȝ est rectorum angulorũ: quare per scđaȝ partẽ.13.huius ipsi sunt equales quod est primum.¶ Scđm patet per primam partem eiusdẽ.si enim ipse sunt equales. quia oẽs anguli earum sunt recti : latera earum erunt mutekesia:quare proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d.quod est secundum.

Propositio .16.



Si fuerint tres linee proportionales qđ sub prima ⁊ tertia rectanguluȝ continetur: equũ erit ei qđ a secunda quadrato describitur. Si vero qđ sub prima ⁊ tertia continetur equum est ei quadrato qđ a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.



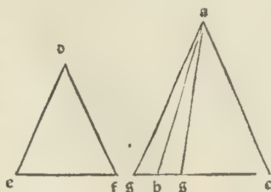
¶ Sit proportio linee.a.ad lineam.b.sicut linee.b.ad lineam.c.dico ꝙ superficies contenta sub.a.⁊.c.equalis est quadrato.b.⁊ si superficies contenta sub.a.⁊.c.est equalis quadrato.b.dico ꝙ proportio.a.ad.b.est sicut.b.ad.c.hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis.b.ita ꝙ.b.sit in ratione secunde ⁊ tertie.

Propositio .17.



I fuerint duo triãguli similes proportio alterius ad alterũ est tanq̃ ꝓportio cuiuslibet sui lateris ad suũ relatiuũ lat⁹ alteri⁹ duplicata. Manifestũ etiã ex hoc q2 omnium triũ lineaꝝ cõtinue ꝓportionaliũ quãta ẽ prima ad tertiã tanta erit sup̃ficies cõstituta sup̱ primã ad sup̃ficiẽ cõstitutã sup̱ scđam. cũ fuerit ei similis in lineatione ⁊ creatione.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. ⁊. d. e. f. similes erũtq̃ ꝑ diffinitionẽ equianguli ⁊ laterum ꝓportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo e. ⁊ angulus. c. angulo. f. eritq̃ proportio. a. b. ad. d. e. ⁊. a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e f. dico ꝙ proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. ẽ sicut ꝓportio. b. c. ad. e f. duplicata. Subiũgat̃ enim ſm doctrinã. 10. huius duabus lineis. b. c. ⁊. e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. ꝓtracta aut resecata. c. b. si. c. g. fuerit ea maior aut minor ⁊ producatur linea. g. a. eritq̃ per scđam partem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id qđ ꝓportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e f. ad. c. g. ⁊ angulus. c. equalis angulo. f. quare per scđam partem. 7. quinti trianguli. a. b. c. ad vtrũq̃ illorum erit vna ꝓportio: sed per primã huius ꝓportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. a. g. c. est sicut b. c. ad. g. c. At vero ꝓportio. b. c. ad. c. g sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo ꝓportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. ẽ sicut proportio. b. c. ad. d. f. duplicata qđ est ꝓpositum. Si autẽ. c. g. sit equalis. b. c. erit per scđam ptem. 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autẽ ꝓportio cõponitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotiensc̃ũq̃ sumpta. Istam eandẽ passionẽ possemus eodẽ modo ⁊ per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterũ similibus sumpta soliũ. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autẽ eam. q2 per sequentem demõstratur vniuersaliter de omnibus sup̃ficiebus similib⁹. Quare ꝑ correl̃. ꝙ vniuersaliter ꝓponitur de omnibus sup̃ficiebus similibus nõdũ patet nisi de triangulis. s3 demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic ⁊ non in sequente quia est correl̃. huius. non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.

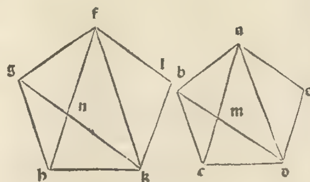


Propositio .18.



Omnes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq̃ numero equales. Estq̃ ꝓportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata

¶ Sint gratia exempli duo penthagoni. a. c. d. f. h. k. sil̃es. dico ꝙ ipsi sunt diuisibiles in triangulos sil̃es numero eq̃les. ⁊ ꝙ ꝓportio alterius eorum ad alteꝝ ẽ sicut. a. b. ad. f. g. ꝓportõ duplicata. ducãt̃ ei linee due. a. c. ⁊. a. d. itẽq̃ f. h. ⁊. f. k. eritq̃ ꝑ presentẽ ypothe: ⁊ ꝑ. 6. huius triangulus. a. b. c. equiangulus triangulo. f. g. h. ⁊ triangulus. a. e. d. triangulo. f. l. k. Similiter quoq̃ per hãc cõem sciam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa sunt: erit triangul⁹. a. c. d. equiangulus triangulo. f. h. k. Nam ipsi penthagoni positi sunt equianguli. ⁊ lateꝝ ꝓportionaliũ: ⁊ q2 trianguli in quos diuidunt̃ sunt adinuicẽ equianguli: vt ꝓbatum est. erunt etiã ⁊ sil̃es ꝑ. 4. huius ⁊ diffinitionẽ similiũ sup̃ficieꝝ: quare cum ipsi sint numero equales patet primũ. ¶ Scđm sic. ꝓtrahant̃. b. d. que secet. a. c. i puncto



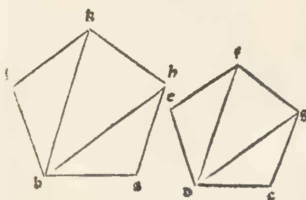
m.⁊.g.k.que secet.f.h.in puncto.n.eritq; triangulus.b.c.d.equiangulus triangulo.g.h.k.per.6.huius ⁊ presentē ypoth.quare ⁊ triangulus.a.b.m.triangulo .f.g.n.⁊.a.m.d.f.n.k.ergo p.4.huius proportio.b.m.ad.g.n.est sicut.a.m.ad. f.n.⁊ a.m.ad.f.n.sicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.sicut.m.d.ad.n.k.ergo pmutatim.b.m.ad.m.d.sicut.g.n.ad.n.k.sed per primā huius.a.b.m.ad a.m.d.⁊.b.c.m.ad.c.m.d.sicut.b.m.ad.m.d.⁊ per eandē.f.g.n.ad.f.n.k.⁊.g.n h.ad.h.n.k.sicut.g.n.ad.n.k.ergo p.13.quinti.a.b.c.ad.a.c.d.sicut.f.g.h. ad.f.h.k.quare permutatim.a.b.c.ad.f.g.h.sicut.a.c.d.ad.f.h. k.eadē rōne ꝓbabis ꝙ ⁊ sicut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo p.13.p̄mi quīti totꝰ pēthagoni ad totū pēthagonū sicut.a.b.c.ad.f.g.h.per p̄missam igitur est proportio penthagoni.a.c.d.ad penthagonū.f.h.k.sicut ꝓportio.a.b.ad.f.g.duplicata qḋ est ꝓpositū:ex quo rursus patet concl'.precedentis.¶Aliter pōt demōstrari scḋm.cū eni trianguli i quos pethagoni dividunẗ sint adinuicem similes: erit per precedētem proportio.a.b.c.ad f.g.h.sicut.b.c.ad.g.h.duplicata.⁊.a.c.d.ad.f.h.k.sicut.c.d.ad.h. k.duplicata.⁊.a.e.d.ad.f.l.k.sicut.d.e.ad.k.l.duplicata.q̄ igitur omnes hee ꝓportiōes duplicate sunt equales propter hoc qḋ positū est simplas esse equales:erit p.13.quinti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut lateris vnius ad suum relatiuum.latus alterius proportio duplicata.

Propositio .19.



Upra datam lineam date superficiei similem superficiem describere.

¶Sit data linea.a.b.supra quā volo constituere superficiem similē date supficiei que sit penthagona:⁊ sit.c.d.e.f.g. diuido hunc pēthagonū in triangulos ductis lineis.d.f.⁊.d.g.⁊ sup punctū.a.cōstituo angulum equalē angulo.c.ducta linea.a.h.⁊ super punctū.b.constituo alium angulum:qui sit.a.b.h.equalē angulo.c.d.g. ꝓtracta linea.b.h.quousq; cōcurrat cū a.h.in pūcto.h.eritq; per.32.primi angulus.a.h.b.equalis angulo .c.g.d. ⁊ ideo per.4.huius latera duoꝝ trianguloꝝ.g.c.d.⁊.h.a.b.ꝓportionalia:facio quoq; angulum.h.b.k.ducta linea.b.k.equalē angulo.g.d.f.⁊ angulum.k.b.l. ducta linea b.e.equalē angulo.f.e.d.⁊ angulum.b.h.k.ducta linea.h.k.equalē angulo.d.g.f.⁊ angulum.b.k.l.ducta linea.k.l.equalē angulo.d.f.e.eritq; perfectus penthagonus qui cōstituendꝰ erat sup lineā.a.b. est eni equiangulus dato penthagono ꝓpter equalitatē anguloꝝ trianguloꝝ in quos est vterq; diuisus sed ⁊ laterū ꝓportionaliū propter ꝓportionalitatē laterum ipsoꝝ trianguloꝝ que ex.4. huius euidenter apparet:quare per diffinitionem similium superficierū penthagonus constitutus super lineam.a.b.est similis penthagono dato qḋ est propositum.

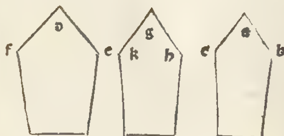


Propositio .20.



I fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

¶Sit vterq; penthagonorum.a..b.c.d.e.f.similis penthagono.g.h k.dico eos esse similes sibi inuicem.Est enim vterq; eorum equiangulus pēthagono .g.h.k.per cōuersionē diffinitōis siliū superficieꝝ: quare sunt equianguli adinuicē.Similiter quoq; p cōuersionē eiusdē diffinitionis

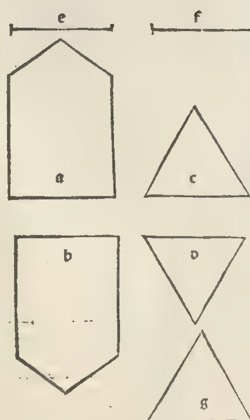


proportio.a.b.ad.g.b.ſicut.a.c.ad.g.k.ꝛ.g.b.ad.d.e.ſicut.g.k.ad.d.f. ergo per equam proportionalitatem.a.b.ad.d.e.ſicut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis reliqua latera penthagonorum.a.b.c.ꝛ.d.e.f.continentia equos angulos eſſe proportionalia.per diffinitionem itaqꝫ ſimilium ſuperficierum ipſi ſunt ſimiles adinuicem.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .21.

SI fuerint quotlibet linee proportionales atqꝫ ſup binas ꝛ binas ſimiles ſuperficies deſignentur:ipſe quoqꝫ ſuperficies erunt proportionales. Si vero ſuper binas ꝛ binas ſimiles ſuperficies conſtitute fuerint ꝓportionales:ipſas quoqꝫ lineas proportionales eſſe neceſſe eſt.

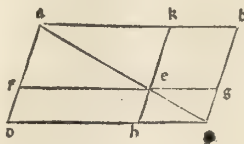
¶ Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d.ſitqꝫ proportio.a.ad.b. ſicut.c. ad d.dico ꝙ ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper.a.ꝛ.b.vtpote duo penthagoni ſimiles ꝛ alie ſimiles conſtituantur ſuper.c.ꝛ.d. vtpote duo trianguli ſimiles: erit proportio penthagonorum ſicut triangulorum. Qđ ſi fuerint penthagoni ſimiles ꝛ ſimiliter etiã trianguli ſimiles:fueritqꝫ proportio penthagoni ad penthagonum:ſicut trianguli ad triangulũ:dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d. Subiungaꝰ enim lineis.a.ꝛ.b.e.ꝛ lineis.c.ꝛ.d.f.in continua ꝓportionalitate:ſicut docet.10.huius.eritqꝫ per.22.quinti ꝛ per equã ꝓportionalitatẽ.a.ad.e.ſicut.c.ad.f. quia ergo per correꝰ.17.huius proportio penthagonorum: ẽ ſicut.a.ad.e.ꝛ triangulorum ſicut.c.ad.f.erit proportio penthagonorum ſicut triangulorum:ꝛ hoc eſt primũ. ¶ Scđm ſic patet. Sint duo penthagoni ſimiles ꝛ duo trianguli ſiles. ſitqꝫ proportio penthagonorum ſicut triangulorum.dico ꝙ proportio. a. ad.b. ẽ ſicut c.ad.d. Sit enim.c.ad.g.ſicut.a.ad.b.hoc enim qualiter fiat.dictum eſt ſupra.10 huius .ꝛ ſuper.g.fiat ſicut docet.19.huius.ſuperficies ſimilis illi que eſt conſtituta ſuper lineam.c.eritqꝫ per premiſſam ſimilis ei que conſtituta eſt ſuper lineam.d. eritqꝫ etiam per primam partem huius.21.que proportio penthagoni.a. ad penthagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum.g.ſed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum.d.ergo per ſecundam partem.9.quinti triangulus. d.eſt equalis triangulo.g. Et quia ſunt ſimiles:erit linea.g.equalis linee.d.per primam partem.17.huius cum ſuper lineas.c.d.ꝛ.g.ſint trianguli:vel per ſecundam partem 18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule:equalitas eni nõ ꝓduciꝰ ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotienſlibet ſumpta niſi ex eq̃li.erit itaqꝫ c.ad.d.ſicut.a.ad.b.quod eſt propoſitum.



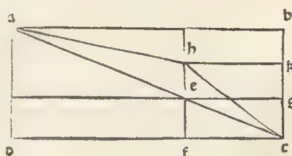
Propoſitio .22.

CUncte ſuperficies equidiſtantium laterum que circa diametrum conſiſtunt toti paralellogramo atqꝫ ſibi inuicem ſunt ſimiles.

¶ Sit vt in paralellogramo.b.d.cuius diameter.a.c. conſiſtant ſuperficies.g.h.ꝛ.f.k.equidiſtãtiũ laterũ.circa diametrũ.dico eas eẽ ſiles toti palellogramo ꝛ ſibi inuicẽ.ẽ eni ꝑ ſcđaꝫ b⁹ .b.g.ad.g.c.ꝛ.d.h.ad.h.c.ſicut.a.e ad..e.c.ergo coniunctiꝫ.b.c.ad.c.g.ꝛ.d.c.ad.c.h.ſicut.a.c.ad.c.e. q̃re ꝑ.11.hui⁹ b.c.ad.c.g.ſicut.d.c.ad.c.h.ſed etiam ſicut.a.b.ad.e.g.cũ.a.b.ſit eq̃lis.d.c.ꝛ.e. g.h.c.eodẽ modo erit .a.d.ad.e.h.ſicut.a.b.ad.e.g.ꝛ.d.c.ad.h.c.quia ergo iſta



paralellograma sunt equiangula constat per diffinitionē similium superficierꝝ.g.b. esse silē.b.d.Silī quoqꝫ modo ꝓbaē.f.k.eē silē eidē. ꝓpt̄ hoc ꝙ.b.a.ad.a.k.⁊.d.a ad.a.f.ē sicut.c a.ad.a.e.ꝑ scđaꝫ bui⁹ ⁊ cōiūctā ꝓportionalitatē:q̄re p.20.bui⁹.f.k ē etiā silē.⁊.b.sicqꝫ p totū.



Propositio .23.

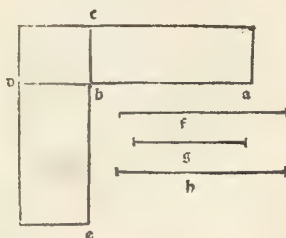
SI in suo spacio palellogramū partiale distinctum toti paralellogramo simile.atqꝫ scđm suū illius esse fuerit:circa eiusdem diametrum consistit.

¶Sit ut in paralellogramo.b.d.sit distinctum paralellogramū. f.g. qđ sit sibi simile.⁊ scđm suū eē.i.participans cū eo in angulo.c. dico ꝙ paralelogramū.f. g.consistit circa diametrū paralellogrami .b.d.⁊. est hec conuersa precedentis.producā eni.a.e.c.que si fuerit diameter paralellogrami.b.d.cō stat propositum.Sin autem sit.a.b.c.diameter eius.⁊ ducaē.b.k. equidistans.f. c.eritqꝫ per premissam paralellogramū.f.k.simile palellogramo.b.d.ergo per conuersionē diffinitionis similium superficierꝝ ꝓportio.b.c.ad.k.c.ē sicut.d.c.ad.f.c. sed per eandē cōuersionē dicte diffinitionis ꝓportio.b.c.ad. g.c.ē sicut.d.c.ad.f.c propter id qđ palellogramum.f.g.positum est simile paralellogramo.b.d.ergo per 11.quinti proportio.b.c.ad.g.c est sicut.b.c.ad.k.c.vtraqꝫ eni est sicut.d c.ad.f.c quare ꝑ secūdā ptē none quinti.g.c.est equalis.k.c.pars videlicet toti quod ē impossibile.Erit igitur.a.c.c.diameter palellogrami.b.d.quod est propositum.

Propositio .24.

OMnium duarum superficierum equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis ꝓportio alterius ad alteram ē que ꝓducitur ex duab⁹ proportionibus suoꝝ lateꝝ duos equos angulos ꝯtinentium

¶Sint due supficies equidistantiū laterū.a.c.⁊.e.d.sitqꝫ angul⁹.b. vnius equalis angulo.b.alterius. dico ꝙ ꝓportio vnius ad alterā ꝓducta est ex proportione.a.b.ad.b.d.⁊.c.b.ad.b.e.disponā enim has duas supficies penitus sicut disposui eas in..13.huius.adiuncto ad vtrāqꝫ palellogramo.c.d.⁊ ponam ut ꝓportio linee.f.ad lineā.g.sit sicut.a.b.ad.b.d.⁊.g.ad.h.sicut.c.b.ad.b.e.qualiter eni hoc fiat.dictum est supra.10.huius:eritqꝫ per primā huius.⁊.11.quinti. a.c. ad.c.d.sicut.f.ad.g.⁊.c.d.ad.d.e.sicut.g.ad.h.quare p.22.quinti erit in equa ꝓportionalitate.a.c.ad.d.e.sicut.f.ad.h. ⁊ quia.f.ad.h.producitur ex.f.ad.g. ⁊.g. ad.h.vt dictū ē in fine expositionis.11.diffinitōis q̄nti.erit ut.a.c.ad.d.e.ꝓducaē ex eisdē:q̄re cōstat ꝓpositū.

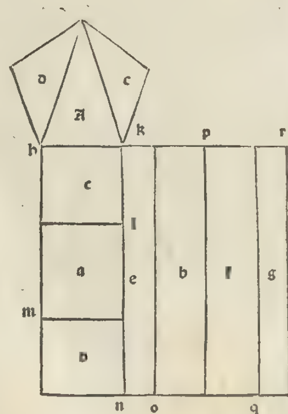


Propositio :25.

DAte supficiei similem alijqꝫ ꝓposite equalem designare.

¶Sint ꝓposite due supficies rectilinee.A.penthagona.B.exagona. volo facere vnā supficiem silem.a.⁊ equalē.b.vtrāqꝫ ꝓpositaꝝ superficieꝝ resoluo in triangulos.A quidē i triangulos.c.a.d.B.vero ī triangulos.c.b.f.g.⁊ sup basim superficiei.a.que sit.h.k.cōstituo secūdū doctrinā.44.primi superficiē equidistantium laterum rectangulam equalem c.que sit.h.l.⁊.l.m.equalem.a.⁊.m.n.equalem.d.ut sit tota superficies equidistātium laterum.h.n.constituta super basim .h. k. equalis penthagono.a. Eodem modo super lineam.k.n.que est ꝺm latus huius superficiei constituo aliā superficiem rectangulā eq̄lem exagono.b.q2 facio.k.o.equalem.e.⁊.o.p.equalē.b.⁊.p.q equalē.f.⁊.q.r.equalem.g.vt sit tota rectangula superficies.n.r.equalis exagono.

b.⁊ pono per.9.huius lineam.f.t.proportionalē inter lineam.b.k.⁊ lineā.k.r.⁊ super eam scdm doctrinam.19.huius constituo superficiem.v.similem superficiei a.dico ipsā esse quā querimus ⁊ equalem superficiei.b.cum eniȝ tres linee.b.k.f.t.⁊.k.r.sint continue proportionales.⁊ super primā ⁊ secūdā sunt constitute superficies similes videlicet.a.⁊.v.erit per correl.17.huius.a.ad.v.sicut.b.k.ad.k.r.quare per primam huius sicut.b.n.ad.n.r.⁊ ideo per primam partem septime quinti sicut.a.ad.n.r.⁊ propter hoc per secundam partem eiusdem sicut.a.ad.b.itaqȝ per scdam.partē.9.quinti.v.est equalis.b.qd est propositum.¶Qd etiā possum⁹ ex pmutata pportionalitate facile pbare.quia cum sit.a.ad.v.sicut.b.n.ad.n.r.erit permutatim.a.ad.b.n.sicut.v.ad.n.r.⁊ quia.a.est equalis.b.n.erit.v.equalis.n.r.quare.v.est etiā equalis.b.per hanc cōmunē scientiam:quecunqȝ vni ⁊ eidem sunt equalia inter se sunt equalia.Nō est autē necessariū vt superficies.b.l.l.m.⁊.m.n.equidistantium laterum equales triangulis.c.a.d.aut supficies.k.o.o.p.p.q.⁊.q.r.equales triangulis.c.b.f.g.sint rectangule.sed ut angulus extrinsec⁹ superficiei.l.m.sit equalis angulo intrinseco superficiei.l.b.⁊ extrinsecus.m.n.intrinseco.m.l.Similiter quoqȝ ut extrinsecus superficiei.k.o.sit equalis intrinseco superficiei.b.n.⁊ extrinsecus.o.p.intrinseco.k.o.sicqȝ de ceteris.Cum eniȝ sic fuerit erit vnaquaqȝ linearum.k.n.⁊ sibi opposita.b.m.itemqȝ.b.r.⁊ sibi opposita.n q.linea vna per vltimam partem.29.primi:⁊ per.14.eiusdem:quotiens oportuerit equaliter repetitas:propter id qd omnes superficies.b.l.l.m.⁊.m.n.Itemqȝ.k o.o.p.p.q.⁊.q.r.sunt equidistantium laterum ⁊ angulus extrinsec⁹ cuiusqȝ sequētis est equalis intrinseco eā pcedentis:quare due supficies.b.n.⁊.n.r.erunt equidistantium laterū ⁊ inter lineas equidistantes.⁊ equalis altitudinis.Cetera ergo argue vt prius:





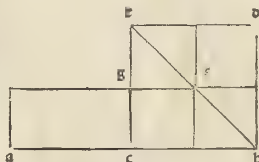


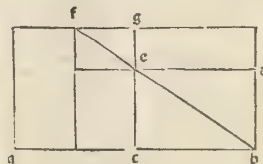
Propositio .26.



Super dimidiū date linee palellogramū designatum maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē linee sil'e ⁊ sup diametruȝ consistens super dimidium collocati.

¶Sit data linea.a.b.sup cuius dimidiū.c.b.cōstituat̄ palellogramū c.d.cuius diameter.b.e.⁊ ad lineā.a.b.applicet̄ palellogramū.a.f.cuius vnū lat⁹ secet.e.c.in puncto.g.ita q̄ ad cōplementū totius linee.a.b.desit supficies.f.b.q̄ sit similis supficiei.c.d.⁊ consistēs circa diametrū eius:dico tunc q̄ palellogramū c.d.est mai⁹ palellogramo.a.f.Est eni p primā huius.a.g.equale.g.b.⁊ p.43.primi.c.f.equale.f.d.ergo per hāc cōmunē scientiam:si equalibus equalia addas.⁊c.erit gnomo cōstans ex tribus palellogramis q̄ sunt.c.f.f.b.⁊.f.d.eq̄lis palellogramo.a.f.quare palellogramū.c.d.ē maius palellogramo.a.f.i palellogramo.e.f.qd ē propositū.Idē etiā eēt si supficies.a.f.fieret altior supficie.c.d.vt videre potes in secunda figura i qua etiā per primā huius.a.g.ē equale.g.b.demptis itaqȝ vtriqȝ duobus supplemētis superficiei.f.b.excedet palellogramū.c.d.palellogramum.a.f.in palellogramo.f.e.

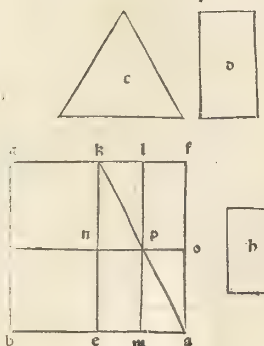




Propositio .27.



Trilatera superficie pposita equū ei sup quēlibet assignatā lineā palellogramū designare cui desit ad cōplēdā lineam alij supficiei pposite sil'e palellogramū qd scdm eiusdē suum esse paralellogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.



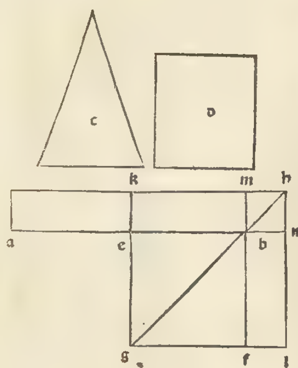
¶ Sit aſſignata linea.a.b.⁊ ꝓpoſitus triangulus.c.ꝓpoſitūqȝ ꝑalellogramum d.volo ſuper lineam.a.b.deſignare ꝑalellogramū equale triangulo.c. ita ꝙ deſit ad cōplendam lineam.a.b.paralellogramū ſimile.d.⁊ ſit ita conditionatū. ꝙ triangulus.c.non ſit maioꝛ ꝑalellogramo ſimili.d.collocato ſuꝑ dimidiū linee.a.b. alioquin ad impoſſibile laboraret per pꝛemiſſam. Diuido igitur lineā.a.b.per equalia in puncto.e.⁊ ſecundum doctrinam.19.huius.ſuper eius medietatem .e.b conſtituo paralellogramuȝ.e.f.ſimile.d. ⁊ complebo ſuper totam lineam.a.b.paralellogramū.b.g.quia igitur.c.non eſt maioꝛ paralellogramo. e.f. ſed equalis ei aut minoꝛ ſicut poſitū eſt. Si fuerit ei eq̄lis.erit ꝑalellogramū.e.g.equale intendit̄ ꝑ.36.ꝑ̄mi coadiuuāte ꝑ̄ma ꝑte.9.⁊ ꝑ diffinitionē ſīliū ſuꝑficierū ⁊.20.huiꝰ.Si aūt minoꝛ ſit minoꝛ in ſuperficie aliq̄ cui eq̄lis ⁊ ſīlis.d.fiat ſm̄ doctnaȝ.25.huius que ſit h.eritqȝ.h.ſimilis.e.f.per.20.huius.quare per conuerſionem diffinitionis equiangula ſibi ⁊ ꝓpoꝛtionalium laterum:ꝓtrahabam igitur in ꝑalellogramo.e. f.diametrum.b.k.⁊ reſecabo latera.k.f.⁊.e.k.ſuperficiei.e.f.ad menſurā laterum ſuꝑficiei.h.ꝓtractis lineis.l.m.⁊.n.o.equidiſtantibus lateribus ſuperficiei.e. f.ſecantibꝰ ſe in pūcto.p.vt ſuꝑficies.k.p.ſit equalis ⁊ ſimilis ſuꝑficiei.h.eritqȝ ꝑ.23. huius punctū.p.in diametro.k.b.ꝓtracta itaqȝ.o.n.vſqȝ ad.a.g.dico paralellogramū.a.p.eſſe q̄le ꝓponit̄.Deeſt eni ſibi ad cōplemētū linee.a.b.ꝑalellogramū p.b.qḋ per.22.⁊.20.huius eſt ſimile ꝑalellogramo.d. Sed ipſū etiā ꝑalellogramū a.p.eſt equale triangulo.c.Eſt enim per pꝛimā huius.a.n.equale.n.b. ergo ꝑ.43. pꝛimi: ⁊ hanc cōmunem ſcientiaȝ :ſi equalibus equalia addas.⁊c.paralellogramū a.p.eſt equale gnomoni.n.b.l.⁊ quia iſte gnomo eſt equalis triangulo.c. ꝓpter id qḋ paralellogramū.e.f.poſitum fuit eſſe maius triangulo.c.in paralellogramo h.qḋ eſt equale paralellogramo.k.p.patet ꝓpoſitum.

Pꝛopoſitio .28.



Super datam lineam date ſuperficiei trilatere equum paralellogramum conſtituere .qḋ addat ſuper cōpletionem date linee ſuperficiem equidiſtantium lateruȝ date ſuperficiei equidiſtantium laterum ſimilem.

¶ Sit vt pꝛius data linea.a.b.⁊ datus triangulus.c.datumqȝ paralellogramum.d.volo ſuper lineam.a.b.conſtituere ꝑalellogramū equale triangulo.c.qḋ addat ſuper totam lineā.a.b.ꝑalellogramū ſimile.d.diuido lineam. a.b.ꝑ equalia in puncto.e.⁊ ſuper eius medietatem.e.b.facio.e.f.ſimilem.d. ſm̄ qḋ docet.19.huius. ⁊ ſm̄ doctrinam .25.huius.facio.k.l.cuiꝰ diametrū.g.h. ſimilem.d ⁊ equalem duabus ſuperficiebus.e.f.⁊.c.eritqȝ per.20.huius.k.l.ſimilis.e.f. ſuꝑpoſita igitur ſuperficie.k.l.ſuꝑficiei.e.f.ita ꝙ ābe cōmunicēt in angulo.g.erit per 23.huius ſuperficies.e.f.conſiſtens circa diametrum ſuperficiei. k.l. quare pūctū b.eſt in diametro.g.h.cōplebo igitur ꝑalellogramū.a.h.qḋ dico eſſe quale ꝓponitur.qḋ cōſtat ꝓtractis linea.f.b.vſqȝ ad.m.⁊ linea.e.b.vſqȝ ad.n.Eſt enim per pꝛimam partem huius.a.k.equale.k.b.⁊ ideo per.43.pꝛimi ē etiā eq̄le.n.f. addito ergo vtriqȝ.e.h.erit ꝑ cōeȝ ſciam.a.h.equale gnomoni. e.h.f. ſed iſte gnomo ē equalis triangulo.c.quia paralellogramū.k.l.poſitum fuit equale duabꝰ ſuperficiebus.c.⁊.e.f.ergo ꝑalellogramū.a.h.ē eq̄le.c.⁊ addit ad cōplemētū linee.a.b.ꝑalellogramū.m.n.ꝙ ꝑ.22.⁊.20.hꝰ ē ſīle ꝑalellogramo.d. q̄re ꝯſtat ꝑfectū eſſe quod



volumus. Possumus aūt ad lineā datā adiungere palellogramū equale nō solū triatlere superficiei posite. sed ꝛ cuilibet rectilinee figure proposite queccunq; ipsa fuerit cui desit ad cōplendā lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum proposite: sicut doc; premissa obseruata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante premissam. vel ꝙ addat ad cōplendam lineam superficiē equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit cūclusio presens. propositam enim superficiem cui equale paralellogramū debet ad lineā datam adiungi. qđ addat aut diminuat ad completionem linee paralellogramū simile paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. ꝛ ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. hoc autem qualiter fiat: ꝛ si scire volueris. require. 25. huius. dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum cōstituemus quē si. 44. primi diligenter inspexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem: quare ꝛ superficiei proposite: huic ergo triangulo si equale paralellogramū ad lineam datam adiunxeris qđ addat ad complementum linee aut minuat paralellogramū simile paralellogramo dato secundum ꝙ docet hic et premissa: quod propositum erat te ꝑfecisse non dubites.



Propositio .29.

Qamlibet lineam propositam secundū proportionem habentem medium. duoq; extrema secare.

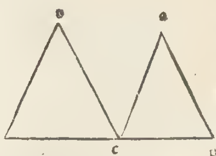
¶ Sit proposita linea. a. b. q̄; volo diuidere secundū proportionem habentem medium ꝛ duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c. ꝛ ad eius latus. a. c. adiungo ſm qđ docet premissa paralellogramū c. d. equale quadrato. b. c. ꝙ addat ad cōplementū linee. a. c. paralellogramū. a. d. ꝙ sit simile. b. c. sitq; latus palellogrami. c. d. qđ equidistat. a. c. d. e. ꝛ secet lineam a. b. in puncto. f. dico lineā. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est enī a. d. quadratum propter id qđ est simile. b. c. quare. a. f. est equale. f. d. sed ꝛ. f. e. est equalis. a. b. propter id qđ est equalis. a. c. per. 34. primi: ꝛ quia. c. d. equale. b. c. dempto vtrūq; . c. f. erit. a. d. equale. e. b. ꝛ angulus. f. vnius angulo. f. alterius. ergo per. 13. huius latera sunt mutekefia: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ꝛ quia. e. f. est equalis. a. b. ꝛ. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. ſm qđ doc;. 11. secundi: sitq;. e. b. qđ continetur sub tota. a. b. ꝛ eius parte. f. b. ita ꝙ. f. e. sit equalis. a. b. ꝛ. a. d. sit quadratum. a. f. est itaq; per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. qđ restat arguere ut pri⁹: per. 13. huius. vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum qđ docet. 11. secundi. qđ fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partē 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundā ad. f. b. tertiā per diffinitionem itaq; diuisa est. a. b. vt proponitur.



Propositio .30.

Si fuerint duo trianguli super vnū angulū ꝯstituti quorū duo latera angulū illu; continentia duobus alijs eorum lateribus equidistēt. fuerintq; illa q̄tuor latera scđm equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super vnā lineam rectam cōstitutos esse necesse est.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. ꝯstituti sup angulū. a. c. d. sitq;. a. c. equidistās

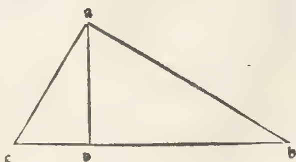


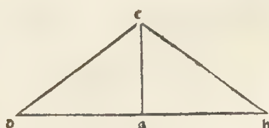
d.e.⁊.d.c.a.b..⁊ ſit proportio.a.c.ad.d.e.ſicut.a.b.ad.d.c.dico q̄ due baſes eorum.b.c.⁊.c.e.ſunt linea vna.Eſt enim angulus.a.equalis angulo.d .quia vterq; eorum eſt equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per preſentē ypotheſe.⁊.6.huius ipſi trianguli ſunt equianguli. ⁊ angulus. b. eſt equalis angulo d.c.e.⁊ angulus.a.c.b.angulo .e.quare per .32.primi:tres anguli qui ſunt. ad.c. ſunt equales duobus rectis:ipſi eni equant̄ tribus angulis vtriuſlibet duorum triangulorum:ergo p.14.primi.b.e.eſt linea vna:quod eſt propoſitum.

Propoſitio .31.

In omni triangulo rectangulo ſuperficies lateris q̄ ſubtenditur angulo recto equalis eſt ſuperficiebus duorū laterum angulum rectum continentium pariter acceptis.cū fuerint ſimiles ei in lineatione ⁊ creatione:

¶ Qđ proponit penultīa primi de ſuperficieb⁹ quadratis proponit hic penultima ſexti de omnibus ſuperficiebus ſimilibus .vnde hec eſt illa tāto vniuerſalior quāto ſuperficies laterata q̄drato.¶ Sit itaq; triangulus rectangulus.a b.c.cuius angulus.a.ſit rectus.dico q̄ ſuperficies conſtituta ſuper latus.b.c..eſt equalis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper.a.b.⁊.a.c. cū omnes tres ſuperficies fuerint ſimiles in figura ⁊ ſitu:ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c. eritq; per ſecundā partem corel'.8.huius proportio .b.c.ad.c.a.ſicut.c.a.ad.d.c. ⁊.c.b.ad.b.a.ſicut.b.a.ad.d.b.Si itaq; ſuper quālibet triū linearum.b.c.c.a.⁊.a b.fiat ſupficies ſimilis alijs in figura ⁊ ſitu.erit per corel'.17.huius proportio ſupficiei cōſtitute ſup.b.c pmā.ad cōſtitutā ſup.c.a.ſcđa; ſicut.b.c.pme ad.d.c.ītiā ⁊ itē eiuſdē ſupficiei cōſtitute ſup b.c.pmā ad cōſtitutā ſup a.b.ſcđa; ſicut.b.c. pme ad.d.b.ītiā p idē corel'.q̄re p cōuerſā pportionalitatē ſupficiei.a.c.ad ſupficiē.c.b ſicut.c.d.ad.c.b.⁊ ſilr ſupficiei.a.b.ad ſſficiē.b.c.ſicut .b.d.ad ſſficiē.b.c.⁊ ponat̄ a.c pma⁊.c.b.ſcđa ⁊ q̄rta ⁊.c.d.ſupficies ītia.⁊.a.b. ſupficies quita. ⁊.b.d. ſupficies ſexta.⁊ arguat̄ p .24.quiti qđ proportio ſuperficiei conſtitute ſuper.b.c. ad. duas ſupficies conſtitutas ſuper.c.a.⁊.a.b.ſimul.ē ſicut.b.c.ad.c.d.⁊ .d.b.ſimul quia igitur .b.c.eſt equalis duabus lineis.c.d.⁊.d.b.ſimul ſumptis .erit ſuperficies conſtituta ſuper.b.c.equalis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper.c.a.⁊.a. b.ſimul ſūptis:qđ eſt ppoſitū.¶ Cōuerſam quoq; huius poſſumus facile demonſtrare per modū demōſtrationis vltime primi.ſit eni triangul⁹.a.b.c. ſitq; ſuperficies conſtituta ſup.b.c.equalis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper duas lineas.a.b.⁊.a.c.ſibi ſimilibus.dico q̄ angulus.a.eſt rectus:ponā enim angulū.c.a. d.rectū.⁊ lineā.a.d.eq̄lē.a.b.⁊ claudo ſſficiē ducta linea.d.c.eritq; p hāc.31.ſupficies cōſtituta ſup .c.d.eq̄lis duab⁹ cōſtitutl ſr duas lineas.c.a.⁊.a.d.ſibi ſilib⁹.q̄re etiā cōſtitute ſup.b.c.ſibi ſili.hec eni poſita ē eq̄lis duabus cōſtitutis ſup.a.b.⁊.a c.ſibi ſilibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare p.8.primi angulus. a. ē rectus qđ eſt propoſitum.

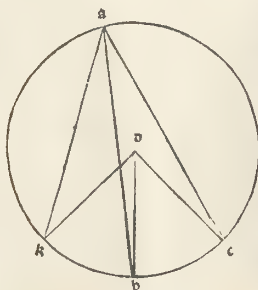




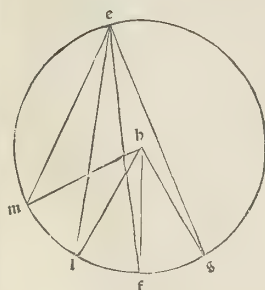
Propoſitio .32.

Si in circulis equalibus ſupra centrū ſiue ſupra circūferētiam anguli conſiſtant .erit angulorum proportio tanq; proportio arcuū illos angulos ſuſcipientium.

¶ Sint circuli.a.b.c.cuius centrū.d.⁊.e.f.g.cuius centrū.b. eq̄les: ſup quoꝝ centra fiant duo anguli.b.d.c.⁊.f.b.g.⁊ ſup eoꝝ circūferētias alij duo qui ſint.b.a.c.⁊.f.e.g.dico q̄ pportio anguloꝝ tā eoꝝ q̄ ſūt ſup cētra



q̄ꝫ eorum qui super circūferentias: est sicut arcus.b.c.ad arcum.f.g.cōtinuabo enī illis duobus arcubus alios arcus equales.siue scd̄m eundē numerum: siue secundū diuersos: sitqꝫ arcus.k.b.equalis.b.c.⁊ vterqꝫ duorum arcuum.l.m.⁊.f.l.equalis f.g.⁊ producam lineas.k.d.k.a.m.b.l.b.m.c.⁊.l.c. eruntqꝫ per.26.tertij anguli qui sunt ad.d.adinuicem equales. Similiter quoqꝫ ⁊ qui sunt ad.b.adinuicē equales. Idem etiam de his qui sūt ad.a.⁊ de his qui sūt ad.e. sicut igit̄ arcus.k.c. est multiplex arcus.b.c: ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c.⁊ angulus.k.a.c.anguli.b.a c.similiter sicut arcus.m.g.est multiplex arcus.f.g.ita angulus.m.h.g.anguli.f.h. g.⁊ angulus.m.e.g.anguli.f.e.g.sed si arcus.k.c.est equalis arcui. m.g. angulus k.d.c.est equalis angulo.m.h.g.⁊ angulus.k.a.c.angulo.m.e.g. ⁊ si maior maiores.⁊ si minor minores per.26.tertij.per diffinitionem itaqꝫ incontinue proportionalitatis proportio arcus.b.c.ad arcum.f.g.est sicut anguli.b.d.c. ad angulū f.h.g.⁊ sicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.e.g.quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo. Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.





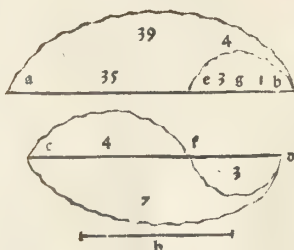
Unitas est qua vna queqꝫ res vna dicitur. ¶ Numerus est multitudo ex vnitatibus cōposita ¶ Naturalis series numerorum dicitur in qua secundū vnitatis additionem fit ipsorum computatio. ¶ Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habūdat a minore. ¶ Numerus primus dicit̄ qui sola vnitate metitur. ¶ Numerus compositus dicitur quē alius numerus metitur. ¶ Numeri contra se primi dicunt̄.qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur. ¶ Numeri adinuicem compositi siue cōmunicantes dicuntur .quos alius numerus q̄ꝫ vnitas metitur.nullusqꝫ eorum est ad aliū primus. ¶ Numerus per alium multiplicari dicitur.qui totiens sibi coacernatur. quotiens in multiplicante est vnitas. ¶ Productus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. ¶ Numerus alium numerare dicitur qui secundū aliquē multiplicatus illū ꝓducit. ¶ Pars ē numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. ¶ Denominās est numerus secūdū quē pars sumit̄ in suo toto. ¶ Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. ¶ Prima.simpla numeri pars est vnitas. ¶ Quando duo numeri partem habuerint cōmunem tot partes maioris dicetur esse minor.quotiens eadem pars fuerit in minore.tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. ¶ Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod ē maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundū ꝙ eū continet ⁊ eius partem vel partes. ¶ Cum fuerint quotlibet numeri cōtinue ꝓportionales dicet̄ ꝓportio primi ad tertiū sicut primi scd̄m duplicata ad q̄rtū vero triplicata. ¶ Cū cōtinuate fuerit eedē vel diuerse ꝓportiones dicet̄ ꝓportio primi ad vltimū ex omnibꝰ cōposita.

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. ¶ Maioris autem ad minorem totum. vel totum ⁊ pars vel partes: prout maior superfluit. ¶ Similes siue vna alij eadem dicūtur proportiones que eandem denominationem recipiunt. ¶ Maior vero que maiorē. ¶ Minor autem que minorem. ¶ Numeri vero quoꝝ ꝓportio vna: ꝓportionales appellantur. ¶ Termini siue radices dicunt̄ quibus in eadē ꝓportione minores sumi īpossibile est. ¶ Petitiones sunt quatuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vel multiplices. ¶ Quolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorem. ¶ Seriem numerorum in infinitum posse procedere. ¶ Nullū numeꝝ in infinitū posse diminui. ¶ Cōmunes animi cōceptiones sunt decē. ¶ Omnis pars minor est suo toto. ¶ Quicunq3 eiusdē siue equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoq3 erūt eq̄les. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quorū eque multiplices fuerint equales: ⁊ ipsi etiam erunt equales. ¶ Omnis numeri pars ē vnitas ab ipso denominata. ¶ Omnis pars est minor que maiorē habet denominationē: maior vero que minorem. ¶ Quilibet numerus totus est ab vnitate. quota pars ipsius ē vnitas. ¶ Quicunq3 numerus in vnitatem ducitur. seipsum producit. Unitas quoq3 in quēcūq3 ducta producit eundem. ¶ Quicunq3 numerus numerat duos: numerat quoq3 cōpositum ex illis. ¶ Quicunq3 numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Quicunq3 numerus numerat totum ⁊ detractum: numerat residuum.

Propositio .1



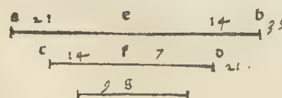
SI a maiore duorum numeroꝝ minor detrahatur. donec minus eo supersit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur: Itēq3 a reliquo primo reliquū secundū quousq3 minus eo supersit: atq3 in huiuscemodi continua detractione nullus fuerit reliquus: qui autem relictum numeret vsq3 ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.



¶ Sint duo numeri. a. b. ⁊. c. d. c. d. minor detrahaturq3. c. d. ex. a. b. quotiens potest: ⁊ sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c. d. detrahatur ⁊ ipse. e. b. ex. c. d. quotiens potest. sitq3 residuū. f. d. sed ⁊. f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest: ⁊ si residuum. g. b. q̄ sit vnitas. dico tunc duos numeros. a. b. ⁊. c. d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numer⁹ preter vnitatem qui sit. h. ⁊ quia. h. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimā cōceptionē: ⁊ quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per vltimā cōceptionē. ergo ⁊. c. f. per penult. quare ⁊. f. d. per vltimā. ergo ⁊. g. e. per penult. ergo ⁊. g. b. p vlt. ⁊ quia. g. b. est vnitas. sequit̄ numerum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a. b ⁊. c. d. contra se primi quod est propositum. ¶ Qd̄ si duo numeri. a. b. ⁊. c. d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status anteq̄3 ad vnitatem ꝑueniatur. Et est istud conuersum eius q̄ auctor proponit. Si autē in hac mutua

detractionē fuerit status anteq̄3 perueniatur ad vnitatem:sit vt.g.b.sit numerus que detrabatur ab.f.d.⁊ nibil sit residuū.igitur.g.b.numerat.f.d.ergo ꝑ penul'. concept.numerat ⁊.c.g.⁊ quia etiam numerat se ipsū numerabit ꝑ antepenul'.cōcept.totum.c.b.ergo per penul'.numerat.c.f.sed ostensum est prius ꝙ numerat.f d.ergo per antepenul'.numerat totum.c.d.quare ꝑ penul'.numerat.a.e.⁊ q2 ostēsum est prius ꝙ etiā numerat.e.b.sequitur per antepenul'.vt etiam numeret. a.b. quia igitur numerus.g.b.numerat vtrūq3 duoꝝ numeroꝝ.a.b.⁊.c.d.numeri.a.b ⁊.c.d.sunt cōpositi:nō igitur contra se primi qđ est contra ypothe. ¶ Per banc ergo viam propositis quibusq3 duobus numeris inuestigamus vtrū ipsi sint contra se primi.si enim tali facta mutua detractione perueniat̄ ad vnitatem.ipsi sunt contra se primi.Si autem sit status anteq̄3 perueniat̄ ad vnitatē ipsi sunt compositi.

Propositio. 2.



PRopositis duobus numeris adinuicem compositis/maximum numerum cōmunem eos numerante inuenire. Vñ manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans numerat numeꝝ maximum ambos numerantem. ¶ Sint duo numeri cōpositi.a.b.⁊. c.d.mior.c.d. q2 ḡ numerat eos cōmuniter aliquis numerus ꝑ diffinitionē: volo inuenire maximū numerū eos cōmuniter numerātē. ſm modū ⁊ similitudinē prioris:minuo mīorē de maiori quoad possum.videlicet.c.d.de.a.b.⁊ sit residuū.e.b. itemq3.e.b.de.c.d.quoad possum.⁊ sit residuū.f.d.⁊ quia buius diminutio nō pōt fieri ifinities per vltimā petitionem:nec pōt etiā ad vnitatē peruenire in proposito per precedentē.quia tunc essent numeri ꝓpositi cōtra se primi. qđ est contra ypotb .sit ut cū detraxero.f.d. ex.e.b.quoad potero ꝙ nibil sit residuū.dico tunc.f.d.esse maximū numerum numerantē.a.b.⁊.c.d.Qđ eni numeret eos patet per penul'.⁊ antepenul'. cōcep. alternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedētis.Numerat eni.f.d.c.b.q2 cum ab ipso detrabitur quoad potest nibil fit residuū ergo ⁊.c.f.per penul'.cōcep.ergo ⁊.c.d.ꝑ antepenul'.quare ⁊.a.e.per penul'.igitur ⁊.a.b.per antepenult.Qđ aūt nullus maior.f.d.numeret.a.b.⁊.c.d.sic patet. Si enim fieri potest:sit numerus.g.maior.f.d.numerās vtrūq3 duoꝝ numeroꝝ.a.b. ⁊.c.d.quia igitur.g.numerat.c.d. numerabit per penul'. concep.a.e. ⁊ q2 numerat.a.b.numerabit per vltimā.e.b.ergo per penul.numerat.c.f.⁊ quia etiam numerat.c.d.numerabit per vlt.f.d.maior videlic3 minorē:quod est impossibile. Ex boc'scdo ꝓcessu liquet corel'.

Propositio



PRopositis tribus numeris adinuicem cōpositis/maximū numeroꝝ eos cōiter numerantium inuenire.
¶ Priusq̄3 banc tertiā cōclusionē demōstremus: demōstrandū arbitramur ipsi⁹aīs:videlicet ꝓpositis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicē compositi.¶ Sint itaq3 tres numeri.a.b.c.de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi.per primā igitur inquiro an duo primi qui sunt.a.⁊. b.sint adinuicē ꝑmi:qđ si sic nō erūt.a.b.c.ad inuicē cōpositi.ꝑ diffinitionē.Si aūt.a.⁊.b.sūt adinuicē cōpositi:sit per precedentem.d.maxim⁹numerus eos numerās:qui si numerat.c.erūt per diffinitionē.a.b c.adinuicе3 compositi.Si autē nō numerat ipsū.s3 ipsi.c.⁊.d.quidē sunt contra se primi.nō erunt.a.b.c.adinuicem cōpositi.Nā quicūq3 numeraret eos:numeraret

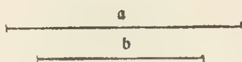
etiam.d.ꝑ corel'.precedentis.sicq; essent.d.⁊.c.cōpositi qđ est contra ypothe. Si
autē.c.⁊.d.sunt cōpositi erunt etiā.a.b.c.adinuicē cōpositi. Sit eni per premissā
e.maximus numerans.c.⁊.d.qui etiā ꝑ penult.cōcep.numerabit.a.⁊.b.quare per
diffinitionē.a.b.c.sunt adinuicē cōpositi.¶Sili quoq; mō scietur ᵱpositis quotli
bet pluribus q̄3 tribus an omnes sint ad inuicem cōpositi. Propositis itaq; trib⁹
qui sunt adinuicem compositi.qui etiam sint.a.b.c.volo inuenire maximū nume/
rum numerantē omnes. Sūmo ƀm doctrinā premisse.d.maximū numerantē. a.⁊
b.qui si numerat.c.ipse est quē querimus.alioquin per corel'.precedentis sequere/
tur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat.c.erūt tamē.c. ⁊.d.ad/
inuicem cōpositi per'ypothe.⁊ corel'.precedentis ⁊ diffinitionē. sit igitur maxim⁹
eos numerans.e.dico.e.esse maximum numerantē.a.b.c.Qđ enim eos numeret
patet per hanc vlt̄.ypothe.que est ipsum esse maximū numerantē.c.⁊.d.⁊ per pe/
nult.concep. Et ꝙ nullus eo maior numeret eos sic patet.sit enim si potest fieri.f.
maior.e.qui numeret.a.b.c.qui cū numeret.a.⁊.b.numerabit ꝑ corel'.premisse.d
⁊ quia etiā numerat.c.numerabit ꝑ idē corel'.e.maior videlicet minorem quod est
impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior.e.numerans.a.b.c.qđ ē pro/
positum.¶Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus numerans quotli
bet plures tribus adinuicem compositos: vnde nō oportuit euclidem de pluribus
tribus hoc docere: quia idem est modus ⁊ ars in tribus ⁊ pluribus. Ex vltimo aūt
huius demonstrationis processu: possumus etiam istud corel'.huic tertie conclu/
sioni adijcere. Unde manifestum est ꝙ omnis numerus numerans quotlibet ad/
inuicem compositos: numerat maximum numerantem eos omnes.⁊ etiam maxi/
mos numerantes binos ⁊ binos eorum.



Propositio .4.

Omnium duorum numerorū inequalium minor maioris
aut pars est: aut partes.

¶Sint duo numeri.a.⁊.b.b. minor. dico ꝙ.b. est pars vel ptes.a.
Aut eni.b.numerat.a.aut nō.si numerat pars eius ē ꝑ diffinitionē
Si nō numerat ipsum.aut ergo sunt adinuicem primi aut nō: si non
sunt adinuicem primi: habebunt per diffinitionem partem cōmunē: que quotiēs
fuerit in.b.tot partes.a.dicetur esse.b.per diffinitionem.si autem sint adinuicem
primi: quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata.patet idē
per vnitates.



Propositio 5.

Si fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars secun
di quota tertius quarti: erunt primus ⁊ tertius pariter ac/
cepti tota pars secundi ⁊ quarti pariter acceptorum quo/
ta primus secundi.

¶Uolens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non
indigere sed per se ipsos stare: partē eius qđ proposuit per primā quinti de quā/
titatibus in genere: proponit per hanc quintā huius septimi de numeris. Sint igi
tur.4.numeri.a.b.c.d.sitq; .b.tota pars.a.quota.d.c.dico ꝙ.b.⁊.d.pariter ac/
cepti sūt tota pars.a.⁊.c.pariter accepto⁊: quota.b.est.a.diuisis eni.a.⁊.c.scđm
quātitatē.b.⁊.d.argumētare sicut in prima quinti.erit eni ut totidē sunt ptes.a.
quot.c.per positionē: ⁊ ut aggregatū ex p̊ma pte.a.⁊ p̊ma.c.sit equale aggregato
ex.b.⁊.d.similiter quoq; ⁊ aggregatū ex scđa pᵗe.ᵃa.⁊ scđa.c. ⁊ q; hec aggregatio



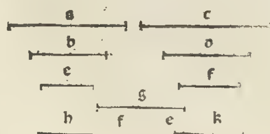
totiens potest fieri quotiens continetur.b.in.a.sequitur vt numerus equalis aggregato ex.b.z.d.totiens cōtineat̄ in aggregato ex.a.z.c.quotiens. b.continetur in.a.quare constat propositū.

Propositio 6

Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes scōi quote tertius quarti: erunt primus z tertius pariter accepti tote partes secundi z quarti pariter acceptorum. quote primus secundi.

¶ Qd ꝓposuit premissa de parte: ꝓponit ista de partib⁹. Sint itaqꝫ vt prius quatuor numeri.a.b.c.d.sitqꝫ ut.b.sit tot z tote ptes.a.quot z quote.d. ē.c.dico ꝙ.b.z.d.pariter accepti erunt tot z tote ptes.a.z.c.pariter acceptorum: quot z quote.b.est.a.dico aūt tot z totas:qꝛ ptiū pluralitas duobus numeris diffinitur:quoꝝ alter numerator dicit̄ alter denominator:ut cū dicim⁹ tres quinte:ternarius numerat:quinarius denominat.Quia igit̄.b.est ptes.a. sit vt sint ptes ei⁹ numerate ab.b.z denominate a.k.eritqꝫ similiter p positionē.d.partes.c.numerate ab.b.z denoīate a.k.Una itaqꝫ ptiū.b.sit.e.z vna ptium.d. sit.f. eritqꝫ per ypothe.e.pars.b .denominata ab.b.z pars.a.denominata a.k. Similiter quoqꝫ z.f.erit pars.d.scōm.b.z ps.c.scōm.k.Cōpositus igitur ex.e.z.f. sit.g. eritqꝫ per premissam.g.ps.b.z.d .pariter acceptoꝝ scōm.b. itēqꝫ per eandē erit pars. a.z.c pariter acceptoꝝ scōm.k.quare per.16.diffinitionē erunt.b.z.d.pariter accepti ptes.a.z.c pariter acceptorū numerate ab.b.z denoīate a. k.eo ꝙ eorum cōmunis pars est.g.minoris ꝭm.b.z maioris ꝭm.k.z quia sic erat.b.a.constat ꝓpositum.

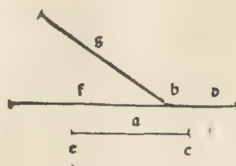
¶ Potes autē z per banc z premissā qd ꝓponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare:ꝙ si quotlibet numeri minores ad totidem maiores cōparent̄ fueritqꝫ singule singuloꝝ tota pars aut partes:quota vel quote primus scōi:erunt quoqꝫ omnes pariter accepti tota pars aut ptes omnium pariter acceptoꝝ quota vel quote primus scōi.qd facile probatur p banc z premissam: quotiens oportuerit repetitas.Et si crederemus esse intentionē euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationē eoꝝ:que bic proponit ex.13.quinti:facile demōstrassem⁹ banc sextam .Nunc autem qꝛ videt̄ oppositū: aliter enī superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere.Necesse babuimus proprijs vti demonstrationibus tanquā ex prioribus nibil sumentes:solis buius septimi contenti principijs:propter qd z petitiones z cōes animi cōceptiones ꝓpositi proprias nō incōuenienter buius septimi principio apposuimus.



Propositio .7.

Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detrabaturqꝫ ab ambob⁹ ipsa ps: erit reliquus tota ps reliqui quota totus totius.

¶ Qd proponit bic euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti.de quantitatibus in genere.Sit itaqꝫ ut quota pars est totus.a.totius.b.tot⁹ sit.c.detractus ab.a.d.detracti .a.b. dico ꝙ tota erit.e.residuus.a.f.residui.b.quota est totus.a.totius.b.z bec est quasi cōuersa quinte.Sit enim p petitionē .e.tota ps .g.quota.c.est.d.eritqꝫ p.5.tota ps.a.cōpositi ex .g. z.d.quota est.c.d.quare z quota ē.a.b.igit̄ per scōam cōceptionē cōpositus. ex.g z.d.est equalis.b.dempto itaqꝫ ab vtroqꝫ numero.d.erit.g. equalis.f. quare erit

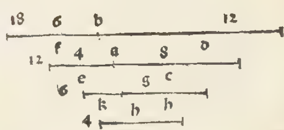


.tota pars.f.quota est.a.b.tota enim erat.e.g.quod est propositum.

Propositio 8

SI a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahãtur:erit reliquus reliqui eedẽ partes qui est totus totius.

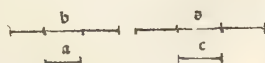
¶ Hec est quasi cõuersa sexte: vt si sit quot ⁊ quote ptes est totus.a. totius.b.tot ⁊ tote.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b.erit.c.residuꝰ.a tot ⁊ tote ptes.f.residui.b.quot ⁊ quote ē.a.b.Sit eni.g.vna ptiũ.a.⁊.b.vna partium.c.eritqȝ ꝓpter ypoth.g.tota ps.a.quota.b.c.⁊ tota.b.quota. b.d.detrahat igitur.b.de.g.⁊ remaneat.k.eritqȝ k.p pmissã tota pars.c.quota.g. a.⁊ tota.f.p eandẽ quota.g.b.quia igitur.e .⁊.f.habent partẽ cõmunẽ que ē.k.erit per.16.diffinitionẽ.e.ptes.f.tot quidẽ quota pars est.k.e.⁊ tote quota est.k.f. ⁊ quia tot et tote erat.a.b.patet propositum.



Propositio 9

SI fuerint quatuor numeri quoꝝ primꝰ scdi tota ps quota tertius quarti:erit pmutatim tota ps aut ptes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

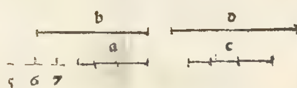
¶ Sit.a.primus tota pars.b.scdi quota.c.tertius.d.quarti.sintqȝ a ⁊.b.minores.c.⁊.d.aliter eni esset econuerso ei qd proponit.dico q quota pars vel ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidant eni.b. quidẽ ſm quãtitatẽ.a.d.vero ſm.c.eruntqȝ per presentem ypoth.tot partes.b.quot.d. ⁊ q vnaqueqȝ ptium.b.est equalis.a.⁊ vnaq̃qȝ.d.c.est autẽ.a.c.ps aut ptes per presentẽ ypoth.⁊ per quatuor erit vnaq̃qȝ partium.b.sue cõparis ex partibus.d.ut prima prime scda scde:sicqȝ de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est.a.c.per.5.igitur vel.6.sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes b.d.quota vel quote est.a.c.quod est propositum.



Propositio 10

SI fuerint quatuor numeri quoꝝ primus tote ptes secũde quote tertius quarti:erit pmutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

¶ Sint quatuor numeri ut prius quoꝝ similiter minores sint.a.et .b.sitqȝ.a.tote ptes .b. quote.c. est.d. dico q quota pars aut ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidantur enim minores in partes illas qui sunt.a. ⁊.c.eruntqȝ per presentẽ ypoth.tot partes.a.quot.c.⁊ quia vnaq̃qȝ ex partibus.a est tota pars.b.quota quelibet ex ptibus.c.est.d.hoc eni habemus ex nr̃a ypothe. erit permutatim per premissam:ut quota pars aut ptes ē.b.d.tota vel tote sit vnaq̃qȝ ex partibus.a.sue cõparis ex partibus.c.p quintã igitur vel.6. sub disiunctiõe quotiens oportuerit repetitas:erit tota pars aut ptes.b.d.quota vel quote ē.a.c. quod est propositum.

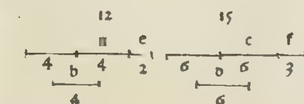


Propositio .11.

SI fuerint quatuor numeri ꝓportionales quoꝝ primꝰ secũdo ⁊ tertiꝰ q̃rto sit maior:erit scds tota pars aut partes primi quota vel quote quartꝰ tertij. Nõ si scds fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sintqȝ.a.⁊.c.maiores:dico q quota ps aut

partes est.b.a.tota vel tote est.d.c.ꝛ ecõuerso:erit enĩ p conuersionẽ diffinitiõis similiũ ꝓportionũ vt quotiens.b.in.a.totiens sit.d. in.c. ꝛ si qua ps aũt ptes.b. superfluunt in.a. tota pars aut ptes.d. supfluant in.c.si itaqꝫ contineaṫ. b.in.a. sine supfluitate ptis:qꝛ totiens sine supfluitate contineṫ.d.in.c.erit per diffinitionẽ siliũm ptium:quota ps.b.a.tota.d.c.ꝙ si quotienslibet contineṫ.b.in .a.cuꝫ superfluitate partis:qꝛ totiens contineṫ.d.in.c.cũ supfluitate silis ptis distincto .a. ẽm.b.ut superfluat.e.atqꝫ.c.ẽm.d.ut superfluat.f.erit tota ps.e.b.quota.f.d. At qꝛ totiens contineṫ.b.in dña.a.ad.e.quotiens.d.in dña.c.ad.f. erit p cõem sciam totiens.e.in.a.quotiens.f.in.c.cũ igiṫ.a.ꝛ.b.habeãt.e.ptem cõmunem:siliter.c.ꝛ d.f.sit itaqꝫ.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemqꝫ.e.in.a.quotiens.f.i.c.erit per.16.diffinitionẽ.b.tot ꝛ tote ptes.a.quot ꝛ quote.d.c.Si aũt.b.quotienslibet contineṫ in a.cũ supfluitate quotlibet ptium:qꝛ totiens contineṫ.d.in.c.cũ supfluitate totidem ꝛ similiũ ptium:distincto.a.ẽm.b.vt supfluat.e.siliter.c.ẽm.d.ut superfluat.f.erit e.tot ꝛ tote ptes.b.quot ꝛ quote.f.d.sumpta itaqꝫ vna ex ipsis argumentandum ut prius:sicqꝫ patꝫ primũ. ¶Scõm sic.sit.b.a.tota ps aut ptes quota vel quote.d c.dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.si enĩ est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis ẽm partes illas patebit totiens esse.b.in.a. quotiens.d.in.c.ꝛ totã partẽ aut ptes.b.superfluere in.a.quotã aut quote.d.supfluunt in.c.p diffinitionẽ itaqꝫ est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicqꝫ liquet totum.

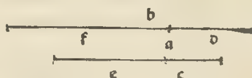


Propositio .12.



Si a duobus numeris ẽm suas proportiones duo numeri detrahantur:erit proportio reliqui ad reliquum tanq̃ꝫ proportio totius ad totum.

¶Qd̃ proposuit euclides in.19.quinti.de quãtitatibꝰin genere:proponit hic de numeris.vt si sit proportio totius.a .ad totum.b.sicut c.detracti.ab.a.ad.d.detractum.a.b.erit.e.residui.a.ad.f.residuũ.b. sicut.a. ad b.Si enim.a.sit minor.b.erit p presentẽ ypoth. ꝛ per cõuersionẽ diffinitiõis.c.tota pars aut ptes.d.quota vel quote est.a.b. per.7.igitur vel.8.erit. e. tota ps aut partes.f.quota vel quote ẽ.a.b.per diffinitionẽ igitur erit ꝓportio vna: qd̃ ẽ propositũ.Qd̃ si.a.sit maior.b.erit per primã ptem p̃misse quota pars aut ptes.b.a. tota vel tote.d.c.quare p.7.vel.8.tota vel tote erit.f.e.itaqꝫ per scd̃am partẽ premisse.e.ad.f.sicut.a.ad.b.quare constat propositum.Ledunt aũt huic.7.ꝛ.8. hec enim sola ꝙ ambe ille continet.Uolunt aũt quidã scd̃am partẽ huius probare per 19.quinti:sed si hoc intenderet euclides:cum ista ꝓponat particulariter qd̃ illa vniuersaliter vane illa demonstrata in quinto ꝓposuisset hanc hic in septimo : ꝛ quia iterum non demonstrãt eam simplr̃ p.19.quinti.At vero nec modũ demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationẽ huius cum illa demonstreṫ i quantitatibus in genere.p ꝓportionalitatẽ p̃mutatã que infra demonstratur in numeris.Existimo autem ꝛ rationabiliter conuinci videtur euclidem quẽ vultũ demonstratoris arismetici:gratia decimi in quo sine numerorũ aliqua precognitione trãsire non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstrãda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectui q̃ꝫ

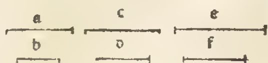


ea per que ꝓceſſit in quinto ipſa demonſtrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quãtitatum incõicantium difficilia ſunt: principia vero numerorũ magis vltro ſe intellectui applicãt: faciliuſq; q̃ illa. Egent eni illa intellectu magis diſpoſito.

Propoſitio .13.

Si fuerint quotlibet numeri ꝓportionales quantus erit vnus an̄s ad ſuũ ꝯſequẽtẽ: tanti erũt oẽs antecedẽtes pariter accepti ad oẽs cõſequẽtes pariter acceptos.

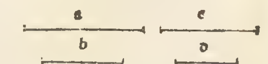
¶ Qđ ꝓponit euclides p.13. quinti de quantitatib⁹ ĩ genere ꝓponit ꝑ hanc de numeris: vt ſi ſint. a. b. ⁊. c. d. ⁊. e. f. ꝓportionales dico q̄ q̄ ẽ ꝓportio. a. ad. b. ea eſt q̃. a. c. e. pariter acceptoꝝ ad. b. d. f. pariter acceptos. Si enim. a. c. e. ſint minores. b. d. f. erit per cõuerſionẽ diffinitionis quota ps aut partes. a. b. tota vel tote. c. d. ⁊. e. f. per. 5. ergo vel per. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. a. b. tota vel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptoꝝ: quare per diffinitionẽ ꝓportio vna. Si autem. a. c. e. ſint maiores. b. d. f. erit per primam partem. 11. quota pars vel partes. b. a. tota vel tote. d. c. ⁊. f. e. per. 5. ergo vel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. b. a. tota vel tote. b. d. f. pariter accepti. a. c. e. pariter acceptorum. itaq; per ſcđam partem. 11. proportio. a. ad. b. ſicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod eſt propoſitum.



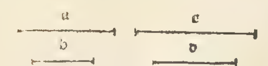
Propoſitio .14.

Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt.

¶ Modũ arguẽdi qui dicitur proportionalitas permutata quã demonſtrauit euclides per. 16. quinti in quãtitatibus in genere: ꝓponit hic demonſtrandũ ĩ numeris: vt Si ſit ꝓportio. a. ad. b. ſicut. c. ad. d erit permutatim. a. ad. c. ſicut. b. ad. d. erit eni. a. maior. b. aut minor: ſilr quoq; et maior. c. aut minor. Sit itaq; primo minor vtroq;: erit ergo ꝑ preſentem ypothe. et conuerſionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota vel quote. c. d. per. 9. itaq; vel. 10. erit ꝑmutatim. a. tota pars aut ꝑtes. c. quota vel quote. b. d. quare per diffinitionẽ proportio vna. Sit igitur. a. maior vtroq;: eritq; per primam partem 11. vt quota pars aut partes eſt. b. a. tota vel tote ſit. d. c. quare per. 9. vel. 10. tota pars aut ꝑtes erit. b. d. quota vel quote. c. a. igitur per ſcđam partẽ. 11. erit. a. ad. c. ſicut. b. ad. d. Sit tertio. a. maior. b. ⁊ minor. c. eritq; ꝑ primã ꝑtẽ. 11. tota pars aut ꝑtes. b. a. quota vel quote. d. c. quare per. 9. vel. 10. quota vel quote eſt. a. c. tota vel tote erit. b. d. per diffinitionẽ itaq; ꝓportio vna: Ultimo quoq; ſit. a. minor. b. maiorq;. c. eritq; vt tota pars aut partes ſit. c. d. quota vel quote eſt. a. b. per. 9. itaq; vel. 10. erit tota vel tote. d. b. quota vel quote. c. a. quare per ſecundã partem. 11. b ad. d. ſicut. a. ad. c. ſicq; conſtat propoſitum: huic autẽ cedũt. 9. vel. 10. q2 hec ſola qđ ambe ille proponit.





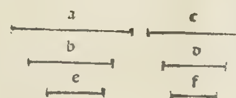


Propoſitio .15.

Si fuerint quotlibet numeri aliiq; ſcđm eorum numerum omneſq; duo ex prioribus ſcđm proportionem omnium duorũ ex poſterioribus] in proportione equalitatis proportionales erunt.

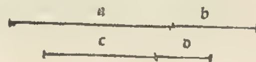
¶ Modũ arguendi qui dicit̃ equa ꝓportionalitas quã demonſtrauit euclides p.22. quinti de quãtitatib⁹ in genere ꝓponit hic demõſtrãdũ in numeris

directe ꝓportiõalitatis:equã aũt ꝓportiõalitatẽ quã demõſtrauit per.23.quinti:de quãtitatibus indirecte ꝓportionalitatis non ꝓponit demõſtrãdũ i numeris:ſed cã demõſtrabim⁹ infra ſup.19.huius. Nec eſt neceſſariũ ut ꝑdemõſtremus i numeris qd̓ demõſtratũ ẽ ꝑ.11. quinti de quãtitatib⁹ i genere videlʒ ſi quotlibʒ ꝓportiões i numerisfuerint vni eq̃les vel eedẽ ipſas eẽ ſibi eq̃les vel eaſdẽ .hoc eni manifeſtũ ẽ per diffinitionẽ ut ſi.a.ad.c.⁊.e.ad.f.ſit ſicut.b.ad.d.erit tam.a.c.q̃ʒ.e.f.tota ps aut partes.quota vel quote.b.d.aut totiens continebit.a.c.⁊.e.f.quotiens.b.d.⁊ tota pars aut partes ſuperfluent.c.in.a.⁊.f.in.e.quota vel quote. d.in.b. q̄ ergo quota pars aut ptes ẽ.a.c.tota vel tote eſt.e.f.aut quotiens.a.continet. c.totiens e.f. ⁊ quota pars aut partes.c.ſuperfluunt.in.a.tota vel tote.f.in.e.erit per diffinitionẽ.a.ad.c.ſicut.e.ad.f.Sint igitur ut ꝓponitur numeri.a.b.e. ⁊ alij totidem c.d.f.ſitqʒ.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.ſicut.d.ad.f.dico ꝙ erit in equa ꝓportionalitate.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.erit enĩ per premiſſam.a.ad.c.ſicut.b.ad.d. ſed ⁊ b.ad.d.ſicut.e.ad.f.quare.a.ad.c.ſicut.e.ad.f.igit̃ per eandẽ.a.ad.e.ſicut.c.ad.f idẽ erit ſumptis plurib⁹:ſicqʒ cõſtat ꝓpoſitũ. ¶ Qm̃ aũt euclides ceteras quatuor ſpecies ꝓportiõalitatis que ſunt conuerſa:coniũcta:diſiuncta:euerſa :non ꝓponit demonſtrandas in numeris:cõueniẽs arbitramur eas quas auctor tanq̃ʒ facile demonſtrabiles ꝑtermiſit demonſtrare: Primũ itaqʒ demonſtrabimus conuerſã:vt ſi ſit.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.dico ꝙ erit ecõuerſo.b.ad.a.ſicut.d.ad.c.ſi enĩ fuerit.a minor b.tunc quoqʒ erit.c.minor.d.⁊ tota pars aut partes. a.b .quota vel quote c.d.quare per ſcd̓am ptem.11.erit.b.ad.a.ſicut.d.ad.c.ſi autem fuerit.a.maior.b. erit quoqʒ ⁊.c.maior.d.⁊ per primam partem.11.b.tota pars aut partes.a.quota vel quote.d.c.per diffinitionem igitur.b.ad.a.ſicut.d.ad.c.



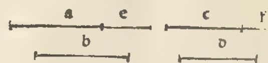


¶ Diſiunctam proportionalitatem oſtendere. ¶ Ut ſi ſit.a.b.ad. b.ſicut.c.d.ad.d.erit.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.erit enim permutatim.a.b.ad.c.d.ſicut.b. ad.d.⁊ ꝑ.12.ſicut.a.ad.c.q̄ ergo.a.ad.c.ſicut.b.ad.d.erit ꝑmutati.a. ad.b. ſicut c.ad.d. ¶ Coniuncte proportionalitati demonſtrationem afferre ¶ Ut ſi ſit.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.erit.a.b.ad.b.ſicut.c.d.ad.d. erit enĩ ꝑmutatim a.ad.c.ſicut.b.ad.d.quare ꝑ.13..a.b.ad.c.d.ſicut.b.ad.d.ꝑmutatim igitur erit.a b.ad.b.ſicut.c.d.ad.d. ¶ Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire. ¶ Ut ſi ſit.a.b.ad.b.ſicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.ſicut.c.d.ad c.erit enĩ ꝑmutatim.a.b.ad.c.d.ſicut.b.ad.d.q̃re ꝑ.12.ſicut.a.ad.c. permutatim igitur erit.a.b.ad.a.ſicut.c.d.ad.c.patet itaqʒ totum. Ex his quoqʒ leue ẽ demonſtrare i numeris ꝙ euclides ꝓponit ꝑ penul̃.quĩti de quãtitatib⁹ i genere videlʒ ꝙ



¶ Si proportio primi ad ſcd̓m fuerit ſicut tertij ad q̃rtũ quinti quoqʒ ad ſecundum ſicut ſexti ad quartum:erit proportio primi ⁊ quinti pariter acceptorum ad ſecundum ſicut tertij ⁊ ſexti ad quartum.

¶ Ut ſi ſit.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.itemqʒ.e. ad.b.ſicut.f.ad.d.erunt.a.⁊.e. pariter accepti ad.b.ſicut.c.ad.f.pariter accepti ad.d.erit enim per conuerſam proportionalitatem.b.ad.e.ſicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.ſicut c.ad.f.ergo coniunctim.a.⁊.e.ad.e.ſicut.c.⁊.f.ad.f itaqʒ per equã proportionalitatem.a.⁊.e.ad.b.ſicut.c.⁊.f.ad.d.quod eſt propoſitum. Eodemqʒ modo probabis ecõuerſo .ſi ſit.b.ad.a.ſicut.d.ad.c.itẽqʒ.b.ad.e.ſicut.d.ad.f.erit.b. ad.a. ⁊.e.ſicut.d.ad.c.⁊.f.erit enim per conuerſam proportionalitatẽ. a.ad.b. ſicut.c. ad.d.quare per equam.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.⁊ coniunctim.a.⁊.e ad.e.ſicut. c.⁊.f.



ad.f.igitur ecõuerſo.e.ad.a.⁊.e.ſicut.f.ad.c.⁊.f.per equã itaqꝫ proportionalita/tem erit. b.ad.a.⁊.e.ſicut.d.ad.c.⁊.f.qꝺ erat ꝓpoſitũ.Ex hoc quoqꝫ manifeſtũ ẽ ꝙ ſi fuerit ꝓportio quotlibet numeroꝝ ad primũ ſicut totidem alioꝝ ad ſcꝺm.erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad pᷓmũ: ad pᷓmũ ſicut aggregati ex oibus añtibꝰ ad ſcꝺm:ad ſcꝺm.itẽqꝫ ecõuerſo ſi fuerit ꝓportio pᷓmi ad quotlibet numeros ſicut ſcꝺi ad totidẽ alios:erit primi ad aggregatũ ex oibꝰ ꝯñtibꝰ ad ipſũ:ſicut ſcꝺi ad aggregatũ ex oibꝰ ꝯñtibꝰ ad ipſũ.

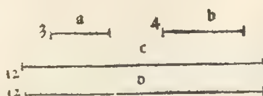
Propoſitio .16.



SI numeret vnitas aliquẽ numeꝝ quotiẽs quilibet tertius aliquẽ quartũ:erit quoqꝫ ꝑmutatiꝫ ut quotiẽs vnitas numerat tertium totiens ſecũdus numeret quartum.

¶ Ut ſi ſit vnitas ad.a.ſicut.b.ad.c.erit ꝑmutatim vnitas ad. b.ſi/cut.a.ad.c.Non ſuperfluit aũt hec demonſtrata ꝑmutata ꝓportione. non eni ex illa põt cõcludi qꝺ hic proponitur.Nã illa demonſtrata eſt de.4.numeris ꝓportionalibus:vnitas vero nõ eſt numerus ꝑ diffinitionẽ:hoc ergo mõ pateat propoſitum.diuidaᷓ.a.ꝑ vnitates ⁊.c.ſm quãtitatem.b.eruntqꝫ per preſentem ypothe.tot ptes.a.quot.c.⁊ quia vnaqꝗꝫ partiũ.a.eſt vnitas ⁊ vnaqꝗꝫ ptium.c. eſt equalis.b.erit ut quotiens vnitas in.b.totiens vnaqꝗꝫ ptiũ.a.in ſua cõpari ex ptibꝰ.c.ꝑ modũ itaqꝫ demõſtratiõis.5.ſequeᷓ totiens eſſe.a.in.c.quotiens vnitas in.b.qꝺ eſt propoſitum.

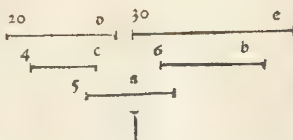
Propoſitio .17.



SI duorum numeroꝝ vterqꝫ ducatur in alterum:qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut ſi ex.a.in.b.ꝓueniat.c.⁊ ex.b.in.a.ꝓueniat.d.erunt.c.⁊.d equales:cũ eni.b.multiplicatus ꝑ.a.ꝓducat.c.erit ꝑ cõuerſionẽ diffinitionis.b.in.c.quotiens vnitas in.a.ergo ꝑ premiſſam erit.a.in.c. quotiens vnitas in.b.⁊ qꝛ totiens eſt.a.etiã in.d.qꝛ ex.b.in.a.fit.d.ſequitur ut totiẽs ſit.a.i.c.quotiẽs in.d.ꝑ concept.igitur.c.⁊.d.ſunt ſimiles. Poſſumus quoqꝫ hanc concluſionem alio modo ꝓponere:ſi duoꝝ numeroꝝ vterqꝫ ducaᷓ in alterũ idẽ numerus vtrobiqꝫ ꝓueniet:vt ſi ex.a.in.b.ꝓueniat.c.idẽ etiã ex.b.in.a. pro/ueniet:qꝛ eni ex.a.in.b.fit.c.erit ut prius ꝑ cõuerſionẽ diffinitionis.b.in.c.quoti/ens vnitas in.a.Et permutatim ꝑ premiſſam.a.in.c. quotiens vnitas in. b. quia igiᷓ.a.totiens ſibi coaceruaᷓ in.c.quotiens in.b.eſt vnitas:ſequiᷓ ꝑ diffinitionem ꝙ ex.b.in.a.fit.c.

Propoſitio .18.



SI vnus numerus in duos ducatur:tantus erit duoꝝ inde productorum alter ad alterum:quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

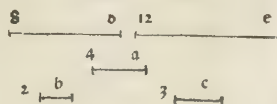
¶ Multiplicet.a.vtrũqꝫ duoꝝ nũeroꝝ.b.et.c.⁊ꝓueniãt.d.⁊.e.dico ꝙ erit ꝓportio.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.ſequiᷓ eni ꝑ cõuerſionẽ diffini/tionis eius qꝺ eſt multiplicari ut.b.in.d.⁊.c.in.e.ſit quotiens vnitas in.a. quare ꝑ diffinitionẽ ꝓportio.d.ad.b.ẽ ſicut.e.ad.c.equaliter eni eos continent. qꝛ quo/tiens.a.vnitatẽ:ergo permutatim.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .19.

SI duo numeri vnum multiplicent:erit proportio duorũ inde ꝓductoꝝ tanꝗꝫ duorum multiplicantium.

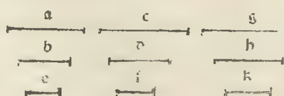
¶ Ex conuerſione antecedentis premiſſe concluditur hec eadẽ paſſio que in premiſſa:vt ſi vterqꝫ duoꝝ numeroꝝ.b. ⁊.c. multiplicet.a.et

ꝓueniant.d.⁊.e.erit.d.ad.c.ſicut.b.ad.c.erit eñi p ante p̃miſſã ut ex.a.in.b.⁊.c. fiãt.d.⁊.e:q̃re p premiſſã.d.ad.c.ſicut.b.ad.c.qđ ẽ ꝓpoſitũ: ¶ Potes aũt qđ pro ponit p hanc ⁊ p̃miſſã de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare: ꝙ ſi vnus multiplicet quotlibet erit ꝓductoꝝ ⁊ multiplicatoꝝ vna ꝓportio. Siľr quoq; ſi quotlibet multiplicẽt vnũ erit ꝓductoꝝ ⁊ multiplicantium vna ꝓportio qđ p hãc ⁊ premiſſã quotiens oportuerit repetitas facile ꝓbabis. Hic aũt ut ſupra polliciti ſumus demõſtrare volumus equã ꝓportionalitatẽ in quotlibet numeris duoꝝ or/ dinũ indirecte ꝓportionalitatis quã demõſtrat euclides p.23.quinti i quantitati/ bus in genere: dicimꝰ igitur quoniã.



¶ Si quotlibet numeri totidẽ alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoq; in eadem ꝓportione proportionales erunt.

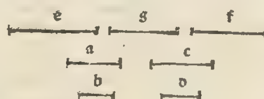
¶ Ut ſi ſit.a.ad.b.ſicut.d.ad.f.⁊.b.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit.a. ad.e. ſicut.c. ad.f. ducatur eñi.c.in.d.⁊.f.⁊ proueniant.g.⁊.h.eritq; per premiſſam.g.ad.h. ſicut.d ad.f.quare ⁊ ſicut.a.ad.b.ducat᷑.itẽ.f.in.d.⁊ ꝓueniat.k.eritq; per hanc. 19.g.ad k.ſicut.c.ad. f.⁊ q: ex.f.in.d.fit.k. fiet idem ecõuerſo p.10.ex.d. in.f. quia igit᷑ ex c.⁊.d.in.f.fiunt.h.⁊.k.erit p hanc.19.h.ad.k.ſicut.c.ad.d.quare ſicut. b.ad.c .et q: iam oſtenſum eſt ꝙ ẽ.g.ad.h.ſicut.a.ad.b.erit p.15.a.ad.e.ſicut.g.ad.k.ſed ſic erat etiam.c.ad.f.eſt igitur.a.ad.e.ſicut.c.ad.f.quod eſt propoſitum. Idem pro/ babis ſi fuerint in vtroq; ordine numeri plures tribus quẽadmodum probatur in 23.quinti de quantitatibꝰ pluribꝰ tribꝰ.



Propoſitio .20.



SI fuerint quatuor numeri proportiõales qđ ex ductu pri mi in vltimũ ꝓducetur equũ erit ei qđ ex ductu ſecundi in tertiũ. Si vero qđ ex primo i vltimũ ꝓducet᷑ equũ ẽ ei qđ ex ſecundo in tertiũ: illi quatuor numeri ſũt ꝓportiõales.



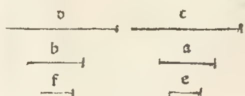
¶ Quod propoſuit euclides per.15.ſexti de quatuor lineis ꝓportio/ nalibus: ꝓponit hic de quatuor numeris ꝓportionalibus. verbi gratia. Sit ꝓpor tio.a.ad.b.ſicut.c.ad.d.fiatq; ex.a.in.d.e.⁊ ex.b.in.c.f.dico ꝙ.e.⁊.f.ſunt equa/ les ecõuerſo: ducatur enim.a.in.b.⁊ fiat.g.eritq; per.18.g.ad.c.ſicut.b.ad.d. et q: per.17.ex.b.in.a.fit.g.⁊ ex eodẽ.b.i.c.f.erit p.18.g.ad.f.ſicut.a.ad.c.ſed p.14. eſt.a.ad.c.ſicut.b.ad.d.ergo erit.g.ad.f.ſicut.g.ad.e.eq̃les igit᷑ ſũt.f. ⁊.e. qđ eſt p̃mũ. Nec oportet p̃demõſtrare ſi vnıꝰ numeri ad duos ſit vna ꝓportio ꝙ ipſi ſũt eq̃les: aut ſi ipſi ſũt eq̃les ꝙ vniꝰ ad ipſos ſit vna ꝓportio. Si enim eſt vna pro/ portio.g.ad.e.⁊ ad.f.aut ipſe erit tota pars vel partes.e. quota vel quote idem eſt.f.⁊ tunc per conceptionem patet.e.⁊.f.eſſe eq̃les: aut totiens.g. continebit.e. quotiens.f.⁊ ſuperfluent in eo tota pars vel partes.e. quota vel quote in eodem ſuperfluent .f.⁊ tũc etiam per conceptionẽ patet eos eſſe equales. Qđ ſi ipſi fue/ rint equales patet per conceptionẽ ꝙ aut.g.erit tota pars vel partes.e.quota vel quote.f.⁊ tunc per diffinitionem erit ipſius.g.ad vtrumq; eorum proportio vna: aut equaliter continebit vtrumq; cum ſuperfluitate ſimilium ⁊ tot numero par/ tium: ⁊ tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumq; proportio vna. ¶ Se/ cundũ ſic patet: ſit.e.productus ex.a.in.d.equalis.f. ꝓducto ex.b.in.c.dico ꝙ ꝓ/ portio.a.ad.b.eſt ſicut.c.ad.d.⁊ eſt hec conuerſa prime partis. Sit enim vt prius

g.qui fit ex.a.in.b.z quia.c.z.f.sunt eq̃les.erit.g.ad vtrũqȝ eorum proportio vna z quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.z ad.e.sicut.b.ad.e.erit.a.ad.c.sicut.b ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Non proponit autem eu clides de tribus numeris continue proportionalibus q̃ ille qui ex ductu primi in tertium p/ ducitur sit equalis quadrato medij.Et si ille qui ex primo in tertium producit fue/ rit equalis quadrato medij: q̃ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in.16.sexti de tribus lineis.hoc eni facile demonstratur per hanc.20.me dio illorum trium numerorum equali assumpto:quẽadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

Propositio 21.

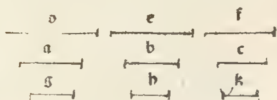
Numeri secundũ quãlibet proportionem minimi: nume/ rant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

¶Sint. a.z.b. minimi numeri in sua proportione.sitqȝ. c.ad.d. sicut.a.ad.b.dico q̃.a.numerat.c.z.b.d. equaliter.Cum sit enim a.ad.b.sicut.c.ad.d. erit permutatim. a.ad.c. sicut. b.ad.d. erit igitur.a.c.to/ ta pars vel partes quota vel quote.b.d. si itaqȝ fuerit pars constat propositum: At si partes sit.e.vna partium.a.z.f.vna partium.b.z quia tota pars est.c.e.per ypothe.quota.f.d.erit per diffinitionem proportio.e.ad.c.sicut. f.ad.d. quare p/ mutatim.e.ad.f.sicut.c.ad.d.quare etiam sicut.a.ad.b.non sunt itaqȝ.a.z.b.mi/ nimi sue proportionis:quod est contrarium positis. Similiter quoqȝ:



¶Quotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis mini mi numerant omnes in eadem proportione quisqȝ suum correlatiuũ equaliter.

¶Ut si sunt.a.b.c.minimi in eadem proportione vel in diuersis: sintqȝ in eadem vel eisdem.d.e.f.ita q̃ sit.d.ad.e.vt.a.ad.b.z.e.ad.f.vt.b.ad.c.dico q̃.a. nume rat.d.z.b.e.z.c.f.equaliter:quia enim est.a.ad.b.vt.d.ad.e.erit permutati.a.ad d.vt.b.ad.e. et quia.b.ad.c.ut.e.ad.f.erit etiam permutatim.b.ad. e.ut.c. ad.f. quare.b.ad.e.z.c.ad.f.sicut.a.ad.d.z quia.a.b.c.sunt minores.d.e. f.erit. b.e.z c.f.tota pars aut partes.quota est.a.d.Si itaqȝ pars constat propositũ .At si par tes sit.g.vna partium.a.z.b.vna partium.b.z.k.vna.c.eritqȝ per presenté ypo/ the.tota pars.h.e.z.k.f.quota.g.d.quare per diffinitionẽ.h.ad.e.z.k.ad. f.sicut g.ad.d.permutatim igitur erit.g.ad.h.vt.d.ad.e.z.h.ad.k.vt.e. ad. f.quare.g. ad.h.ut.a.ad.b.z.h.ad.k.vt.b.ad.c.quia ergo.g.h.k.sunt minores.a.b.c.z i ea dem proportione sequitur contrarium positi.



Propositio .22

Si fuerint duo numeri scdm suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

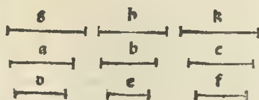
¶Sint duo numeri.a.z.b.scdm suaȝ proportionem minimi. dico q̃ ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ numeret eos.c.sm.d.z.e.erit qȝ per.18. d.ad.e.sicut.a.ad.b.z quia.d.z.c.sũt minores .a.z.b.se/ quitur.a.z.b.non esse sue proportionis minimos:qd ẽ p̃riũ positioni. Silr̃ quoqȝ

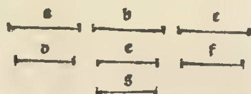


¶Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum pporcionum

sine eadē siue diuerse fuerint mīmi.nullus numerus numerabit oīs.
¶ Ut si sint.a.b.c.minimi in ꝯtinuatione suaꝝ proportionū:dico ꝙ nullus numerabit omnes.Sin autem numeret eos.d.a.quidē.ꝯm.e.b.vero ꝯm.f.⁊.c.ꝯm.g.eritqꝫ p.18..e.ad.f.sicut.a.ad.b.⁊.f.ad.g.sicut.b.ad.c.qꝛ ergo.e.f.g.sūt minores a.b.c.⁊ ꝯm ꝓportionē eorum nō erunt.a.b.c.quales positi sunt: quod ē inconueniens. ¶ Quāq̄ꝫ autē nullus numeret.a.b.c.si fuerint minimi:potest tamē esse ut quoslibet duos ex eis numeret vnus :ductoīetenim quolibet numero in aliquē ad se primū ac vtroqꝫ eoꝝ in aliquē tertiū ad vtrunqꝫ primū:prouenient tres numeri quoꝝ quiqꝫ duo erunt cōpositi. Null⁹ tamē numerabit oīs.Sint eni.a.b.c.tres numeri quoꝝ quisqꝫ sit primus ad alios;ducatqꝫ.a.in.b.⁊.c.⁊ proueniat.d.⁊.c.itemqꝫ.b.in.c.⁊ ꝓueniat.f.dico quosqꝫ duos ex.d.e.f.esse adinuicem compositos tamē nullus numerabit omnes duos quosqꝫ pꝫ esse cōpositos.a.enim numerat.d ⁊.c.b.vero.d.⁊.f.⁊.c.e.⁊.f.Qꝺ autē nullus numeret oēs:patebit prius demōstrato ꝙ.a.est maximus numerans.d.⁊.e.b.quoqꝫ maxim⁹ numerās.d.⁊.f.⁊.c.maximus numerās.e.⁊.f.hoc aūt sic cōstat:si eni.a.nō ē maxim⁹ numerās.d.⁊.e.sit itaqꝫ.g.numeretqꝫ.d.ꝯm.b.⁊.e.ꝯm.k.eritqꝫ p scꝺam ptē.20.a.ad.g.sicut.b.ad.b itemqꝫ p eādē.a.ad.g.sicut.k.ad.c.qꝛ ergo.a.est minor.g.erit.b.minor.b.⁊.k.minor.c.⁊ qꝛ b.ad.k.sicut.b.ad.c.vtraqꝫ eni ē sicut.d.ad.e.p.18.bis assumptā.sunt autē:b.⁊.k.minores.b.⁊.c.erit p imediate sequētē ⁊ per hāc ypoth. ꝙ.b.⁊.c.sint ꝯtra se primi reperire minimis minores:qꝺ qꝛ ē impossibile: erit.a.maxim⁹ numerās.d.⁊.c.Eodēqꝫ mō ꝓbabit̄ ꝙ.b.sit maximus numerās.d.⁊.f.⁊.c.maxim⁹ numerās.e.⁊.f.siquis ergo numerat.d.e.f.p corel̄.scꝺe ter assūptū ipse numerabit a.b.c.sed quisqꝫ eoꝝ primus erat ad reliquos.Accidit igit̄ ipossibile. Silr̄ quoqꝫ
¶ Quotlibet numeri quos vnus nō numerat scꝺm cōtinuationē suaꝝ ꝓportionū sunt minimi. ¶ Ut si sint.a.b.c.quilibet numeri quos oēs nullus numerat.dico ꝙ ipsi sunt in continuatione suaꝝ ꝓportionū minimi. Alioquin sint minimi.d.e.f.qui p.21.numerabunt.a.b.c.quisqꝫ suū relatiuum equaliter .sit ergo vt scꝺm.g.eritqꝫ per.17.vt viceuersa.g.numeret.a.b.c.scꝺm.d.e.f. quare accidit ꝯrium positioni.







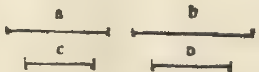
Propositio .23.

Quilibet numeri ꝯtra se primi sūt ꝯm suā ꝓportōem mīmi.
¶ hec ē cōuersa p̄misse vt si duo numeri sint.a.⁊.b.ꝯtra se p̄mi :ipsi erūt ꝯm suā ꝓportionē minimi:sin aūt sint minimi i eadē ꝓportiōe si possibile ē.c.⁊.d.cōstat itaqꝫ p.21.ꝙ.c.numerat.a.⁊.d.b.eq̄liter sit igitur vt scꝺm.e.erit per.17.vt viceuersa.e.numerat.a.⁊.b.a.quidem secūdū.c.⁊.b.scꝺm.d.non sunt igit̄.a.⁊.b.ꝯ se p̄mi qꝺ ē ꝯ ypoth.



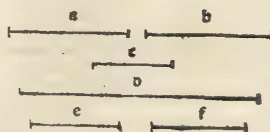
Propositio .24.

Si fuerint duo numeri cōtra se primi.si quis vnū eoꝝ numeret ad alterū eē primus necessario comprobatur.
¶ Sit.a.⁊.b.ꝯ se p̄mi.c.vero numeret.a.dico ꝙ.c.p̄m⁹ē ad.b.alioqui nūeret eos.d.q̄ p penul̄.ꝯcept.nūerabit etiā.a.nō sūt ḡ.a.⁊.b.ꝯ se p̄mi.d.eni numerat āmbos.



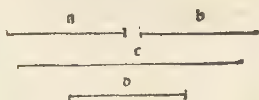
Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad aliū quēlibet primi qui ex ductu vnius in alterū ꝓducetur.ad eundem erit primus.
¶ Sit vterqꝫ duoꝝ numeroꝝ.a.⁊.b.primus ad.c.⁊ ex.a.in.b.sit.d dico ꝙ.d.est primus ad.c.aliter eni numeraret eos.e.d.q̄dā ꝯm.f.



eritqꝫ ꝑ ſcđam ꝑtē.20.a.ad.c.ſicut.f.ad.b.⁊ qꝛ.a.⁊.c.ſūt ꝑmi ⁊.e.numerat.c.ipſe erit ꝑ.24.primus ad.a.q̄re ꝑ.23.a.⁊.e.ſunt ſcđm ſuā ꝓportionē minimi:ſequit̄ ergo ꝑ.21.ut.c.numeret.b.⁊ qꝛ poſitū ē ꝙ ipſe numeret.c.nō erunt.b.⁊.c. ꝯ ſe ꝑmi: qđ eſt contra ypothe.

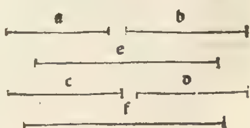
Propoſitio 26.



SI fuerint duo numeri contra ſe primi qui ex vno eorū in ſe ipſum producitur ad reliquum eſt primus.

¶ Sint cōtra ſe primi .a.⁊.b.⁊ ex.a.in ſe fiat.c.dico ꝙ.c.primus eſt ad.b.ſit enim.d.equalis.a.eritqꝫ.d.primus ad.b.⁊ ex.a.in.d:fiet.c per premiſſam igitur patet.c.primū eſſe ad.b.qđ propoſuimus.

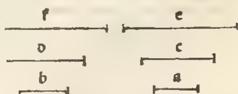
Propoſitio .27.



SI duobus numeris ad alios duos cōparatis vterqꝫ ad vtrūqꝫ fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus poſterioribus producetur erit primus.

¶ Sint.a.⁊.b.ꝑores.c.⁊.d.poſteriores:ſitqꝫ vterqꝫ duoꝝ.a.⁊.b.primus ad vtrūqꝫ duoꝝ.c.⁊.d.⁊ ex.a.in.b.ſit.e.⁊ ex.c.in.d.f.dico ꝙ.e primus eſt ad.f.hoc aūt.25.ter aſſumpta euidenter concludit:cū eni fiat.e.ex.a.i.b.quorum vterqꝫ primus eſt ad.c.⁊ ad.d.erit per ipſam.e.primus ad.c.⁊ item ꝑ ipſam primus ad.d.quia item.f.fit.ex.c.in.d.quoꝝ vterqꝫ prim⁹ eſt ad.d.erit rurſus per ipſam.f.primus ad.e.qđ ē ꝓpoſitū.

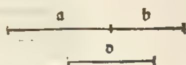
Propoſitio .28.



SI fuerint duo numeri contra ſe primi ducaturqꝫ eorum vterqꝫ ī ſeipſum: erunt inde producti cōtra ſe primi. Itēqꝫ ſi in vtrūqꝫ productoꝝ ſuum ducatur principiuꝫ: erūt quoqꝫ producti contra ſe primi.

¶ Sint.a.⁊.b.cōtra ſe primi:ducat̄qꝫ vterqꝫ in ſe:⁊ proueniant ex.a quidem.c.ex.b.vero.d.itēqꝫ ducat̄.a.in.c.⁊ proueniat.e.⁊.b.in.d.⁊ proueniat.f.dico.c.⁊.d.eſſe contra ſe primos:itemqꝫ.e.⁊.f.contra ſe primos:eſt enim per.26.c.primus ad.b.per eandē igitur erit.d.primus ad.a.⁊ ad.c.ſicqꝫ conſtat primum qđ ē.c.⁊.d.eſſe contra ſe primos. ¶ Reliquum ſic:eſt eni vterqꝫ duoꝝ numerorum a.⁊.c.primus ad vtrūqꝫ duoꝝ.b.⁊.d.itaqꝫ per.27.erit.e.primus ad.f.qđ eſt reliquum. Non ſolum autem erit.c.primus ad.f.ſed etiā per.25.ad.b. ⁊ ad.d. itemqꝫ per eandē.f.ad.a.⁊.c.ſicqꝫ ſi infinities ducerēt vtrūqꝫ productoꝝ in ſuum principium eſſent omnes producti contra ſe primi:⁊ non ſolum ſed quilibet eductus ab a.ad quemlibet eductum.a.b.

Propoſitio .29.

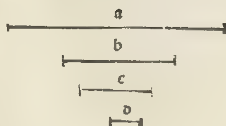


SI fuerint duo numeri contra ſe primi:qui ex ambobus coaceruatur ad vtrūqꝫ eoruꝫ erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrūqꝫ eorū fuerit prim⁹ duo quoqꝫ numeri adinuicem erunt primi.

¶ Sint .a.⁊.b.cōtra ſe primi:dico ꝙ ex eis cōpoſitus.a.b.ad vtrūqꝫ eorū erit prim⁹ ⁊ ecōuerſo.nā ſi.d.numerat totū.a.b.⁊ alteꝝ eoꝝ numerabit ꝑ cōeꝫ ſciaꝫ ⁊ reliquū.q̄re nō erūt ꝯ ſe ꝑmi:ſꝫ hoc poſitū fuerat:pꝫ ergo ꝑmū. Scđm ſic:ſit.a.b .prim⁹ ad vtrūqꝫ ſuoꝝ componentium qui ſunt. a. ⁊.b. dico ꝙ.a.⁊.b.

sunt ptra se primi: posito eni q d. numeret vtrūq3 duorum numerorum. a. z. b. sequitur per cōem sciam q etiā numeret. a. b. ex eis cōpositum: quare ad neutrum duorum numerorum. a. z. b. erit. a. b. primus: sed positum erat q esset ad vtrūq3. Accidit igitur impossibile. Eodē quoq3 mō si coacervatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq3 erit ad reliquū. ideoq3 z coacervati inter se: sit eni cōpositus ex. a. z. b. primus ad. a. dico q erit etiā primus ad. b. alioquin numeret eos. d qui per cōceptionē numerabit z. a. cum numeret totum z detractum: hoc autē inconveniens erat enim compositus ex. a. z. b. primus ad. a.

Propositio .30.



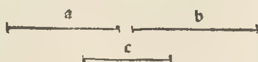
Omnis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur. ¶ Sit. a. quilibet numerus cōpositus: dico q aliquis prim⁹ numerat ipsū: qr eni est cōpositus numerabit ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verū erit qd dicit. si aūt cōpositus sit. c. qui numerat eum: qui etiā per cōem sciam numerabit. a. si ergo vel ipse fuerit primus constat qd dicit. At si cōpositus necessario numerabit eū. alius qui sit. d. qui etiā per cōem sciam numerabit. a. de quo rōcinare vt prius: qr ergo quotiens occurrit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret sequitur ut tandē deveniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile z contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.



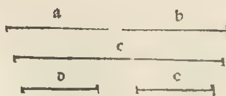
Omnis numerus aut ē primus aut a primo numeratur. ¶ Sit. a. quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a primo. quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numeratur per premissam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.

Propositio .32.

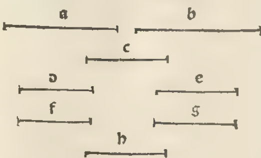


Omnis numer⁹ primus ad omnē quē nō numerat ē prim⁹. ¶ Sit. a. numerus primus non numerās. b. dico q. a. z. b. sūt cōtra se primi. si eni. c. numerat eos nō est verū q. a. sit primus.

Propositio .33.

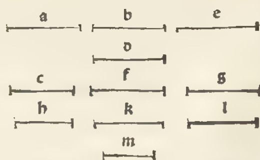


Si numer⁹ ex duob⁹ pduct⁹ ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primū alterum illorum duorum numerare. ¶ Sit. c. productus ex. a. in. b. z sit. d. numerus primus qui ponatur numerare. c. dico q. d. numerat. a. vel. b. numeret eni. c. fm. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipsū p premissam: z iō erūt fm suā pportionē mimi p. 23. z qr. a. ad. d. sicut. e. ad. b. p scdam ptē. 20. sequit ut. d. numeret. b. p. 21. qd est propositū. Unī manifestū ē q si aliquis numerus numerat pductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabilis quoq3 erit alteri eorum. Propositio .34.



Numerus fm pportionē nūerorum assignatorum minimos invenire. ¶ Unde manifestū ē maximū numerum duos cōiter numerantē fm minimos illius pportionis eos numerare ¶ Sint. a. z. b. numeri propositi fm quorum proportionē volumus invenire mimos. si g fuerit ꝯ se pmi sūt q̄les inqrim⁹ p. 23. si aūt cōpositi sumat: vt docet scda maxim⁹ eos cōiter numerās q̄ sit. c. numeretq3 eos fm

d.⁊.e.erūtq; in eadē ꝓportione ꝑ.18.quos dico ēē q̄les q̄rim⁹.Sint autē sint.f.⁊ g.q̄ ꝑ.21.numerabūt. a.⁊.b.eq̄liter:sit igit̄ ut s̄m.b.eritq; ꝑ scđam ꝑtē.20.c.ad.b sicut.f.ad.d.vel sicut.g.ad.e.quare.c.ē minor.b.itaq; cū.b.numeret.a.⁊.b. non fuit.c.maxim⁹ eos numerās sed erat positū ꝙ sic.ergo ⁊c.Sil'iter quoq; possum⁹.



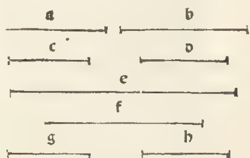
¶ Numeros s̄m continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos reꝑire. Unde etiā manifestū ē maximū numeꝝ quotlibet cō muniter numerātē s̄m minimos proportionū eorum eos numerare.

¶ Ut si sint.a.b.c.s̄m quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem ꝓportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos oīs: ipsi sunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonstratū est. Si autem vnus nume rat oīs:sumat̄ ut docet tertia:maximus eos cōiter numerans qui sit.d.numeret q; eos s̄m.e.f.g.qui erunt in eadē ꝓportione per.18.dico eos esse quos querimus alioquin sint.h.k.l.qui per.21.numerabunt.a.b.c.equaliter:sit ut s̄m.m.eritq; ꝑ scđam ꝑtem.20.d.ad.m.ut.h.ad.e.vel.k.ad.f.vel.l.ad.g.Minor est igitur.d.q̄ʒ m.quare cū.m.numeret.a.b.c.nō fuit.d.maximus eos numerans:quare sequitur impossibile:fuit eni.d.maximus numerans.a.b.c.

Propositio .35.



Quilibet duo numeri minimos numeros sue ꝓportionis maior minorē ⁊ minor maiorē multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producūt. Unde manifestum ē mini mū quē duo numerāt quēlib; ab eis numeratū numerare

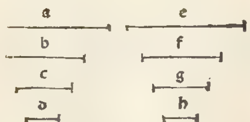


¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.minimiq; in eoꝝ ꝓportiōe. c.⁊.d. eritq; per primā ꝑtē.20.vt ex.a.in.d.⁊.b.in.c.fiat idem numerus.qui sit.e.quē dico esse minimū numeratū ab.a.⁊.b.aliter eni sit.f.quē numeret.a.⁊.b.s̄m.g.⁊.h.eritq; ꝑ scđam partē.20.b.ad.g.sicut.a.ad.b.⁊ sicut.c.ad.d.⁊ per.18.erit.c.ad.h.sicut. e. ad.f.cū itaq; ꝑ.21.c.nūeret.h.e. nūerabit.f.maior minorē:q2 ergo hoc ē ipossibile cōstat veꝝ eē qđ dicit̄.

Propositio .36.



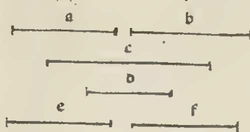
Propositis quotlibet numeris minimū ab eis numeratū reꝑire. Manifestū etiā ex hoc ē minimum numeꝝ quem quotlibet numerāt quēlibet ab eis numeratū numerare.



¶ Sint ꝓpositi numeri.a.b.c.d.volo iuenire mimū numeꝝ numera tū ab eis. Inuenio itaq; primo minimū numeratū ab.a.⁊.b.ꝙ si.a numerat.b.nō erit ali⁹ q̄ʒ.b.si autē nō numerat eū nec ecōuerso:si ipsi sunt ꝯtra se ꝑ̄mi qui ex vno in alterū ꝓuenit erit minimus per.23.⁊ p̄missam.Qđ si sunt cōi/ cantes:sumant̄ minimi in eoꝝ ꝓportione:vt docet.34.⁊ maior in minorē eorum multiplicato ꝓueniat.e.qui erit minimus numeratus ab eis per p̄missam.Simili quoq; modo inueniat̄ minimus numerat⁹ ab.e.⁊.c.qui sit.f.eritq;.f.minimus nu meratus ab.a.b.c.sed ⁊ minimus quē numerant.f.⁊.d. sit.g. eritq;.g. minimus quē numerant numeri ꝓpositi:qđ eni omnes ipsū numerent:patet per cōceptionē sed si nō ē minimus ponat̄ ergo.h. quē q2 numerat.a.⁊.b.numerabit etiā ipsū ꝑ correl'.p̄misse.e.ꝑ idē quoq; correl'.numerabit ipsū.f. sed ⁊.g.maior itaq; nūerat minorē qđ est impossibile.hec ⁊ p̄missa ꝓponunt̄ i alio loco sub trib⁹ conclusiōib⁹ quaꝝ prima equiualet p̄misse:secūda componit̄ ex correlarijs ambobus :tertia ꝓ/ ponit de tribus qđ hec de quotlibet numeris.Est itaq; prima.

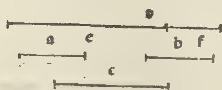
¶ Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.

¶Dati numeri sint.a.ꝛ.b.quoꝝ minoꝛ si numerat maioꝛem est maioꝛ qué queri/mus. alioquin maioꝛ eoꝝ numeraret minoꝛem se. Si auté neuter neutrũ numeret si ipsi sunt contra se pꝛimi.erit qui ex.a.in.b.ꝓuenit qui sit.c. minimus omnium qué numerat.a.ꝛ.b. Nam si minoꝛem eo numerauerint esto.d. qué numerent ẜm e.ꝛ.f.eritqꝫ per scđam partem.20.a.ad.b.sicut.f.ad.e.ꝛ quia.a.ꝛ.b. sunt sue pꝛo/poꝛtionis minimi per.23.numerabit.a.f.per.21.ꝛ quia per.18.est.c.ad.d. sicut.a. ad.f. Nam ex.b.in.a.ꝛ.f.fiunt.c.ꝛ.d.sequitur.c.numerare.d.sed erat.d. minoꝛ.c quare impossibile. Si autem.a.ꝛ.b.sint cõicantes: negociare poꝛpositũ ut in.35. secunda trium conclusionum ex ambobus cõcl.est confecta.



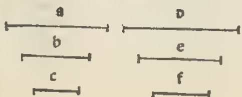
¶Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt minimus qué numerant eundé numerum numeret.

¶Ut si sit quilibet numerus qué numerat.a.ꝛ.b.d.minimusqꝫ ab eisdem numeratus.c.erit ut.c.numeret.d.cũ eni sit .d. maioꝛ.c. si.c.nõ numerat ipsũ. numerabit tamé aliquid eius: sitqꝫ plurimũ qđ numerat.e.ꝛ residuũ sit.f. eritqꝫ.f.minus c.quia igitur.a.ꝛ.b.numerant.c.numerabunt per cõem scientiaꝫ ꝛ.e. sed numerabunt.d.itaqꝫ per aliã cõmunem sciam numerabunt.f. incõueniens ergo sequit ꝙ c.nõ fuit minimus qué numerant.a.ꝛ.b. ¶Idem cõuinces ꝛ eodé mõ de quolibet numerato a quotlibet pluribus.s. ꝙ minimꝰ ab illis quotlibet pluribus numeratus eundem numeret: vltima triũ cõclusionũ é.



¶Pꝛopositis tribus numeris: minimũ numeroꝝ ab eis numeratorum inuenire:

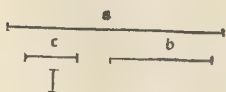
¶Tres numeri ꝓpositi sint.a.b.c.minimusqꝫ qué numerant.a.ꝛ.b.sit. d. qui sumetur ut pꝛima trium conclusionũ docet. Si igitur.c.numerat.d.scito .d. esse qué querimꝰ. Si eni.a.b.c.minoꝛem eo numerant: sit eni.e.qué per pmissam conclusioné numerabit.d.qđ est impossibile. Si autem.d.non numerat.c.sumatur.e.minimus numeratus ab eis.ꝙ autem.e.numeret ab.a.b.c.patet qꝛ.c. numerat ipsum ꝛ.d.similiter: ergo ꝛ.a.b.qui numerant.d.quare.e.numerabitur ab.a.b.c.eritqꝫ.e minimus qué numerãt.a.b.c. Sin autem sit.f.qué per pꝛemissam conclusioné numerabit.d.sed.c.numerat. f. quia. a.b.c. numerant eum: quare. c.d. numerabut eum: quare per pꝛemissam.e.numerabit eum ꝛ est maioꝛ eo sed ꝛ.e.maioꝛ minoꝛé qđ nõ esse potest. Idem inuenies ꝛ eodé modo quotlibet pꝛopositis.



Pꝛopositio .37.

Si numerus aliquis aliũ numerum numeret: erit in numerato pars a numerante denominata.

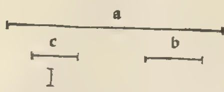
¶Huius sensus est ꝙ oĩs numerꝰ numeratꝰ a ternario habet tertiaꝫ ꝛ numeratꝰ a quinario hꝫ quintã.sicqꝫ de ceteris: vt si.b.numeret.a. erit in.a.ps denominata a.b.numeret eniꝫ ipsũ quotiens vnitas in c.eritqꝫ per.16.vt.c.quoqꝫ totiens numeret.a.quotiens vnitas ĩ.b.quare tota ps est.c.a.quota vnitas.b.ꝛ qꝛ vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per cõmunem sciam: erit.c.pars.a.denominata a.b.quod est pꝛopositum.



Pꝛopositio .38.

Si numerus aliquis parté quotãcunqꝫ habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

¶Hec est cõuersa pꝛemisse cuius est intentio: ꝙ oĩs nũerus hñs tertiã numerat a ternario: ꝛ hñs quitã a quario: sicqꝫ de ceteris vt si.b sit ps.a.denoĩata a.c.seqͭ ut.c.nũerꝫ.a.qꝛ ei.b.é ps.a.denoĩata a.c



sed ꝛ vnitas est pars.c.denominata ab ipso p cōcep.sequitur ut quotiens vnitas numerat.c.totiens.b.numerat.a.itaqꝫ per.16.quotiens vnitas.b .totiens.c. nu/merat.a.q̄re cōstat ꝓpositū.¶ Aliter idē: cū sit.b.pars.a.si tota vnitas.c.eritqꝫ per hanc cōmunem sciam vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denomi/natam.c.denoīans.b.in.a.ꝛ quia est.b.in.a.quotiens vnitas in.c .euidēter sequi tur propositum p.16.

Propositio 39.



Numerum minimum propositarum denominationum ha/bentem partes inuenire Ex quo manifestum ē ꝙ minim⁹ numerus numeratus a quotlibet ē minimus habens par/tes denominatas ab ipsis.

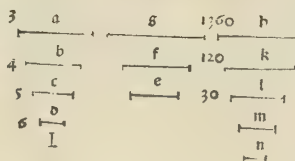
¶ Sint.a.b.c.d.denominantes partes ꝓpositas.ꝛ.e.minimus nu/meratus ab eis sūptū fm.36.:ipsū.e.dico esse quē querimus.Sint eni fmquos nu/merant ipsum.f.g.h.k.eritqꝫ per.16.ꝛ hanc comunem scientiam:vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: vt viceuersa.f.g.h.k.numerent.e.fm.a.b.c.d.quare sunt partes eius ab illis dicte.est igitur.e.habens partes propositarum denomi/nationū. Minimus etiā qm̄ si alter fuerit vt.l.sint ptes.l.dicte ab eis.m.n.p.q. eruntqꝫ per.16.ꝛ predictam cōem scientiam.a b.c.d.viceuersa ptes.l.dicte ab.m. n.p.q.quare nō erat.e.minim⁹ quē numerāt.a.b.c.d.qd est incōueniēs.¶ habito minimo:si cura est habere scdm .aut quotūcūqꝫ liber:si scdm qd sume duplū mini/mi:si tertium triplum:ꝛ ad hunc modū in alijs.Cum enim omnis multiplex e.nu/meretur ab.a.b.c.d.per hanc cōem scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo necesse est per.37.vt omnis multiplex.e.habe/at partes denominatas ab.a.b.c.d.si itaqꝫ duplus.e .nō fuerit scds habens ptes ꝓpositarū denoiationū: erit ali⁹ quē sicut sequit ēē maiorē.e.sic sequit ēē minorē duplo:ꝛ qꝛ illum numerant.a.b.c.d.per.38.sequitur per corrl.36.ꝙ.e. numeret eundē qd est impossibile.cum enim numeret se.numeraret p hanc cōmunem sciaꝫ omnis numerus numerās totū ꝛ detractum:numerat residuū:differentiam illius ad se.que cum sit minor se:maior numerus numeraret minorem qd esse non potest sequitur itaqꝫ duplum.e.esse fm numerū habentē propositarum denominationū partes.¶ Similit quoqꝫ argues triplū.e.esse tertiū probato duplo esse scdm.alio/quin quia esset triplo minor.ꝛ duplo maior sequeretur.e.numerare aliq̄ꝫ iter ipsi us duplum ꝛ triplum.qd ut prius patꝫ esse impossibile:probato aūt triplo esse ter/tium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum:ꝛ sic in ceteris.



¶ Minimū numerum habentem partes propositarum denominatio num sumptarum continue reperire.

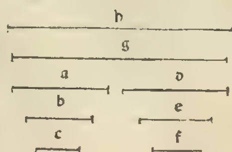
¶ Vt minimum numeꝝ habentē tertiā que tertia habeat quartam:que etiā quar/ta habeat quintā:aut septimā:aut qualitercūqꝫ contingat eas ab eisdem vel diuer sis denominari. Multiplicari oportet denominatorē prime partis in denomina/torē scdē:ꝛ ex eis ꝓductum in denominatorē tertie:ꝓductum quoqꝫ i denomina/torē quarte.sicqꝫ de ceteris vsqꝫ ad vltimam. a prima vel vsqꝫ ad primā ab vltima ꝛ qui puenerit erit qui inquirit vt in ꝓposito.60.vel.84. ¶ hoc autē ita esse de/monstratiue sic habeto. Sint numeri ptes ꝓpositas denoiantes.a.b.c.d.volum⁹ inuenire minimū numerum qui habeat partem denominatam ab.a. ita ꝙ illa ps habeat partē denominatā a.b.ꝛ illa aliā denominatā a.c. sed ꝛ hec aliā dictā a.d

ducatur itaq;.d.in.c.⁊ proueniat.e.⁊.e.in.b.⁊ proueniat.f.f.quoq; ducatur in.a ⁊ proueniat.g.quē dico esse quē inquirimus.cum eni ipse.g.ꝓueniat etiam ex.a.i f.p.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a.At q2.f.ꝓuenit p eādē ex.b.i.e.erit.e.pars.f.dcā a.b.sed ⁊ propter hoc erit.d.pars e.dicta a.c.⁊ quia vnitas est ps.d.dicta ab ipo d.p;.g.habere ptes ut ꝓponit̃.Si ergo nō fuerit minimus sit.h.sitq;.k.ps ei⁹ dicta ab.a.⁊.l.ps.k. dicta a.b.⁊.m ps.l.dicta a.c.n.quoq; pars.m.dicta a.d.erit q; per.18.g.ad.f.vt.h.ad.k.⁊.f.ad.e.vt.k.ad.l.⁊.e ad.d.ut.l.ad.m. sed ⁊.d. ad vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportione equalitatis.g.ad vnitatē vt h.ad.n.ergo ꝑmutatim erit.g.ad.h.vt vnitas ad.n.quare cum.h.sit minor.g.erit n.minor vnitate.sequitur igitur impossibile partē numeri minorē esse vnitate.erit itaq;.g.minimus habens ptes vt ꝓponit̃ Quo inuēto si cura fuerit habere scōm aut quotūquelibet p minimi multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem.39.proponitur in alio fm hunc modum.



¶ Propositis partibus quotiscū q̃libet:minimū numerum eas continentium inuenire.

¶ Ut si ptes proposite sint.a.b.c.sintq; eas denominātes.d.e.f. ⁊ sumat̃ minim⁹ quē numerant.d.e.f.qui sit.g.hunc dico esse quē querimus:erunt eni in eo proposite partes per.37.qui si nō fuerit minimus eas continens:sit ergo.h.quē numerabunt.d.e.f.per.38.igitur nō erit.g.minimus numeratus ab eis qđ est incōueniēs q2 erat. Intelligo vero ptes.a.b.c.indeterminate poni ⁊ nō sub quātitate certa:aliter eni nō esset necessarium vt minimus numerus quē numerant.d.e.f. esset minimus continens partes ꝓpositas:plurimas eni contingit partes reperire q̃s numerus numeratus ab eoꝝ denoiatoribus non continet:verbi gr̃a. Tres numeri q̃ sūt 120.90.⁊.72.sunt eiusdem numeri ptes.primus quidē tertia.secūd⁹ vero quarta.⁊ tertius quinta.nec tamē minimus quē numerāt denoiatores eoꝝ qui est.60. ptes istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponant̃ prime consequentie huius demōstratiōis:nō enim sequit̃ ut arguit p.37.si ternari⁹ hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia:s; ergo habet tertiā: qua ꝓpter idē est quod ꝓponit̃ fm vtrūq; modū: sed scōm primu; conuenientius videt̃ qđ intēdit̃ proponi. Attēdere aūt oportet q cū oīs ps habeat quātitatē i eo ꝯtingit ponere quotlibet ⁊ quaslibet ptes scōm quātitatē:⁊ inquirere quis minimus eas cōtinet ⁊ sub quibus denominationibus. Minimū aūt eas cōtinentē cōstat esse minimū numeratū ab eis.fm quos vero numerāt sunt qui illas in illo denoiant. Contingit iterū ponere quotlibet ⁊ quaslibet denominatiōes: ⁊ inquirere in quo minimo hee denominationes reperiunt̃ ⁊ fm quas quātitates. Minimū quoq; cōstat esse minimū numeratū ab illis:fm quos vero numerant sunt qui quātitates determināt: vtrobiq; autē idcirco inquirit̃ minim⁹:q2 infiniti sunt hinc quidē qui has ptes continent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunt̃. Contingit rursus ponere quotlibet partes ⁊ totidē denoiationes vel quotlibet denoiatiōes ⁊ totidē partes. nō aūt quaslibet cū quibuslib;:sed certas cū certis. Si eni ponā ptes tres quatuor quinq; ⁊ denoiationes earū.6.7.8.⁊ inquirā quis numerus continet has ptes sub istis denoiationibus.filis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis ⁊ nō ut contingit ⁊ inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiationib⁹ cōtinet:nō aūt quos minimus vnicus eni est:nā siue ꝓposita fuerit vna ps ⁊ vna denoiatio siue plures ⁊ plures:



non erit sumere plures numeros qꝺ ꝓpositū erit cōtinentes. Solus eni ē cui⁹ ternarius ē quinta: nō plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua: ⁊ senarius quarta: nō plures. ideoq; ꝓponentem ptes ⁊ ꝺenoīationes ipsaꝝ in toto nō est querere quis minimus cōtinet has ptes sub istis ꝺenoīationibus: sed quis vnus continet: proponentē aūt partes tantū. Contingit querere quis minimeas continet ⁊ a quibus in eo ꝺenominanť: solas quoq; ꝓponentē ꝺenoīationes conuenit querere que partes ab illis ꝺicte ⁊ in quo minimo reperiunť. Cōuenientius autē videť partes ꝑ ꝺenominationes inquirere: q̈; ꝺenominationes ꝑ ptes: ꝺiuersitatē quidem ꝺenominationū non partiū comitať ꝓportionū ꝺiuersitas. Explicit liber septimus incipit liber Octauus.


Latera numeroꝝ ꝺicunť quoꝝ multiplicatōe numeri ꝓducunť. ¶ Supficies appellať numer⁹ qui ex ꝺuob⁹ laterib⁹ cōtineť. ¶ Solidus vero qui sub tribus ex quoꝝ cōtinua multiplicatione h; procreari. ¶ Quadratus ē numerus supficialis equalib⁹ lateribus cōsistēs. ¶ Cubus est solidus equalib⁹ cōsistēs lateribus. ¶ Similes ꝺicuntur numeri supficiales siue solidi quoꝝ latera sūt proportionalia.

Propositio .1.

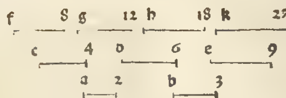
Si numeroꝝ quotlibet cōtinue ꝓportionalitatis ꝺuo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.



¶ Sint cōtinue ꝓportionales. a. b. c. ꝺuoq; extremi qui sunt. a. c. sint ꝯ se primi. ꝺico ꝙ in eaꝺē ꝓportione nō repienť totiꝺē minores. Si aūt contingit sint. d. e. f. eritq; p. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ⁊ qꝛ. a. ⁊. c. sunt mini i sua ꝓportione p. 23. eiusꝺē sequiť p. 21. ut. a. numeret. d. ⁊. c. f. miores scilicet maiores qꝺ esse non potes.

Propositio .2.

Numeros quotlibet cōtinue ꝓportiōalitatis ƀm ꝓportionē ꝺatā minos inuenire. vn̄ manifestum erit: ꝙ si fuerint tres numeri cōtinue ꝓportionalitatis ƀm eā mīmi ꝺuo extremi erūt quadrati. ꝙ si fuerint q̈tuor erūt extremi cubi: ¶ Sint ꝺate ꝓportionis minimi. a. ⁊. b. ꝺucaťq; a. in se ⁊ fiat. c. ⁊ in b. ⁊ fiat. d. b. quoq; in se. ⁊ ꝓueniat. e. eruntq;. c. d. e. cōtinue ꝓportionales i proportione. a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. septimi: ⁊ qꝛ. c. ⁊. e. sūt ꝯtra se primi p. 28. eiusꝺē erunt c. d. e. ƀm ꝺatā ꝓportionē minimi ꝑ ꝑmissam: ꝺucať iterū. a. i oēs illos. ⁊ ꝓueniāt f. g. h. ⁊. h. i. c. ⁊ ꝓueniat. k. ⁊ erūt etiā. f. g. h. k. cōtinue ꝓportionales i ꝓportione a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. septimi: mīmi quoq; p. 28. eiusꝺē ⁊ ꝑmissa͞ hac via ⁊ rōne iueniť. 5. vel. 6. vel quotlibet.

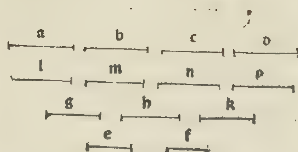


Propositio .3.

Si numeri quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint mīni: ꝺuos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

¶ hec tertia ē cōuersa prime. Sint eni. a. b. c. d. cōtinue ꝓportiōales

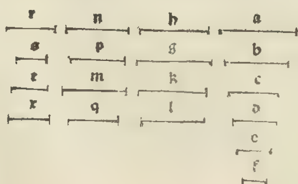
⁊ ſm ſuā ꝓportionē minimi. dico ꝙ. a. ⁊. d. extremi erūt adinuicē primi: mini eni in ꝓportione. a. ad. b. ſint. e. ⁊. f. eruntq; p. 22. ſeptimi contra ſe primi. p hos ergo duos ſm doctrinā ꝑmiſſe inueniant̄ totidē cōtinue ꝓportionales ⁊ miimi quot ſūt numeri ꝓpoſiti: primo quidē tres qui ſunt. g. h. k. deinde q̄tuor qui ſunt. l. m. n. p. ⁊ ad hunc modū cōtinue p additionē vnius quouſq; fiāt tot quot ſunt numeri ꝓpoſiti vt ſunt hic. l. m. n. p. ſequit̄ ergo. l. m. n. p. equales eſſe. a. b. c. d. eo ꝙ in eadem proportione ſunt vtriq; minimi ⁊ q̄ . l. ⁊. p. ſunt cōtra ſe primi p. 28. ſeptimi: erunt quoq;. a. ⁊. d. illis equales contra ſe primi: quod eſt propoſitum.



Propoſitio .4.

Similitudinē aſſignataꝝ ꝓportionū i mīmis numeris ſm ipſas ꝓportiōes cōtinuatim proportionalibus inuenire.

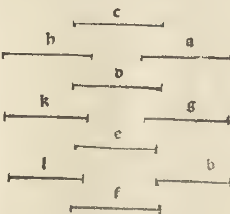
¶ Aſſignate ꝓportiones i mimis terminis inueniant̄ ut docet. 34. ſeptimi Sintq; prima inter. a. ⁊. b. ſcd̄a inter. c. ⁊. d. tertia inter. e. ⁊. f. ſit quoq; de pluribus ſi fuerint plures. volo has ꝓportiōes in quatuor minimis numeris cōtinuare. Sumo ergo. g. minimū quē numerāt. b. ⁊. c. ⁊ quotiens. b. numerat ipſū. g. totiēs. a. numerat. h. d. quoq; totiēs numeret. k. quotiēs. c. g. itaq; ſi. e. numerat. k. ſit vt. f. totiēs numeret. l. erūtq;. h. g. k. l. quos querim⁹: cōſtat eni p. 18. ſeptimi ꝙ ſit. h. ad. g. ſicut. a. ad. b. ⁊. g. ad. k. ſicut. c. ad. d. at. k. ad. l. ſicut. e. ad. f. Minimi quoq;: nā ſi alij ſint minimi vt. m. n. p. q. oportebit p. 21. ſeptimi bis aſſumptā ut vterq; duoꝝ. b. ⁊. c. numeret. p. q̄re ⁊. g. nūerabit eūdē. ⁊ p correl. 35. ſep. qd̄ ē incōueniēs. Sunt igit̄. h. g. k. l. minimi. at vero ſi. e. non numerat. k. ſit. m. minimus numerat⁹ ab eis ſc;. e. ⁊. k. quē. m. quotiēs nūat. k. totiēs. h numeret. n. ⁊. g. totiēs. p. erūtq; p. 18. ſeptimi. n. p. m. in ꝓportione. h. g. k. q̄re. n. ad. p. vt. a. ad. b. ⁊. p. ad. m. vt. c. ad. d. ſed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. ⁊ erit p eandē. m. ad. q. ſicut. e. ad. f. Manifeſtū ē igit̄ ꝙ aſſignate ꝓportiones cōtinuate ſūt in quatuor numeris qui ſunt. n. p. m. q. Qui ſi nō fuerint minimi. ſint ſi poſſibile eſt alij qui ſint. r. ſ. t. x. q̄ itaq; p. 21. ſeptimi bis aſſumptā vterq; duoꝝ numeroꝝ. b. ⁊. c. numerat. ſ. ſequit̄ per correl. 35. ſep. vt. g. numeret eundē quare etiā. k. numerabit. t. at q̄ p. 21. ſeptimi. e. numerat eundē. t. nō erit. m. minimus quē numerāt. k. ⁊. e. hac rōne quartā illis ⁊ quotlibet alias ſine omni offendiculo cōtinuare poteris.



Propoſitio .5.

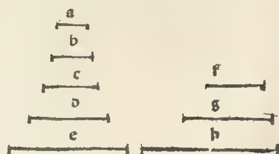
Omnium duorū numeroꝝ cōpoſitoꝝ ꝓportio vnius ad alterum eſt ex laterū ſuoꝝ producta proportionibus.

¶ Qd̄ proponit. 24. ſexti de ſuperficiebus equidiſtantiū laterū: ꝓponit hic de numeris cōpoſitis. Sit duo numeri cōpoſiti. a. b. latera. a ſint. c. ⁊. d. latera. b. ſint. e. ⁊. f. dico itaq; ꝙ ꝓportio. a. ad. b. conſtat ex ea que eſt. c. ad. e. ⁊ ea que eſt. d. ad. f. ſit eni ut ex. d. i. e. fiat. g. q̄ ergo ex. d in. c. fit. a. ⁊ ex. f. in. e. fit. b. p cōuerſionē diffinitiōis lateꝝ erit p. 18. ſeptimi. a. ad g. ſicut. c. ad. e. ⁊ p. 19. eiuſdē. g. ad. b. ſicut. d. ad. f. quare per diffinitionē ꝓportio a. ad. b. cōpoſita ē ex ea que ē. c. ad. e. ⁊ ea que eſt. d. ad. f. qd̄ eſt ꝓpoſitum. Nec eſt neceſſariū vt cōtinuemus ꝓportiones lateꝝ videlicet eā que ē. c. ad. e. ⁊ eā que eſt d. ad. f. in minimis numeris reptis ſm doctrinā p̄cedentis vt docent quidam: hoc enim eſt propoſito p̄ter neceſſarium. Arguū. eni poſito ꝙ illi minimi ſint. h. k. l. ita ꝙ ſit. h. ad. k. ſicut. c. ad. e. ⁊. k. ad. l. ſicut. d. ad. f. ꝓportionē. h. ad. l. eſſe cōpoſitā ex ꝓpoſitoꝝ lateꝝ ꝓportionibus. ſumptoq;. g. fieri ex. d. in. c. arguūt. a. ad. g.



vt.b.ad.k.qꝛ ut.c.ad.e.⁊.g.ad.b.vt.k.ad.l.qꝛ vt.d.ad.f. ideoqꝫ ꝓm equã ꝓpoꝛ: ⁊.a.ad.b.vt.b.ad.l.cõcludunt igitur.a.ad.b.cõponi ex quibus.b.⁊.l.verũ quidẽ sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



SI numerorum quotlibet continue proportionalium pri/mus scd̃m non numeret: nullus eoꝝ numerabit vltimum.

¶ Sint.a.b.c.d.e.continue ꝓportionales.dico ꝙ si.a. nõ numerẽ. b.nullus eoꝝ numerabit.e.Manifestũ aũt est ꝙ si ipsum numeret omnes numerabunt.e.⁊ simpliciter quilibet p̃cedens quẽlibet sequẽtem.Si autẽ non numerat ipsum patet ꝙ.d.nõ numerabit.e. nec simplr̃ aliq̃s eorum ꝓximo sequentẽ:qꝛ sunt positi continue ꝓportionales:sed ꝙ nullus ali⁹ ut.c. numeret ipsum sic constat:sumant̃ ꝓm doctrinã scd̃e huius totidẽ minimi cõtinue proportionales in ꝓportione eadẽ quot sũt ipse.c.⁊ oẽs sequẽtes qui sunt .f.g.h: eruntqꝫ p.3.hui⁹ ⁊.f.⁊.h.ꝯ se primi:⁊ qꝛ p equã ꝓportionẽ.c.ad.e.vt. f.ad. h.cũ f.non numeret.h.nec.c.numerabit.e.eodem modo nec aliquis alioꝝ: quare liquet quod propositum est.

Propositio .7.

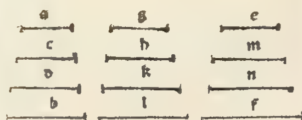
SI numeroꝝ cõtinue proportionalium primus vltimũ numeret: idem ipse ⁊ secundum numerabit.

¶ Sint qui pri⁹ continue ꝓportionales.dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b.alioquin ex premissa non numeraret.e. qđ ẽ contrariũ et impossibile.Nõ solum autẽ numerabit.b. sed ⁊ oẽs ⁊ quisqꝫ eorum quẽlibet ipsum sequentem.

Propositio .8.

SI inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua pro/portionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

¶ Sint.a.⁊.b.inter quos cadunt.c.⁊.d.in cõtinua ꝓportione habẽ/tes se in proportione.e.ad.f.dico ꝙ totidẽ cadunt inter.e.⁊.f.⁊ i ea/dem proportione quot inter.a.⁊.b.Sint eñ.g.h.k.l.totidẽ minimi quot sunt.a. ⁊.b.qui inter eos cadunt sumpti.quẽadmodũ docet secũda huius cõtinue ꝓpor/tionales in eadẽ ꝓportione:eruntqꝫ p.3.g. ⁊.l.cõtra se primi: ⁊ per equã ꝓpor. erit.g.ad.l.sicut.a.ad.b.ideoqꝫ ⁊ sicut.e.ad.f.⁊ qꝛ ipsi sunt in sua ꝓportione mi/nimi p.23.septimi.sequit̃ per.21.eiusdẽ ut.g.numeret.e.⁊.l.f.equaliter:totiens igitur numeret.h .m.⁊.k.n.positisqꝫ.m.⁊.n.inter .e.⁊.f. constat p.18.septimi. e.m. n.f.esse cõtinue ꝓportionales:quẽadmodũ sunt.g.h.k.l.⁊ ideo quẽadmodũ.a.c. d.b.quare patet quod dictũ ẽ.Ex hac constat nullã supticularẽ posse per eq̃lia diuidi:si eñ hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere medium quod esse nõ põt: ideoqꝫ tonus in musica quẽ sexquioctã continet ꝓportio: in duo vera semitonia diuidi non potest:sed necessario diuidit̃ in minus semitonium et maius.

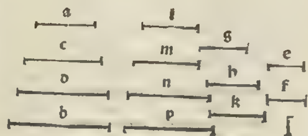


Propositio 9.

SI inter duos numeros ꝯtra se primos numeri quotlibet cõtinua ꝓportionalitate ceciderint: inter vtrũqꝫ eorum ⁊ vnitatẽ totidem cõtinua ꝓportionalitate cadere necesse ẽ.

¶ Sint.a.et.b.ꝯtra se primi.inter quos cadat incõtinua propoꝛ.c.⁊ d.dico ꝙ totidẽ erunt continue ꝓportionales inter.a.⁊ vnitatẽ:itẽ/qꝫ totidem inter.b.⁊ vnitatẽ.Sint eñ in illa proportione minimi.e.⁊.f.sumpti ut docet.34.septimi:ex quibus sumant̃ tres cõtinue proportionales et minimi i eorũ

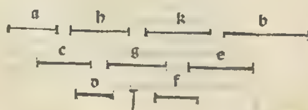
ꝓportione ꝓut docet scḋa huius qui sint.g.h.k.deinde q̃tuor qui sint.l.m.n.p.⁊ hoc totiens fiat vsquequo sic sumpti fiāt totidē quot sunt numeri ꝓpositi :vt sunt hic.l.m.n.p.Cōstat itaq̃z cū sint.a.c.d.b.in sua ꝓportione mīmi ꝑ primā huius. sintq̃z.l.m.n.p.totidē ⁊ mīmi in eadē. Nō sit aūt possibile eē aliquid min⁹s min/mo ꝙ numeri.l.m.n.p.equales erūt nūeris.a.c.d.b.qui vsq̃z suo relatiuo ē igit̃.l. equalis.a.⁊.p.b.Manifestū aūt ex scḋa huius ꝙ ex.f.in se fit.k.⁊ ex eodē.m. k.p ꝑ diffinitionē igit̃ eius qḋ ē mltiplicari:erit.f.in.k.k.quoq̃z in. p.quotiēs vnitas ē in.f.itaq̃z vnitas.f.k.p.sunt cōtinue ꝓportionales.Silr aūt ⁊ vnitas.e.g.l.sūptis ergo.a.⁊.b.loco.l.⁊.p.sibi equaliū erunt inter.a.⁊ vnitatē.g.⁊.e.⁊ inter.b. ⁊ vni/tatem.k.⁊.f.cōtinue proportionales:totidem quot sunt inter.a.⁊.b. quod est propositum.



Propositio 10.

SI inter vtrūq̃z eoꝝ ⁊ vnitatem quotlibet numeri cōtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

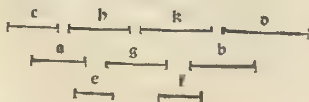
¶Sint duo numeri.a.⁊.b.sintq̃z.c.⁊.d.inter.a.⁊ vnitatē.e.quoq̃z ⁊ f.inter.b.⁊ vnitatē continue proportionales.dico totidē esse inter.a ⁊.b.cōtinue proportiōales:hec ē cōuersa prioris excepto ꝙ ad subiectum p̃misse appositū erat.a.⁊.b.esse contra se primos qḋ nō apponit̃ hic ad passionē: quaꝓpter vlior est passio huius subiecto illius. Quia igit̃ quotiens vnitas in.d.totiēs ē d.in.c.⁊ totiēs.c.in.a.cōstat qḋ ex.d.in se fit.c.⁊ ex eodē.d.ī.c.a.Silr quoq̃z ex.f. in se ⁊ in.e.fient.e.⁊.b.ducat̃ itaq̃z.d.in.f.⁊ ꝓductus sit.g.itēq̃z idē.d.ducat̃.i.g. ⁊.c.⁊ sint producti.h.⁊.k.Constat igitur ex.18.septimi ꝙ.c.ad.g .vt. d.ad. f.⁊ ex 19.ꝙ.g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e.sunt continue proportionales ī proportione d.ad. f.itē ꝑ.18.iteꝝ sunt.a.ad.h.sicut.c.ad.g.⁊.h.ad.k.sicut.g.ad.e.⁊ ꝑ.19.k.ad b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.h.k.b.continue proportionales:quare cōstat propo/situm.



Propositio 11.

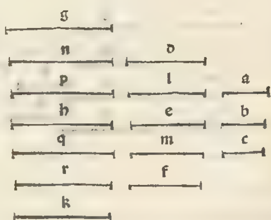
SI fuerint ambo quadrati erit ꝓportio vnius ad alterū tā quā sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubi:erit proportio alterius ad alterum tāquā sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

¶Sint duo quadrati.a.⁊.b.⁊ duo cubi.c.⁊.d. latera tā quadratorū q̃z caboꝝ sint.e.quidē.a.⁊.c.f.vero.b.⁊.d.dico ꝙ proportio.a.ad.b.erit sicut.e. ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadē triplicata.Manifestū eni est ꝙ ex.e. in se fit.a.⁊ ex ipso.c.i.a.c.sic quoq̃z ex.f.in se fit.b.⁊ ex ipo in.b.d.ducat̃ igit̃.e.in.f.⁊ ꝓuenit.g.⁊ in.g.⁊.b.⁊ prouenient.h.⁊.k.eritq̃z ꝑ.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f ⁊ per.19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f. duplicata qḋ est primū.Scḋm eodeȝ modo cōstat.sunt eni ꝑ.18.iteꝝ.c.ad.h.sicut.a.ad.g.⁊ h.ad.k.sicut.g.ad.b.⁊ per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c.h.k.d. sunt etiā con/tinue proportionales in ꝓportione.e.ad.f.ꝑ diffinitionē igitur erit.c. ad.d. sicut e.ad.f.triplicata:quod est secūdū.



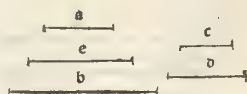
Propositio 12

SI numeroꝝ cōtinue ꝓportionalitatis quisq̃z in seipsū ducatur:qui inde ꝓducent̃ sub cōtinua ꝓportionalitate esse. Qḋ si itē in ipsos ꝓductos pricipia sua ducant̃: inde quoq̃z ꝓductos cōtinue ꝓportionalitatis eē necesse est. idēq̃z in omnibus hoc modo productis extremitatibus.



¶Sint.a.b.c.ꝯtinue proportionales quoꝝ quisqꝫ in se ducatur ꝛ proueniat ex.a. quidē.d.ex.b.vero.e.ꝛ ex.c.f.dico ꝙ.d.e.f.sūt ꝯtinue ꝓportionales: ꝙ si item.a ducat̄ in.d.ꝛ ꝓueniat.g.b.quoqꝫ in.e.ꝛ proueniat.h.ꝛ.c. in. f.ꝛ ꝓueniat.k. dico etiā ꝙ.g.h.k.erunt cōtinue ꝓportionales.sit eni ex.a.in.b.l.ꝛ ex.c.i eundem. m. eruntqꝫ p.18.ꝛ.19.septimi.d.l.e.m.f.ꝯtinue ꝓportionales i proportione.a.b.c: itaqꝫ per equā proportionalitatem arguē.d.ad.e.sicut.e.ad.f.qđ est primū. Reliquū sic.ducat̄.a.in.l.ꝛ.e.ꝛ proueniāt.n.ꝛ.p.c.quoqꝫ ducat̄ in.e.ꝛ.m.ꝛ proueniat q.ꝛ.r.eruntqꝫ per easdem.g.n.p.h.q.r.k.continue quoqꝫ proportionales in proportione primoꝝ:p equā igit̄ ꝓportionalitatē cōcludē.g.ad.h.sicut.h.ad.k.qđ est reliquum.Eadem erit rō quotiensćuqꝫ primi in productos ducantur.

Propositio .13.



SI quis quadratus numerus alium quadratum numeret latus quoqꝫ suū latus illi⁹ numerare ꝓbatur.Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratūꝫ ¶Sint duo numeri.a.ꝛ.b.quadrati:lateraqꝫ eoꝝ.c.ꝛ.d.dico ꝙ si.a numerat.b.c.quoqꝫ numerabit.d.ꝛ ecōuerso:cōstat eni ꝙ ex.c.in se fit.a.ex.d.quoqꝫ in se.b.fiat igitur.e.ex.c.in.d.eruntqꝫ per.18.ꝛ.19.septimi. a.e.b ꝯtinue proportionales in ꝓportione.c.ad.d.si igit̄.a.numerat.b.idem ipse per.7 huius numerabit.e.quare ꝛ.c.d.qđ est primū.Conuersa sic patet.si.c.numerat.d. a.numerabit.e.ꝓpter id qđ ꝓportio.a.ad.e.sicut.c.ad.d.ꝛ si numerat.e.ipse numerabit.b.propter hoc ꝙ sunt continue proportionales.

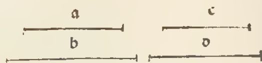
Propositio .14.



SI cubus alium cubum numeret:latus quoqꝫ suū latus alterius numerabit.Si vero latus suum latus alterius numeret:cubum numerabit cubum.

¶Sit duo numeri.a.ꝛ.b.cubi lateraqꝫ eoꝝ.c.ꝛ.d.dico ꝙ si.a.numerat.b.c.quoqꝫ numerabit.d.ꝛ ecōuerso:ducatur eni.c.in se.ꝛ fiat.e. d.quoqꝫ in se.ꝛ fiat.f.ꝯstat igit̄ ꝙ ex.c.in.e.fit.a.ꝛ ex.d.in.f.b.fiat itaqꝫ.g.ex.c. in.d.eruntqꝫ per. 12.ꝛ.19.septimi.e.g.f.ꝯtinue proportionales in proportione.c ad.d.sed ꝛ.h.ꝛ.k.prouenīant ex.c.in.g. ꝛ.f.per easdem igitur erunt.a .h.k.b. cōtinue quoqꝫ proportionales in eadem proportione.itaqꝫ si.a.numerat.b. idem p 7.huius numerabit.h.quare ꝛ.c.d.est enim.c.ad.d.sicut.a.ad.h.constat igit̄ prima pars.Conuersa patet:sicut conuersa prioris. Nam si.c. numerat. d.a. quoqꝫ numerabit.h.quē si numerat necesse est vt numeret.b.

Propositio .15.



SI numerus quadratus quendā alium quadratū nō numeret:nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

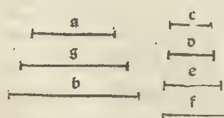
¶Hec.15.proponit negationes cōuerti:que affirmationib⁹ quas.13. huius conuerti proposuit opponuntur:vt si sint duo numeri quadrati.a.ꝛ. b.quorum latera.c.ꝛ.d.si.a.non numerat.b.c.quoqꝫ non numerabit. d. econuerso etiā si.c.non numerat.d.nec.a.b.sit enim primo vt. a. non numeret.b. si itaqꝫ.c. numerat.d.per secundā partem.13.huius ꝛ.a.numerabit.b. qđ ē cōtrariū positioni sicqꝫ patet primum.secūdū quoqꝫ sic:sit ut.c.nō numeret.d.itaqꝫ si.a. numeret.b

per primā ptem.13.necesse est vt.c.numeret.d.necesse est igitur vt numeret ipsum cū non numerat ipsū:qđ est impossibile.Quēadmodū autē necesse est cōuerti negationes oppositas affirmatiōibus quas.13.demōstrauit ↄuerti:sic quoqȝ necesse ē eas negatiōes que opponūť illis affirmationibus quas p̄missa cōuerti demōstrauit cōuertanť.vnde si cubus nō numerat cubū nec latus eius numerabit latus illi⁹ ecōuerso quoqȝ si latus vnius nō numerat latus alterius:nec ipse cubus numerabit alterū cubū.demōstrať aūt hoc p p̄missam a destructione ↄsequētis:sicut qđ ꝓpositum est per.13.ideoqȝ hoc auctor nō proposuit:sed per id qđ propositū ē ipsū dedit intelligi.

Propositio .16.

S I duo numeri supficiales fuerint siles necesse ē tertiū numerū ſm ꝓportionalitatē cōtinuā eis iteresse:eritqȝ proportio vnius numeri ad alteꝝ sibi similē velut vni⁹ lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

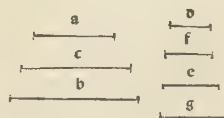
¶ Sint duo numeri.a.ꝛ.b.superficiales ꝛ similes:dico ꝙ inter ipsos cadet vnus numerus in cōtinua ꝓportione:latera eni.a.sint.c.ꝛ.d.b. vero latera sint.e.ꝛ.f.eruntqȝ ex cōuersione diffinitionis numeroꝝ similiū.c.ad.e.sicut.d. ad f.constat aūt ꝙ ex.c.in.d.fiat.a.ꝛ ex.e.in.f.b.fiat itaqȝ.g.ex. e.in. d.eritqȝ p. 19. septimi.a.ad.g.sicut.c.ad.e.ꝛ per.18.eiusdē.g.ad.b.sicut.d.ad.f. quare.a. ad.g. sicut.g.ad.b.est itaqȝ.g.cōtinua ꝓportionalitate medius inter.a.ꝛ.b.qđ est propositum.Correľ.aūt patet.cū sit.a.ad.b.per diffinitionē sicut.a.ad.g. duplicata. que eadem est illi que est.c.ad.e.



Propositio 17.

S I secūdū cōtinuam ꝓportionalitatē terti⁹ numer⁹ duob⁹ numeris intersit:illi duo numeri supficiales sunt ꝛ similes.

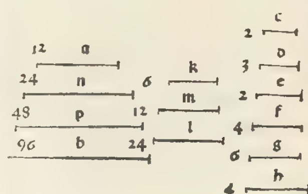
¶ Hec est cōuersa p̄misse:ut si inter.a.ꝛ.b.sit.c.sub cōtinua ꝓportionalitate cōstitutus.a.ꝛ.b.erunt supficiales ꝛ similes.sint eni. d.ꝛ e.minimi in proportione qua continuantur.a.b. c.qui per.21.septimi numerabunt.a.ꝛ.c.equaliter:sitqȝ vt ſm.f.ꝛ per eandem.c.ꝛ.b.equaliter :ꝛ sit vt ſm.g.erunt igitur per diffinitionem.a.ꝛ.b.superficiales:ꝛ erunt etiam per diffinitionem.d.ꝛ.f.latera numeri.a.e.quoqȝ ꝛ.g.latera numeri.b.Qđ autē ipsi sint similes sic habeto:cum enim ex.d.in.g.sit.c.ꝛ ex.e.in.f.sit idē.c.erit p scđam partem.20.septimi.d.ad.e.sicut.f.ad.g.per diffinitionē igitur.a.ꝛ.b.sunt similes qđ est propositum:hoc autem vltimum qđ est.a ꝛ.b.esse similes potest etiam haberi per.19.ꝛ.18.septimi ꝛ per has ypoth.ꝙ.a.c.b. sunt ↄtinue ꝓportionales in ꝓportione.d.ad.e.minimoꝝ numerantiū.a.ꝛ.c.ſm.f.ꝛ.c.ꝛ.b.scđm.g.



Propositio 18.

S I fuerint duo numeri solidi siľes:necesse est eis duos numeros ſm continuam proportionalitatem interesse.eritqȝ proportio vnius solidi ad alterum sibi similem.velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se ꝓportionaliter proportio triplicata.

¶ Sint duo numeri.a.ꝛ.b.solidi similes:dico ꝙ inter ipsos cadent duo numeri in cōtinua ꝓportione.Sunt eni latera numeri.a.c.d.e.latera vero.b.sint.f.g.h.erūtqȝ ex cōuersione diffinitionis numeroꝝ similiū.c.ad.f.ꝛ.d.ad.g.sicut. c.ad.h.Sic igitur ex.c.in.d.k.ꝛ ex.f.in.g.l.eruntqȝ ex diffinitione.k.ꝛ.l.supficiales ꝛ similes.



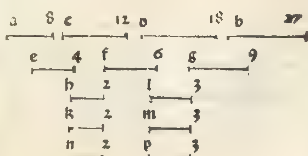
quare per.16.huius vnus numerus cadet inter eos medius ẜm ꝓportioné.c.ad.f. qui sit.m. Manifestũ aũt é ꝙ ex.e.in.k.fit.a.ꝛ ex.b.in.l.b.si igiť ex.e.in.m. ꝛ.l. fiant.n.ꝛ.p.erũt p.18.septimi.a.ad.n.sicut.k.ad.m.ꝛ.n.ad.p. sicut.m. ad.l. q̃re a.n.p.sunt ꝯtinue ꝓportionales in ꝓportione.c.ad.f.ꝛ qꝛ per.19.eiusdé.p .ad.b. sicut.e.ad.b.ꝛ ideo sicut.c.ad.f.sequiť ut quatuor numeri.a.n. p.b. sint continue ꝓportionales ẜm ꝓportioné.c.ad.f.sunt itaqꝫ inter.a.ꝛ.b.duo numeri.n.ꝛ.p.medij incõtinu. ꝓportionalitate suoꝝ laterum interpositi:qď é ꝓpositũ. Correl.auté pꝫ cũ ꝓportio.a.ad.b.sit p diffinitioné sicut.a.ad.n.trip licata que est cadem illi. que est.c.ad.l.

Propositio 19



Si eis scđm cõtinuã ꝓportionalitaté duo numeri interiacent quilibet duo numeri solidi sunt atqꝫ similes.

¶Hec est ꝯuersa ꝑmisse vt si inter.a.ꝛ.b.sint duo numeri.c.ꝛ.d.medij in cõtinua ꝓportione:erũt.a.ꝛ. b.solidi ꝛ similes:Sumanť enim tres minimi in eadé proportione ꝯtinue ꝓportionales qui sunt. c.f. g.erũtqꝫ per.17.e.ꝛ.g.superficiales ꝛ similes.sint ergo.h.ꝛ.k.latera.e.at.l.ꝛ.m.latera.g.eritqꝫ per correl.16.huius.e.ad.f.sicut.h.ad.l.aut sicut.k. ad.m. manifestũ auté est ex tertia ꝙ.e.ꝛ.g.sunt ꝯtra se primi: ideoqꝫ per.23.septimi in sua ꝓportione minimi.ꝛ qꝛ p equã ꝓportionalitaté sunt.a.ad.d.ꝛ.c.ad.b.sicut.e.ad.g sequiť per.21.septimi:ut ipsi numerent.a.ꝛ.d.equaliter qď sit ẜm.n.ꝛ item.c .ꝛ.b. eq̃liť qď sit ẜm.p.Quia igiť ex.h.in.k.fit.e.ꝛ ex.e.in.n.fit.a.sequiť p diffinitioné vt.a.sit solidus eiusqꝫ latera.h.k.n.siľr qꝛ ex.l.in.m.fit.g.ꝛ ex.g.in.p.b. sequitur etiam ut.b.sit solidus ꝛ eius latera.l.m.p.ipsos aũt esse siľes sic constabit cũ ex.g. in.n.fiat.d.ꝛ ex eodé in.p.b.erit p. 18.septimi.n.ad.p.sicut.d.ad.b.ꝛ qꝛ sic erant h.ad.l.ꝛ.k.ad.m.p diffinitioné manifestũ est.a.ꝛ.b.esse similes:qď est propositũ.

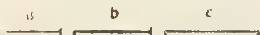


Propositio 20.



Si trium numerorũ continue ꝓportionaliũ primus fuerit quadratus tertium quoqꝫ quadratum esse.

¶Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.sitqꝫ.a.quadratꝰ dico ꝙ.c.est etiã quadratus sunt eni p.17.a.ꝛ.c.supficiales ꝛ similes cum igitur.a.sit quadratus p ypothe.erit.c.quadratus.



Propositio 21



Si quatuor numerorum continue proportionalium. primus fuit cubus:quartum cubum esse necesse est.

¶Sint quatuor numeri cõtinue proportionales.a.b.c.d. sitqꝫ.a.cubus:dico ꝙ.d.est etiam cubus:cõstat enim per.19.ꝙ.a. ꝛ.d. sunt solidi similes:ꝛ qꝛ.a.est cubus per ypothe.erit etiam.d.cubus.

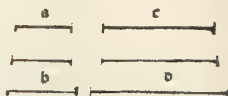


Propositio 22.



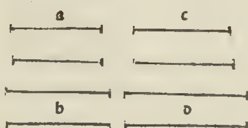
Si duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio sicut quadrati ad quadratũ fuerit vnꝰ quadratꝰ:alterũ quoqꝫ quadratum esse.

¶Sint duo numeri.a.ꝛ.b.in proportione duoꝝ quadratoꝝ qui sũt c.ꝛ.d.sitqꝫ.a.vel .b.quadratus:dico rdiquũ esse quadratũ: cũ enim c.ꝛ.d.sint quadrati:sequitur eos esse superficiales similes.ideoqꝫ per 16.cadet vnus medius inter eos in continua proportione:quare per.8.ꝛ inter.a.ꝛ b.per.20. igitur cõstat propositum.



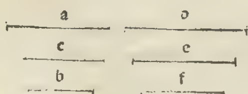
Propositio 23.

SI duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alteꝝ cubicum esse. ¶Sint duo numeri.a.⁊.b.in ꝓportione duoꝝ cuboꝝ qui sunt.c.⁊.d sitq3.a.vel.b.cubus:dico reliquũ esse cubum. necesse est enim ꝙ.c.⁊ d.sint solidi similes:quippe omnes cubi sunt similes ⁊ solidi :itaq3 ꝑ 18.inter ipsos cadent duo medij in continua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.⁊.b.itaq3 per.21.manifestum est quod dicitur.



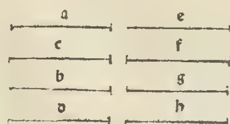
Propositio .24

NUmerorum superficialium similium est proportio vnius ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum. ¶Sint.a.⁊.b.superficiales similes.dico ꝙ vnus ad alterũ est ꝓportio sicut quadrati ad quadratũ:erit eñi per.16.inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit.c.sumptis itaq3 tribus minimis in ꝓportione eorũ:qui sunt.d.e.f.erunt per correl.2.d.ad.f.quadrati: et q2 ꝑ equã proportionalitatẽ est.a.ad.b.sicut.d.ad.f.cõstat veꝝ esse qd ꝓponitur.



Propositio 25

OMnium duorum solidorum similium est proportio vnius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum. ¶ Sint.a.⁊.b.solidi similes:dico ꝙ ꝓportio vnius eoꝝ ad alterum est sicut alicuius cubi ad aliquẽ alium cubum.Sũt quidem ꝑ.18.inter eos duo numeri medij ſm continuã proportionẽ qui sit.c.⁊.d.i eoꝝ proportione sint minimi:quatuor.e.f.g.h.quoꝝ.e.⁊.h.erunt cubi per correlarium scđe.q2 igitur per equã proportionalitatem est.a.ad.b.sicut.e.ad.h.liquet propositum. Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.



PAr numerus est qui potest in duo equalia diuidi.¶ Impar numerus ẽ qui ĩ duo equalia diuidi nõ põt:additq3 supra parẽ vnitatẽ Pariter par ẽ quẽ cũcti pares eũ numerantes paribus vicibus numerant:¶ Pariter ĩpar est quẽ cuncti pares eũ numerãtes ĩparib9 vicib9 numerãt.¶ Pariter par ⁊ ĩpariter ẽ quẽ pares eũ numerãtes quidã parib9 quidã imparib9 vicib9 numerãt.¶ Impariter ĩpar quẽ cũcti ĩpares eũ numerantes imparibus vicibus numerãt.¶ Perfectus numerus appellat̃ qui oĩbus ꝑtib9 suis quib9 numerat̃ ẽ equalis. ¶ Habundans dicitur qui oĩbus suis ꝑtibus minor est.¶ Diminutus vero qui maior.

Propositio. .1.

SI fuerint duo numeri suꝑficiales silẽs qui ex ductu alterius in alterum producetur numerũ quadratũ eẽ necesse ẽ. ¶Sint.a.⁊.b.superficiales similes ex quoꝝ multiplicatione proueniat.c.dico.c.esse quadratũ.fiat eñi.d.ex.a.in se.eritq3 per.18.septimi.d.ad.c.sicut.a.ad.b. ⁊ q2 inter.a.⁊. b.cadit vnus medius scđm cõtinuã ꝓportionalitatẽ ꝑ.17.octaui.sequit̃ ꝑ.8.eiusdẽ vt vn9 quoq3 cadat inter.d ⁊.c.itaq3 cũ.d.sit quadratus erit per.20.eiusdẽ.c.quoq3 quadratus qđ ẽ ꝓpositũ.



Propositio 2

SI ex ductu alterius in alterum tetragonus ꝓducatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaqȝ patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ tetragonus producatur illũ numerum aliquẽ esse tetragonũ. Itẽqȝ si ex ductu tetragoni in numeꝝ aliquẽ non tetragonus producatur eũ numerum aliquẽ non tetragonũ esse. Si vero tetragonus in numeꝝ aliquẽ non tetragonum ducatur: qui inde producetur non tetragonum esse necesse est.



¶ Hec est ꝯuersa prioris vt si ex.a.in.b.fiat.c.fueritqȝ.c.quadratus: erunt.a.ꝛ.b. sup̄ficiales similes. sit eni.d.ex.a.in se. eritqȝ per.18.septimi.d.ad.c. sicut.a. ad.b. per.16.ant.8.cum.d.ꝛ.c.sint sup̄ficiales similes: eo ꝙ sũt ambo quadrati. erit inter eos vnus numerus medi⁹ ſm cõtinuã propor.p.8.itaqȝ eiusdẽ erit etiam vnus inter.a.ꝛ.b.igitur p.17.eiusdẽ.a.ꝛ.b.sunt superficiales siles: quod est propositum Prima ps concl.patet p premissam: sunt eni omnes tetragoni sup̄ficiales similes scđa patet ex hac cũ sit solus tetragonus silis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius concl.pte a destructione ꝯsequẽtis. quarta vero pȝ ex eiusdẽ pte scđa a destructione etiã ꝯsequẽtis.

Propositio .3.

SI numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producetur erit cubus.

¶ Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b.dico.b.esse cubũ.sit eni.c.latus cubicũ.a.ex.c.vero in se fiat.d.patet itaqȝ ꝙ ex.c.in.d.sit.a. sunt igitur vnitas.c.d.a.ꝯtinue ꝓportionales: qđ ex.18.septimi ꝛ p̄sentibus ypothesibus manifestũ est: ꝛ quia est.a.ad.b.sicut vnitas ad.a.eo ꝙ quotiens vnitas ẽ i.a.totiẽs.a.in.b.erũt iter.a.ꝛ.b.duo numeri medij ſm ꝓportionalitatẽ ꝯtinuã per.8.octaui: cum igit̄ ex ypothesi sit.a.cubus erit per.21.eiusdem.b. quoqȝ cubus: qđ oportebat demõstrare.

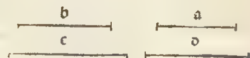
Propositio .4.

SI cubus ĩ alium cubum ducatur. qui inde producetur erit cubus.

¶ Sint.a.ꝛ.b.cubi: fiatqȝ.c.ex.a.in.b.dico.c.esse cubum. fiat enim d.ex.a.in se. eritqȝ per premissã.d.cubus ꝛ q2 per.18.septimi ẽ.a.ad b.sicut.d.ad.c.constat ex.23.octaui.c.eẽ cubum: qđ est propositum.

Propositio .5.

SI numerus cubus in numeꝝ alium ducatur: fueritqȝ productus cubus in quẽ ductus ẽ numerum cubum esse necesse est. vnde ꝛ manifestũ est: quia ex ductu cubi in nõ cubũ producitur non cubus. Ductoqȝ cubo in numeꝝ aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quẽ ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.

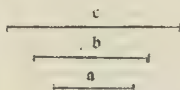


¶ Sit eni ex.a.cubo in.b.numeꝝ ꝓduct⁹.c.cub⁹ dico.b.eẽ cubũ: fiat eni.d.ex.a.ĩ se qui p antep̄missã erit cub⁹: q2 igit̄ ẽ p.18.sep.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estqȝ.a.cubus sȝ ꝛ.d.ꝛ.c.cubi erit p.23.octaui.b.cub⁹ qđ ẽ ꝓpositũ: p̄ma ps concl.patet ex hac quinta a destructione ꝯñtis. scđa per p̄missam silr̄ a destructione cõsequentis.

Propositio .6.

Si ex ductu cuiusdã numeri in se ipsum cubus producat eũ esse cubuz necessario comprobatur.

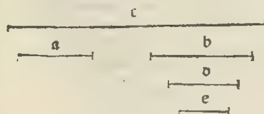
¶ Sit vt ex.a.in se fiat.b.sitqz.b.cubus: dico ergo.a. esse cubũ:fiat eni.c.ex.a.in.b.eritqz ex diffinitione.c.cubus. et qm̃ constat ex.18. septimi q sit.a.ad.b.sicut.b.ad.c. cũ sint.b. et.c.cubi: sequit ex.23 octaui.a.esse cubũ:qd ẽ ppositũ.



Propositio .7.

Si numerus cõpositus in numerum quẽlibet ducatur :qui inde producetur erit solidus.

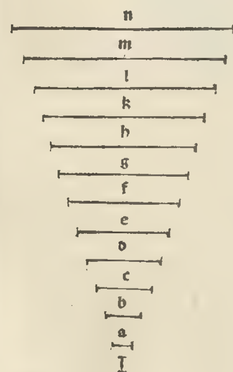
¶ Sit.a.numerus cõpositus:qui ducatur in.b.et pueniat.c.dico.c esse numerũ solidũ:cũ eni.a.sit cõpositus numeratur ab aliquo numero qui sit.d.numeretqz eum scdm.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.z ex.a.in.b.c.erit ex diffinitiõe solidoꝝ.c.solidus cuiusqz latera.e.d.b.qd ẽ ppositũ.

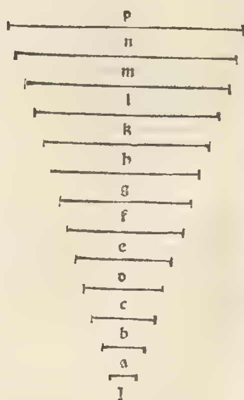


Propositio .8.

Si fuerint numeri ab vnitate cõtinue proportionales :tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itẽqz septimus ab vnitate ẽ quadratus cubicus.ac deinceps:quinqz semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

¶ Sint cõtinue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico.b.esse quadratũ z.d.obmisso.c.z sic alios vno semp obmisso. vnde simplr oĩs existẽtes in in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus et septimus: dico item.c. esse cubũ z.f.duobus obmissis:et sic in ceteris. Omnisqz simplr est cubus cui⁹ ab vnitate locus addit sup ternariũ:vel quẽlibet multiplicẽ ipsius ternarij vnitatẽ:vt sũt quartus septimus decim⁹tertiusdecimus z sextusdecimus. in his eni pueniunt omnes qui duos transmittunt. Itẽqz dico.f.ab vnitate septimũ esse quadratũ cubicũ:z silr.n.quinqz numeris intermissis : idẽqz in ceteris. Simplr autẽ dico cui⁹ locus ab vnitate addit super senariũ vel quẽlibet multiplicẽ ipsius vnitatẽ: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus z vicesimusquintus:illũ eẽ quadratũ cubicum: quadratũ quidẽ qm̃ eius locus impar : cubũ aũt qm̃ sup multiplicem ternarij addit vnitatem quippe senarij multiplices cũctos ternarij necesse est eẽ multiplices. Que aũt pposita sunt sic constãt. Est eni ex ypothesi.a.in.b. quotiẽs vnitas in.a.itaqz.b.ex diffinitione quadratus:qr igit.b.c.d.sũt cõtinue proportionales cũ.b.sit quadratus pz ex. 17.vel.20.octaui.d.esse quadratum. Eadem rõne et f.qr.d.e.f.sunt ptinue pportionales:et.d.est quadratus:idem in ceteris vno intermisso:pstat itaqz primũ. Scdm sic cũ sit.b.in.c.quotiẽs.a.in.b.ex ypothe.sequit a diffinitione vt ex.a.in.b.suũ quadratum fiat.c.igit ex diffinitiõe cubi .c.est cub⁹ At qr.c.d.e.f.sũt ptinue pportionales scd z.f.g.h.k.est aũt.c. cubus : necesse est per. 19.vel.21 .octaui vt.f.quoqz sit cubus.idcoqz z.k.idemqz i ceteris duob⁹trãsmissis:q̃re liquet scdm. Qm̃ aũt.m.f.septimo z in.n.tertiodecimo:ceterisqz quinqz medios obmittẽtib⁹.simplr vero z in oibus quoꝝ loc⁹ semp quẽlibet multiplicẽ senarij addit vnitatez:terminant quadratoꝝ z cuboꝝ cõputatiões:in his quidem vni⁹:in illis aũt duoꝝ obmissione sequit ipsos esse q̃dratos: ex huius prima pte z cubicos ex scda:quare quadrati cubici:constat ergo totum quod dicitur





Propositio. 9


I numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis vnitatẽ sequẽs quadrat⁹ fuerit: ceteri quoq; oẽs erunt quadrati. Si vero qui vnitatẽ sequitur fuerit cubus ceteri quoq; omnes erunt cubi.

¶ Sint qui prius continue proportionales ab vnitate. sitq;.a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes eẽ cubos.b.eni constat esse quadratũ p premissaz: qꝛ ergo.a.ad.b.sicut.b.ad.c.ex.22. octaui sequit̃.c.esse quadratũ. idẽ quoq; ex eiusdẽ.17.vel.20.potes arguere: de sequentibus autẽ idẽ eodẽq; modo ꝓbabis: quare patet primũ. Scdm autẽ sic. cũ.b fiat ex.a.in se si fuerit.a.cubus erit per.3.ipse quoq; cubus.c. vero constat esse cubum per premissam. itaq; per.23.octaui.d.omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enĩ.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Idem quoq; arguere potes ex.19.vel.21.eiusdem sunt enĩ.a.b.c.d.sed et.b.c.d.e.singuliq; quatuor continue sumpti continue proportionales.

Propositio 10.

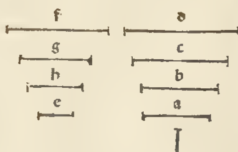

I numeris quotlibet ab vnitate continua ꝓportionalitate dispositis vnitatẽ sequẽs non quadratus fuerit. non erit alioꝝ quisq; quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his qui deinceps vno semꝑ itermisso reperiunt̃ tetragoni. Si vero secũdus ab vnitate nõ fuerit cubus: nullus ceterorũ erit cubus exceptis ab vnitate quarto: ⁊ deinceps his qui duoꝝ semꝑ itermissione formantur cubicis.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse infert ꝑtem oppositi passionis. dico aũt partẽ qm̃ ex.8. ꝯstat oĩs impares esse quadratos. omnesq; quoꝝ locus sup ternarium vel quẽlibet ipsius multiplicẽ addit vnitatẽ esse cubos. sint itaq; qui prius ab vnitate ꝯtinue proportionales nõ sit autẽ.a.quadratus sed nec cubus. dico nullum ex oibus esse quadratum: aut cubicũ nisi quos octaua proponit. si enĩ quis alius ponatur quadratus sequit̃ p.22.octaui.a.esse quadratũ. Qđ si cubus sequit̃ per.23. eiusdem.a.esse cubum quoꝝ vtrũq; contrarium est ypothe. Constat ergo ꝓpositũ.

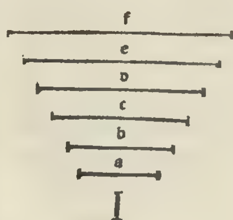
Propositio .11.


I numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis aliquis numer⁹ primus vltimum numeret: eum quoq; qui vnitatẽ sequitur numerare necesse est.

¶ Sint vsq; ad.d ꝯtinue proportionales ab vnitate: sitq;.e.numer⁹ primus de quo ponat̃ ipsũ numerare.d. dico ꝙ idem numerabit.a. Nã si nõ erit ad ipm prim⁹ p.32.sep. ⁊ qꝛ ex.a.i se fit.b.sequit̃ ex.26. eiusdẽ ut ipe quoq; sit prim⁹ ad.b.sed ⁊ ad.c. ⁊ ad.d.sequit̃ ipm eẽ pmũ.p.25.eiusdẽ: eo ꝙ ex.a i.b.fit.c. ⁊ ex eodẽ in.c.d.nõ ergo numerat.d.cũ sit primus ad ipm: qͥre accidit ꝯtrariũ ypoth. Idẽ aliter. cũ sit.e.prim⁹ si nõ numerat.a.pmus erit ad ipm p.32.sep. itaq; p.32.eiusdẽ erũt minimi i sua ꝓportione: qꝛ aũt.e.ex ypoth .numerat .d. sit vt bm.f.ꝯstat vero ꝙ ex.a.in.c.fiat.d.ergo p secũdã ꝑtẽ.20.sep.erit.a.ad.e. sicut f.ad.c.qͥre p.21.eiusdẽ.e.numerabit.c. ⁊ sit ut bm.g. ⁊ qꝛ ex.a.i.b.fit.c. sequit̃ quoq; per easdem ⁊ eodẽ mõ ut.e.numeret.b.esto ergo ꝙ bm.h. ⁊ qm̃ rursus ex.a.in se fit.b.necesse est iterũ per easdẽ ut.e.numeret.a.sed positũ erat non numerare ꝙ accidit impossibile.



Propositio .12.



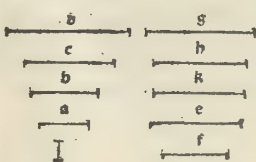
In numeris ab vnitate ɔtinue ꝓportiōalib⁹ minor maiorē numerat ſm aliquē i illa ꝓportionalitate diſpoſitum.

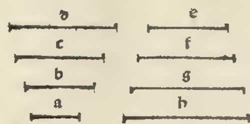
¶ Sint ab vnitate vſq₃ ad.f.cōtinue ꝓportionales.dico nullū ipſoꝝ numerare.f.niſi ſm aliquē alioꝝ:cōſtat eni ꝙ.e.numerat ipſū.f.ſm a.eſt eni.e.ad.f.vt vnitas ad.a.ſed ⁊.d.numerat eūdē.f.ſm.b.ē nāq₃ ꝑ equā ꝓportionalitatē.d.ad.f.vt vnitas ad.b. De.c.quoq₃ patet codē mō ꝙ ſecūdū ſe ipſū numeret eum.Econuerſo quoq₃.a.numerat eū ſm.e. eo ꝙ ſicut vnitas ad.e.ita.a.ad.f.b.vero ſm.d.eſt eni vt vnitas ad.d.ita.b.ad.f. veꝝ igiť eſt ꝙ ꝓponitur.Quippe quotus quiſq₃ qui proponiť vltimū numerare fuerit ſub vltimo ſm totum ſupra vnitatem:numerare ipſum conuinciť ꝑ equā proportionalitatem ⁊ diffinitionem.

Propoſitio 13

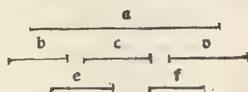
Quotlibet numeris ab vnitate cōtinue ꝓportionalibus ſi qui vnitatem ſequitur fuerit numerus primus maximum eorum niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitus nullus numerabit.

¶ Sint vt prius vſq₃ ad .d.continue proportiōales ab vnitate .ſitq₃ a.numer⁹ prim⁹:dico ꝙ nullus numerabit vltimū nec ſimplr aliquē coꝝ niſi aliqs coꝝ qui antecedit vltimū vel eū qui poniť numerari.Sit eni ſi poſſibile ē.e.diuerſus ab eis qui numeret.d.qui ſi fuerit primus ꝑ.11.numerabit.a.non igiť ē.a.pm⁹ quod ē ɔ̄ ypoth.Si aūt ipſe fuerit cōpoſitus neceſſe ē per.30.ſeptimi:vt aliqs primus nūeret eū qui nō erit niſi.a.Nā ſi ē alius ab.a.vt.f.cū neceſſe ſit ipſū nūerare d.argueť etiā eūdē numerare.a.ꝑ.11.ſic quoq₃.a.nō erit pmus.Eſt igiť.a.primus numerās.e.qm̄ aūt.c.nūerat.d.ſit vt ſm.g.eritq₃ ꝑ ſcdā ptē.20.ſep.a.ad.e.ſicut g.ad.c.ſit eni.d.ex.a.i.c.q̄re cū.a.numeret.e.⁊.g.numerabit.c.ſitq₃ ut ſm.b. ſequiťq₃ ut.a.numeret.g.ſicut ſeq̄bať vt numeraret.c.alioquin ſi.g. quidē ē pm⁹ cū numeret.c.ſequiť ꝑ.11.ipſū numerare.a.Si aūt cōpoſitus ꝑ eādem ſequiť numerū primū numerantē.g.numerare.a.quod ē incōueniēs.itaq₃.a. numerat eū. ſequiť ergo ꝑ ſecundā ptē.20.ſeptimi vt.b.numeret quoq₃.b.eo ꝙ tā ex.a.in.b.q̄₃ ex. g. in.b.ɔſtat ꝓduci.c.numeret.b.itaq₃ ipm ſm.k.Conſtat aūt vt pri⁹ de.g.ꝙ.a.numeret.b.Nā ſi nō nō erit.a.prim⁹ itaq₃ ꝑ ſecūdā ptē.20.ſep.ſeq̄ť ut.k.numeret.a fit eni tā ex.a in ſe q̄₃ ex.b.i.k.b.Manifeſtū ē autē.k.nō eſſe.a.nulius eni numeroꝝ.g.b.k.ē aliquis ex.a.b.c.d.ſi eni.g.eſſet aliquis ex eis cū ipe numeret. d.ſecundū.e.eēt ꝑ pmiſſā.e.quoq₃ aliquis ex eis.ſ₃ nō erat: nec igiť.g.ſilr cū.b.numeret.c.ſm.g.nō erit.b.aliquis ex.a.b.c.Nam eſſet.ꝑ pmiſſā ⁊.g.oſtēſum ē autē ꝙ non :nec igiť.b.eadē rōne nec.k.cū eni ipſe numeret.b.ſecundū.b.ſi ipſe eēt.a.cōuinceret ꝑ pmiſſā.b.quoq₃ eē.a.At nō erat:nec igiť.k.erit.a.numerat autē ipſum Nō ē itaq₃.a.prim⁹qđ ē ipoſſibile.¶ Aliter idē ſi.e.diuerſus ab.a.b.c.d.numerat d.ſit vt ſecundū.f.⁊ q2.a.numerus primus numerat d.ꝓductū ex.c.in.f.ſequiť ex 33.ſep.ꝙ ipſe numeret.e.vel.f.numeret.ergo.e.q2 igiť tā ex.a.i.c.q̄₃ ex.e. in.f.fit d.erit per ſecundā partē.20.ſeptimi.a.ad.e.ſicut.f.ad.c. numerat itaq₃.f.c. ſit vt ſecundū.g.eritq₃ per.33.ſeptimi ut.a.quoq₃ numeret. f.vel. g.ſitq₃ ut. f.ſequiťq₃ per ſecundam partem.20.eiuſdem vt .g.numeret .b.ſitq₃ ut ſecundum.h.ut prius igitur.a.numerabit.g.vel.h.⁊ ſit vt numeret.g.h. ergo per ſecundam ptē.20. numerabit.a.ſi itaq₃.h.non ē equalis.a.non erit.a.primus :quod ē ɔtra ypoth. Si autē equalis erit vnuſquiſq₃ numeroꝝ.g.f.e.aliquis ex.a.b.c.d.ꝑ pmiſſā quo



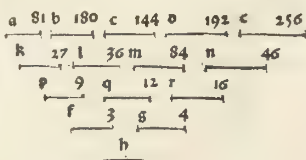


tiens oportet assumptam. Non est igit̃.e.diuersus ab eis:qđ est etiã cõtra ypothe. itaq; constat verũ esse qđ proponit̃. **Propositio .4.**



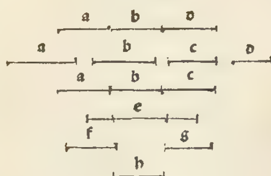
Si ꝓpositus fuerit numer⁹ mimus quẽ numerãt primi assignati nõ numerabit eũ aliquis numerus primus preter illos assignatos.

¶Sit.a.minimus numerus numerat⁹ a numeris primis qui sũt.b.c.d.dico ꝙ alius primus ꝑter eos nõ numerabit.a. Sin autem sit.e primus numerãs eũ ꝫm.f.q̃ ergo quilibet numerorũ.b.c.d.numerat .a. ꝓductũ ex e.in.f.ẽ autẽ quilibet eorum primus sequitur ex.33.septimi:vt quilibet eorũ numeret.e.vel.f.sed.e.nullus numerat cũ sit primus:quilibet ergo eorũ numerat.f.cum itaq; sit.f.minor.a.vtpote qui numerat eũ ꝫm.e.nõ erit.a.minimus numeratus ab illis qđ est inconueniens. **Propositio .15.**



Si quotlibet numeri continue proportionales ꝫm suã proportionẽ fuerint minimi: quicũq; aliquẽ illorũ numerat alteri terminorũ illius ꝓportionis erit cõmensurabilis

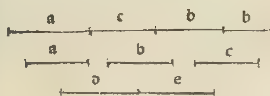
¶Sint.a.b.c.d.e. cõtinue ꝓportionales ⁊ minimi ꝫm ꝓportionem f.ad.g.qui sint in sua ꝓportione minimi:⁊ ponatur.b.numerare.c. dico ꝙ.b.est cõmensurabilis.f.vel.g.sumant̃ eni in eadẽ ꝓportione quatuor minimi qui sunt.k.l.m.n.cõstat aũt ex scđa octaui ꝙ ex.f.in.m.fit.c.alioquin cõtingeret esse minus minimo qđ esse nõ potest.itaq; per correl̃.33.septimi erit.b.cõmensurabilis.f.vel.m.ꝙ si.f.cõstat ꝓpositum:si aũt.m.sumant̃ in eadẽ ꝓportione tres minimi qui sint.p .q.r.eritq; ex scđa octaui vt.m.fiat ex.f.in.r.ne minus mimo aliq̃d eẽ cogamur cõcedere :q̃re per predictũ correl̃ .b.ẽ cõmensurabilis.f.vl̃ r.sed nõ erat.f.sic eni constabat propositũ :cõmensurabilis igitur ẽ. r. qui cum ex secũda octaui fiat ex.g.in se sequitur ex dicto correl̃.ut.b.sit cõmensurabilis.g. qđ est propositum. **Propositio .16.**
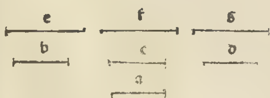


Si fuerint numeri quotlibet cõtinue proportionales ĩ sua proportione minimi quilibet eorum ad compositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

¶Sint.a.b.c.d.cõtinue ꝓportionales ⁊ minimi.dico cõpositũ ex.a b.c.primũ esse ad.d.Si eni nõ numerabit aliquis numerus qui sit.e cõpositũ ex.a.b.c.⁊.d.p ꝑmissã igit̃ erit.e.cõicans alteri terminorũ illius ꝓportionis qui sunt.f.⁊.g.erit itaq; numer⁹ aliq̃s numerãs.e.⁊ alterum duorum.f.g. qui sit.b.quia ergo.b.numerat.e.numerabit.d.⁊ cõpositum ex.a. b.c. ⁊ quia numerat.f.vel.g.quorũ vterq; numerat vtrũq; mediorum ⁊ simpliciter oẽs si plẽs duobus sint:ex secũda octaui sequit̃ ut ipse numeret.b.⁊.c.ergo ⁊.a.q̃ numerat totum a.b.c.nõ sunt igit̃.a.⁊.d.ꝯ se ꝑmi qđ ẽ incõueniẽs p.3.octaui:silr̃ quoq; constabit ꝯpositũ ex.a.b.d.ꝑmũ eẽ ad.c.si eni vt prius.e.numerat ãbos sequit̃ p ꝑmissam ut aliquis numerus qui etiã sit.b.numeret.e.⁊ alterũ duorũ.f.g.itaq;.b.numerat c.⁊ totũ.a.b.d.sed ⁊.b.cũ vtraq; radicũ numeret omnes medios :igit̃ ⁊ cõpositũ ex.a.⁊.d.⁊ q̃ necessario numerat alterũ duorũ.a.d.cũ numeret alterũ duorũ.f.g. numerabit ⁊ reliquũ.Nõ sũt igitur.a.⁊.d.cõtra se primi:⁊ ita idẽ ut pri⁹.¶Demõstrãt aũt idẽ aliter de trib⁹ cõtinue ꝓportiõalib⁹⁊ mimis sine aminiculo ꝑmisse ꝓbãt eni ex quibusq; duob⁹ cõpositũ ꝑmũ eẽ ad reliquũ.sint itaq;.3.cõtinue ꝓportionales ⁊ mimi.a.b.c.quorũ termini.d.⁊.e.dico tũc compositum ex.a.⁊.b.primũ

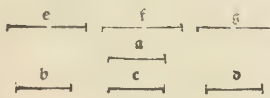
esse ad.c.⁊ cōpositū ex.b.⁊.c.ad.a.itēq; ex.a.⁊.c. ad.b. manifestū enim est ex se/cunda octaui qd ex.d.in se fit.a.⁊ in.e.fit.b. ⁊ ex.e. in se. c.⁊ ex.22.septimi.qd.d.⁊.e.sūt cōtra se primi: itaq; ex pⁱma pte.29.eiusdē erit tot⁹.d.e.pⁱm⁹ ad vtrūq; coꝝ q̄ igit̄ vterq; duoꝝ numeroꝝ.d.⁊.d.e.prim⁹ ē ad.e.erit p.25.eiusdē qui ex.d.in.d e.ꝑducitur ⁊ ipse ē cōpositus ex.a.⁊.b.pⁱmus ad.e.sequit̄ ergo p.26.eiusdē.ut etiā cōpositus ex.a.⁊.b.sit pⁱm⁹ad.c.fit eni.c.ex.e.i se ¶ Simili quoq; demōstratōe ꝓ/babis cōpositū ex.b.⁊.c.pⁱmū esse ad.a. At vero cōpositū ex.a.⁊.c.pⁱmū esse ad.b: sic habeto: cū sit eni vterq; duoꝝ.d.⁊.e.pⁱmus ad totum.d.e.erit p.25.septimi qui ex.d.in.e.ꝑducit̄: ⁊ ipse est.b.pⁱmus ad.d.e.itaq; p.26.eiusdē qui ex. d. e.in se ꝓ/uenit: ⁊ ipse est qui cōponit̄ ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.primus erit ad.b.sequit̄ ergo com positū ex.a.⁊.c.pⁱmū esse ad.b.necesse eni ē ut ex duobus cōpositus cū primus fue rit ad vnū coꝝ ex quib⁹ componit̄: sit primus ad reliquū: demonstratum aūt ē hoc supra.29.septimi. Oportet aūt stabilire ad robur istius demonstratiōis compositū ex.a.⁊.b.ꝑduci ex.d.in cōpositū ex.d.⁊.e.supposito ꝙ ex.d.in se fit.a. ⁊ ex eodē in.e.b.itēq; ꝙ ex.d.e.i se ꝑducat̄ cōpositū ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.supposito eo quod prius ⁊ ꝙ ex.e.in se fit.c.huius itaq; grā ꝓponim⁹ hec demonstrāda.



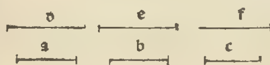
¶ Qd fit ex ductu vni⁹ numeri ī quotlibet tantū ē: quantū qd ex ductu eiusdē ī cōpositū ex illis. ¶ Idē ꝓponit pⁱma scdi de lineis. Sit eni ut ex.a.i.b ⁊ in.c.⁊ in.d.ꝓueniant.e.⁊.f.⁊.g.dico ꝙ ex.a.in cōpositū ex. b.⁊. c.⁊. d.ꝓuenit cōpositū ex.e.⁊.f.⁊.g.sequit̄ eni ex cōuersione diffinitionis eius qd multiplicat̄ ut tota pars sit.b.e.⁊ tota.c.f.sed ⁊.d.tota.g.quota ē vnitas.a. per quintā itaq; se/ptimi: tota quoq; ps erit cōpositus ex.b.⁊.c.⁊.d.compositi ex.e.⁊.f.⁊.g.quota est vnitas.a.ergo per diffinitionē ex.a.in cōpositū ex.b.⁊.c.⁊.d.fit cōpositus ex.e.⁊ f.⁊.g.qd est propositū.



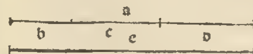
¶ Qd fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum equū ē ei qd fit ex cōposito eorū in eundē. ¶ Hoc ē cōuersū eius qd modo demonstratū ē: vt si ex.b.⁊.c.⁊.d.in.a.fiant.e.⁊.f.⁊.g.fiet quoq; cōpositus ex cō posito i eundē: qd ex.17.septimi ⁊ pdemonstrato facile cōcludit̄.



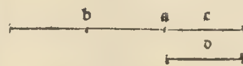
¶ Qd fit ex ductu quotlibet numeroꝝ in quotlibet alios: equū est ei qd fit ex cōposi to horum in compositū illoꝝ. ¶ Ut si.a.b.c.multiplicēt.d.e.f. quilibet quē/libet: iungant̄q; ꝑducta.dico aggregatū ex productis esse equale ꝑducto ex cōpo/sito ex.a.⁊.b.⁊.c.in cōpositū ex.d.⁊.e.⁊.f. est eni p premissam qd fit ex cōposito ex.a.b.c.in.d.quātū qd ex singulis in illū.d.sic ⁊ in.e.⁊ in.f.ex cōposito aūt horū a.b.c.in quēlibet illoꝝ.d.e.f.p ante pⁱmissā fit quātū ex cōposito in cōpositū.itaq; constat ꝓpositū.



¶ Numero in quotlibet ptes diuiso: tantū est qd fit ex toto eo in se: quantū qd ex eo in omnes suas ptes. ¶ Idē ꝓponit scda se/cundi de lineis. vt si.a.diuidat̄ in.b.⁊.c.⁊.d.dico qd tantum fit ex.a.in se quantū in oēs illos.b.c.d.posito eni.e.equali.a.constat ex prima haꝝ incidentiū tm̄ fieri ex.e.in.a.quātū in oēs ptes.a.sed p cōcept.ex.e.in.a.fit quātum ex.a.in se.⁊ ex.e in ptes.a.quātū ex.a.in easdē. Manifestū ergo ē veꝝ esse qd dicit̄.

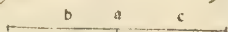


¶ Numero in duo diuiso qd fit ex toto in alterum diuidentium: tm̄ est quantū qd ex eodem in se ⁊ in alterum. ¶ Idem proponit tertia scdi de lineis. Sit eni.a diuisus in.b.⁊.c.dico tm̄ fieri ex.a.in.c.quātū ex.c.in se.⁊ in.b. Nam qd ex.a.i.c. ē quātū qd ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaq;.d.equali.c.erit.a.in.c. quantum d.in.a. At per primā harū.d.in.a.ē quantū in.b.⁊.c.q̄ ergo.d.in.a.⁊ i.b.⁊.i.c.ē quantum.c.in.a.⁊ in.b.⁊ in se propter equalitatem.c.⁊.d.constat propositum.



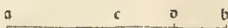
vide intra vbi est tale signum

¶ Numero in duo diviso qđ ex ductu totius in se: est quantum qđ ex ductu vtriusq; diuidentium in se ⁊ alterius eorum bis in alterum.



¶ Idem ꝓponit quarta scđi de lineis vt si .a. diuidatur in .b. ⁊ .c. dico tm̄ fieri ex .a i se. quātū ex .b. in se. ⁊ .c. i se ⁊ ex .b. bis in .c. est eni per quartam harum ꝙ ex .a. in se quantū qđ ex eo in .b. ⁊ in .c. ex eo autē in .b. per premissā est quantū ex .b. in se. ⁊ in .c. at ex .a. in .c. per eandem est quantum ex .c. in se. ⁊ in .b. ⁊ qꝛ ex .c. in .b. tā tum est quantum ex .b. in .c. per .17. septimi. liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duoq; inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ē quadrato medietatis totius.



¶ Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si .a.b. diuidatur in duos numeros equales qui sint .a.c. ⁊ .c.b. itemq; in duos inequales quoꝝ sit maior .a.d. ⁊ minor d.b. dico ꝙ illud qđ fit ex toto .a.d. in .d.b. cū quadrato .c.d. equale est q̈drato .c.b per premissam enim quadratū .c.b. est equale quadrato .c.d. ⁊ quadrato. d.b. ⁊ ei qđ fit ex .b.d. in .c.d. bis: sed ex .b.d. i se ⁊ i .c.d. tm̄ fit quātū i .c.b. ꝑ p̄mā haꝝ: ⁊ iō quātū i .a.c. itaq; ex .b.d. in se ⁊ in .c.d. bis quātū ex ipso .b.d. i .a.d. ꝑ eādē igitur quadratū .c.b. sup̲at id qđ fit ex .b.d. in .a.d. in q̈drato .c.d. cōstat ergo propositū.

¶ Cum fuerit numerus in duo eq̄lia diuisus eiq; alius numerus adiūctus: qđ fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio ⁊ adiuncto.



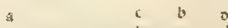
¶ Idem proponit sexta secundi de lineis: Sit eni .a.b. diuisus in duos equales numeros qui sint .a.c. ⁊ .c.b. addaturq; ei numerus .b.d. dico illud qđ fit ex toto .a.d in .d.b. cū quadrato .b. esse equale quadrato .c.d. est enim ex sexta harū quadratū .c.d. equale quadrato .d.b. ⁊ q̈drato .b.c. ⁊ ei qđ fit ex .d.b. in .b.c. bis: s; per primā haꝝ ex .b.d. in se ⁊ in .b.c. bis est q̈ntū ex: b.d. in .d.a. Sūt eni .a.c. ⁊ .c.b. eq̄les. itaq; q̈dratū .c.d. sup̲at id qđ fit ex .b.d. in .d.a. in q̈drato .c.b: qđ ē ꝓpositum

¶ Cū numerus in duo diuidit̄ qđ fit ex toto in se cū eo qđ ex altero diuidētiū in se: ē equū ei qđ ex toto in eundē bis cū eo qđ ex altero i se.



¶ Idem proponit septima scđi de lineis. Sit eni numerus .a. diuisus in .b. ⁊ .d. dico quadratū .a. cū quadrato .d. tm̄ esse quātum qđ fit ex .a. in d. bis cum quadrato b. constat quidē ex sexta haꝝ ꝙ quadratum .a. tantū ē quantū quadratū .d. ⁊ quadratum .b. ⁊ qđ fit ex .d. in .b. bis: itaq; quadratum .a. cum quadrato .d. tm̄ ē quantum qđ ex .d. bis in se. ⁊ bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se ⁊ bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam barum: ergo quod fit ex .d. bis i .a. cū quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius qđ fit ex priori in additum cum quadrato alterius.



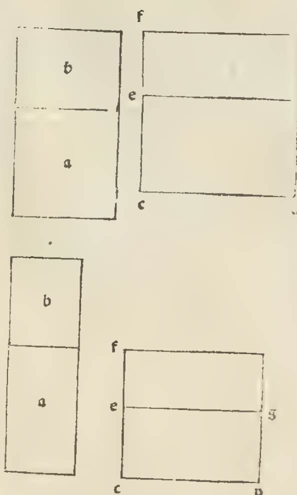
¶ Idem proponit octaua scđi de lineis. Sit numerus .a.b. diuisus in .a.c. ⁊ .c.b. cui addatur .b.d. qui ponatur equalis .c.b. dico quadratum .a.d. tantum esse quātum est id quod fit ex .a.b. in .b.d. quater cum quadrato .a .c. est nanq; per sextam haꝝ quadratum .a.d. equum quadrato .a.b. ⁊ quadrato .b. d. ⁊ ei qđ fit ex .a. b. in b.d. bis: ⁊ quia quadratum .b.d. est equale quadrato .c.b. erit quadratū .a.d. equale quadrato .a.b: ⁊ quadrato .c.b. ⁊ ei qđ fit ex .a.b. in .b.d. bis: per p̄missam autē est quadratum .a.b. cum quadrato .c.b. quantum quadratum. a. c. cū eo quod fit

linee.e.f.incōmēsurabilis in longitudine: quare per.19.superficies.e.g.erit medialis: cum linea.e.f.sit rōnalis i longitudine sicut.c.d.sibi equalis: cū sit ergo.b.eq̄lis.e.g.erit quoqꝫ.b.medialis qđ ē propositū. ¶ Et nota ꝙ omnes superficies mediales cōicantes cōponunt superficiem medialē. Unde tota.d.g.ē medialis: qꝛ cū due linee.e.f.ꝛ.f.g.sint rōnales in potētia tm̄ ꝛ nō cōmunicantes in longitudine sequitur ut tota.e.g.sit rōnalis in potētia tm̄ ꝛ nō cōicās.c.d.i longitudine.itaqꝫ p.19.d.g.ē medialis. Eodēqꝫ mō si sint plꝛes.

Propositio .22.

Omnis differentia qua habundat mediale a mediali: irrationalis esse probatur.

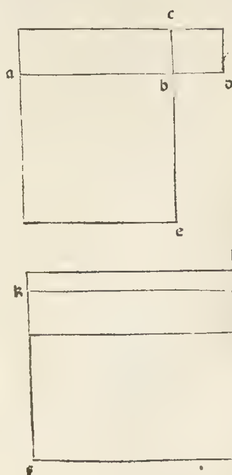
¶ Sit vtraqꝫ duarꝫ superficierū.a.b.ꝛ.a.medialis: dico ꝙ supficies b.que est earꝫ differentia ē irrōnalis. Sit eni linea.c.d.rōnalis i longitudine cui adiungať superficies.d.e.equalis supficiei.a.ꝛ superficies.d.f.equalis totali superficiei.a.b. hoc aūt qualiter fiat in premissa docuim⁹: qꝛ ergo.d.f.est equalis.a.b.ꝛ.d.e.equalis.a.erit p cōceptionē.g.f.equalis.b. Si itaqꝫ supficies.b.nō est irrōnalis sed rōnalis: erit ꝛ.f.g.sua equalis rōnalis. At cum linea.e.g.sit rōnalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16.linea.e.f.rationalis in longitudine ꝛ cōmunicās linee.e.g. p.20.aūt est vtraqꝫ duarꝫ linearū c.e.ꝛ.c.f.potentialiter tm̄ rōnalis ꝛ linee.c.d.incōmensurabilis i longitudine: itaqꝫ.e.f.linea est incōmensurabilis linee.c.e.in longitudine. Et quia per primā sexti quadratum linee.e.f.ad superficiem que fit ex.e.f.in.c.e.ē sicut.e.f.ad.c.e.sequiť per scdam partem.10.ut quadratū linee.e.f.sit incōmensurabile supficiei facte ex e.f.in.c.e. quare ꝛ ipsū quadratū erit incōmensurabile duplo supficiei ex.e.f.i.c.e quadratū vero.c.e.cum sit rōnale est cōicans quadrato e.f.totum igitur ex ambobus compositū erit per.9.cōicans quadrato e.f.ꝛ ideo incōmensurabile duplo superficiei ex.e.f.in.c.e. Et qꝛ per quartā scđi quadratū linee.c.f.ē.equale duob⁹ quadratis duarꝫ linearꝫ.c.e.ꝛ.e.f.ꝛ duplo supficiei ex.c.e.in.e.f. et duplū superficiei c.e.i.e.f.ē incōmensurabile aggregato ex duob⁹ quadratis duarꝫ linearꝫ.c.e.ꝛ.e.f. sequitur per ea que addita sunt in.9.ut quadratū.c.f.sit incōmensurabile aggregato ex duobus quadratis duarꝫ linearꝫ.c.e.ꝛ.e.f.at cū aggregatū ex his quadratis sit rōnale: sequiť quadratū linee.c.f.nō esse rōnale: ꝛ ideo linea.c.f.nō ē rationalis in potentia: ꝛ idcirco nō erit superficies.d.f.medialis neqꝫ.a.b.sibi equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positis: relinquitur igitur ꝙ superficies b.est irrationalis: quod est propositum.



Propositio .23.

Omnis superficies quā cōtinēt due linee mediales potentialiter tantū cōicantes: aut rōnalis est aut medialis.

¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c.mediales potentia tm̄ cōmunicātes: dico ꝙ superficies.a.c ab eis contenta aut est rōnalis aut medialis Sint enim.c.d.quadratū linee.b.c.ꝛ.a.e.quadratū linee.a.b. eruntqꝫ ex ypothesi hec duo quadrata communicantia ꝛ erit per primam sexti superficies.a.c.medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea.f.g. que sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superfices. f.b. equalis quadrato.a.e.ꝛ.b.k.equalis superficiei.a.e.ꝛ.k.l.equalis quadrato.d.c.eruntqꝫ hee tres superficies.f.b.b.k.ꝛ.k.l.continue proportionales sicut sunt sue eq̄les



a.e.a.c.ꝛ.d.c.quare per primã ſexti erunt etiam tres linee.g.b.b.m. ꝛ.m.l.q̃ ſunt baſes earum continue proportionales: ꝛ cuꝫ ſuperficies.f.b.ꝛ.k.l.ſint cõmunicã/tes ſicut duo quadrata.a.e.ꝛ.c.d.eis equalia: ſequitur per primã ſexti ꝛ.10.bui⁹ vt linea.g.b.ſit cõmunicans cum.m.l.vtraqꝫ autem earum eſt rõnalis in potẽtia per 20.buius:igitur ſupficies vnius eaꝝ in alteram eſt rõnalis: omnis eniꝫ ſuperficies quam continent due linee rõnales in potentia : cõmunicantes in longitudine ne/ceſſario eſt rationalis ut patet ex prima ſexti ꝛ prima pte.10.buius ꝛ ex diffinitiõe ſuperficierum rõnalium: ꝛ quia ex prima pte.16.quadratum linee.b.m. eſt equale ſuperficiei ex.g.b.in.m.l.erit quadratuꝫ linee.b.m.rõnale. Si ergo linea.b.m.eſt rationalis in longitudine ſiue cõicans linee.k.m.que eſt equalis linee. f.g. erit per 15.ſuperficies.b.k.rõnalis:ideoqꝫ ꝛ ſua equalis.a.c.ſi autẽ linea.b.m. ſit irrõna/lis in longitudine ſiue incõmenſurabilis linee.k.m.que ẽ equalis linee.f.g. cũ ipſa ſit rationalis ſaltem in potentia: eo ꝙ ſuũ quadratũ eſt rõnale:erit ex.19.ſuperfi/cies.b.k.medialis:quare ꝛ ſua equalis.a.c.conſtat ergo propoſitũ.¶Et nota ꝙ ſi due linee.a.b.ꝛ.b.c.eſſent mediales in longitudine cõmunicantes: eſſet ſupficies a.c.medialis tm̃:eſſet enim ſuperficies.a.c. cõmunicans vtriqꝫ duoꝝ quadratoꝝ a.e.ꝛ.c.d.per primã ſexti ꝛ per preſentẽ ypotheſim ꝛ per.10.buius:ꝛ ideo ſuperfi/cies.b.k.ſibi equalis.a.c.eſſet cõmunicãs vtriqꝫ ſuperficiei.f.b.ꝛ.k.l.igiť per p̃ma ſexti ꝛ.10.buius linea.b.m. eſſet cõmunicans vtriqꝫ duaꝝ lineaꝝ. g.b.ꝛ .l.m.ꝛ q2 bee ambe ſint rõnales in potentia tm̃:non cõicantes in longitudine linee.f.g. eẽt quoqꝫ.b.m.rõnalis in potẽtia tm̃: nõ cõmunicantes in longitudine linee.f.g .ꝛ iõ nec cõmunicans linee.b.d.quare per.19. erit ſuperficies.b.k.medialis tm̃. ꝛ ideo etiam.a.c.ſibi equalis:Si autẽ due linee.a.b.ꝛ.b.c.eſſent mediales neqꝫ in longi/tudine neqꝫ in potentia cõicantes:ſuperficies.a.c.non eſſet rõnalis neqꝫ medialis ſi enim ſic eſſet ſcꝫ ꝙ due linee.a.b.ꝛ.b.c.eſſent mediales neqꝫ in longitudine in potentia cõicãtes:eẽnt duo quadrata.a.c.ꝛ.c.d.incõmunicantia.itaqꝫ ꝛ due ſup/ficies.f.b.ꝛ.k.l.eis equales quoqꝫ: eẽnt incõicãtes:quare ꝛ due linee. g.b.ꝛ. m.l. eſſent incõmẽſurabiles per primã ſexti ꝛ per ſcd̃am ptẽ.10.ꝛ q2 vtraqꝫ eaꝝ ẽ rõna/lis tm̃ in potentia p.20.eſſet ſupficies vnius eaꝝ ad alterã medialis per.19.cũ er/go quadratũ linee.b.m.ſit equale dicte ſuperficiei que fit ex.g.b.in.m.l.per primã partẽ.16.ſexti eẽt per.19.linea.b.m.linea medialis:per.15.ergo nõ eſſet ſuperficies b.k.rõnalis:nec etiã per.20.medialis:quare nec ſua equalis.a.c.

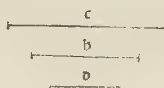
Propoſitio .24.



Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes ſup/ficiemqꝫ rationalem continentes quarum longior ſit po/tentior breuiore:augmento quadrati linee cõmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶Cum omnes due linee mediales potentia tantũ cõmunicantes cõ tineant ſuperficiem rõnalem aut medialeꝫ ut ex premiſſa patet: docet inuenire eas duas que continent ſuperficiem rõnalem ꝛ eas que medialem. Unde propoſitum eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quaruꝫ lon/gior poſſit amplius breuiori in quadratõ alicuius linee ſibi cõmunicantis in lon/gitudine que contineant ſuperficiem rõnalem.¶Ad hoc fm doctrinam.17.Sumo duas lineas.a.ꝛ.b.potentia tantũ rõnales communicantes quarum longior que

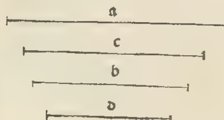
sit.a.possit amplius breuiori que sit.b.in quadrato alicuius linee secum ꝯmunicantis in longitudine: ⁊ ponam lineam.c.scdm doctrinã.9.sexti medio loco ꝓportionalem inter.a.⁊.b. ⁊ ponam ut sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝙ qualiter fiat in.10.sexti dictum est. Dico tunc duas lineas.c.⁊.d.esse quas querimus: patet eñi ex.19. ꝙ superficies quã cõtinent due linee.a.⁊.b.ẽ medialis: ⁊ q꞉ p primã ptẽ 16.sexti quadratũ linee.c.est dicte superficiei equale erit igitur per.19.linea.c.medialis. Cũ autẽ sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.cõmunicat cũ.a.in potentia tm̃ ex ypothesi: q꞉ tam.a.q̃3.b.rõnalis est in potentia sequitur per.10.ꝙ.c.quoq3 cõicet cum d.in potentia tm̃.itaq3 per.21.cu3.c.sit linea medialis: erit etiã.d.medialis: ⁊ per primã ptẽ.12.erit linea.c.potentior linea.d.in quadrato linee sibi ꝯmunicãtis in lõgitudine. Si ergo due linee.c.⁊.d.contineant superficiem rationalẽ ipse sũt quales inquirimus. Eas aũt cõtinere supficiẽ rationalẽ sic habeto: cũ sit.a.ad.b.sicut c.ad.d.erit permutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed erat.a.ad.c.sicut.c.ad.b. igitur est.c.ad.b.sicut.b.ad.d.itaq3 per primã partẽ.16.sexti superficies quã continent due linee.c.⁊.d.est equalis quadrato.b.est aũt quadratũ.b.rationale per ypothe. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee.c.⁊ d.est rationalis: quare constat propositum.



Propositio .25.

Duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicãtes superficiemq3 rõnalem cõtinentes: quaꝝ longior sit potentior breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incõmensurabilis inuenire.

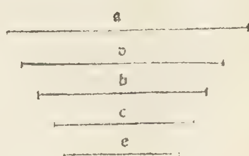
¶ Positis duabus lineis.a.⁊.b.rõnalibus potẽtia tm̃ cõicantibus quarum longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non cõmunicantis in longitudine: que quidẽ reperiunť ẽm doctrinã.18.ceterisq3 positionib⁹ manentibus sicut in p̃missa argumẽtando modo cõsimili: patebit duas lineas.c.⁊.d.esse quales querimus. Et nota ꝙ due linee quas hec ⁊ premissa docent inuenire componunt bimediale primũ: ⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est: dicitur residuum mediale primum.



Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes superficiemq3 medialem continentes quarum longior breuiore tanto amplius possit quantũ est quadratum alicuius linee incõmensurabilis ipsi longiori ĩ lõgitudine inuenire.

¶ Cũ docuerit iuenire duas lineas mediales potentia tãtũ cõicantes superficiẽq3 rationalẽ continentes: quaꝝ longior plus possit breuiori in quadrato linee secum cõmunicantis in longitudine ⁊ secum incõmensurabilis in longitudine Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantũ cõicantes superficiem q3 medialem continentes quaꝝ longior sit potentior breuiori in q̃drato linee nõ secum cõicantis in longitudine. sed solũ sibi incõmensurabilis in longitudine. Illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq3 tres linee sumpte ẽm ꝙ doctrinã.18.a.b.c. potentia tm̃ rõnales ⁊ i ea solũ cõicantes.sitq3.a.potentior.b.⁊.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine: ⁊ ponatur.d.medio loco ꝓportionalis inter a.⁊.b.ut docet.9.sexti: ⁊ sit.d.⁊.e.sicut.a.ad.c. dico duas lineas.d.⁊. e. esse q̃les inquirimus. cum sit enim quadratũ linee.d.equale superficiei que continetur sub.a

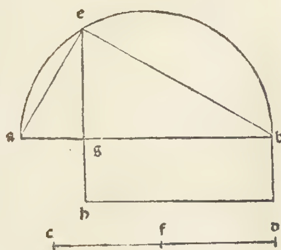


⁊.b.per primã partẽ.16.sexti. Sitq; superficies contẽta sub.a.⁊.b.medialis: ex.19. cum.a.⁊.b.sint potentia tm̃ rõnales cõicantes: erit ex eadem linea.d.mediali s. quia.a.ad.c.sicut.d.ad.e.cõmunicat autẽ.a.cũ.c.in potentia tantũ ex ypothesi se quitur ex.10.ut.e.quoq; cõmunicet cũ.d.in potẽtia tm̃. Itaq; per.21.erit.e. linea medialis.et etiã q2.a.est potentior.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in lon/ gitudine erit quoq; p.12.d.potẽtior.e.q̃drato linee sibi icõmẽsurabilis i lõgitudie Si igitur due linee.d.⁊.e.contineant supficiẽ medialẽ constat eas esse quales iqui rimus: Eas autẽ continere superficiem medialẽ.sic habet: cum sit ex ypothesi.a.ad c.sicut.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d. ad.b. p ypothesim: itaq;.d.ad.b.sicut.c.ad.e.igitur per primã partẽ.15.sexti: superficies quã continẽt.d.⁊.e.est equalis ei quã ↄtinẽt.c.⁊.b.sed.b.⁊.c. continent superficiẽ medialem per.19.cum ipsi sint rationales i potentia tm̃ cõicantes ex ypothesi: ita/ q;.d.⁊.e.continent superficiẽ medialẽ: qd̓ est propositũ. ¶ Si autẽ cura esset inue/ nire duas lineas mediales potentia tm̃ cõmunicantes supficiẽq; medialem conti/ nentes: quaꝝ longior esset potentior breuiori quadrato linee secum cõicantis i lon gitudine: Sumeremus tres lineas sm̃ doctrinã.17.a.b.c.potentia tm̃ rationales ⁊ in ea solum cõmunicantes: ⁊ poneremꝰ lineam.a.esse potentiorẽ linea.c.quadrato alicuius linee sibi cõmunicantis in longitudine: cetera vero manerent ut prius ⁊ ar gumentatione consimili concluderemus duas lineas. d.⁊.e.esse quales proponit̃ inquirere. Et nota ꝙ due linee quas hic.26.docet iuenire: cõponũt bimediale scõm ⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuũ mediale secundũ.

Propositio .27.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽq; medialem continentes quaruz quadrata ambo pariter ac/ cepta sint rationale inuenire:

¶ Propositum est inuenire duas lineas incõmensurabiles tam i po/ tentia q̃; in longitudine que contineant superficiem medialem ⁊ qua drata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem: ad hec autẽ sumo per.18.duas lineas.a.b.⁊.c.d.potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes quaꝝ longi/ or que sit.a.b.sit potentior.c.d.quadrato alicuius linee secũ incõmensurabilis in longitudine ⁊ super lineã.a.b.describo semicirculum.a.e.b. ⁊ diuido lineam.c:d. per equalia ad punctum.f.⁊ diuido lineam.a.b.ad punctum.g.itaq; linea.e.f.ca/ dat in medio loco proportionalis inter.a.g.⁊.g.b. et qualiter hoc fiat in.13.dictũ est: ⁊ pono ꝙ superficies.b.h.fiat ex.a.g.in.g.b.eritq; ex prima pte.16.sexti qua dratum.c.f.equale superficiei.b.h.⁊ quia quadratũ.c.f.est equale quarte pti qua/ drati.c.d.ex quarta scõi: ⁊ q2 supficiei.b.h.deest ad cõplendũ lineam. a.b.superfi/ cies quadrata cuz.a.g.sit equalis.g.b.⁊ quia linea.a.b.potentior est linea.c. d.q̃/ drato linee sibi incõmensurabilis in longitudine ex ypothesi: erit ex scõa parte.14.li nea.a.g.incõmensurabilis linee.g.b.educo igitur a puncto.g.perpendicularem su per lineam.a.b.vsq; ad circũferentiam semicirculi que sit.g.e.⁊ protraho lineas.a e.⁊.e.b.quas dico esse quales querimus.erit enim.e.g.equalis.c.f. eo ꝙ vtraq; ca dit medio loco proportionalis inter.a.g.⁊.g.b.prima quidem per primam partẽ corel.8.sexti.scõa vero per ypothesim: propter qd̓ quadratum vtriusq; earum per primam partem.16.sexti est equale superficiei.a.g.in.g.b.que est.b.h. ipsi igit̃ sũt

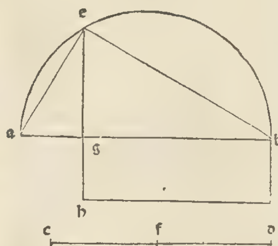


equales. At quia per quartã sexti ꝓportio.a.e.ad.e.b.ẽ sicut.a.g.ad.g.e. sunt aũt a.g.ꝛ.g.e.ꝛ.g.b.ꝯtinue ꝓportionales erit.a.e.ad.e.b.duplicata sicut.a.g. ad.g. b.quare p.18.sexti erit quadratũ linee.a.e.ad quadratũ linee.e.b.sicut.a.g.ad.g.b cum sit igitur.a.g. incõicans.g.b.erit per scđam ptem.10.quadratũ.a.e.incõicans quadrato.e.b.quare due linee.a.e.ꝛ. e.b.sunt incõmẽsurabiles in potentia. Et qꝛ p penultimã primi quadratũ.a.b.ẽ eq̃le q̃dratis duarꝫ linearꝫ.a.e.ꝛ.e.b. piter acceptis q̃dratũ aũt.a.b.ẽ rõale:cũ.a.b.sit rõnalis i potẽtia p ypothe.erũt quoqꝫ q̃drata duarꝫ linearꝫ.a.e.ꝛ.e.b.piter accepta rõnale.Si vero hee due linee cõtinent superficiem medialem habitũ ẽ ꝓpositũ.erat aũt.c.d.rõnalis in potẽtia ꝛ in ea tm̃ cõicans linee.a.b.quare ꝛ.c.f.ꝛ iõ etiã.g.e.sibi equalis erit potentia rõnalis ꝛ tm̃ in eadẽ cõicans cũ.a.b.itaqꝫ p.19.supficies.a.b.in.g.e.est medialis:qꝛ igit̃ p quartã sexti ꝛ per primã ptẽ.15.eiusdẽ supficies.a.e.ꝛ.e.b.ẽ sibi.f.supficiei.a.b. in.g.e. equalis cõstat duas lineas.a.e.ꝛ.e.b.esse quales volumus.¶Et nota ꝙ due linee quas docet hec.27.inuenire cõponunt lineã maiorẽ ꝛ minori carꝫ abscisa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽqꝫ rationalem continentes quarꝫ ambo quadrata pariter accepta sint mediale inuenire.

¶Sit hic prorsus eadẽ dispositio que prius in premissa.Sint autem due linee.a.b.ꝛ.c.d.quales ꝓponit.25.eruntqꝫ simili argumẽtatiõe premisse due linee.a.e.ꝛ.e.b.quales hec.18.proponit.Cum sit eni. a.b. linea medialis erit eius quadratũ mediale per.19.ꝛ iõ quadrata duarꝫ linearꝫ. a.e.ꝛ. e.b. sunt mediale per penult̃.primi:ꝛ quia.a.b.i.c.d.ꝯtinet supficiẽ rõnalem:sequitur etiã ut.a.b.in.c.f.ꝛ ideo in.g.e.sibi equalẽ cõtineat superficiẽ rõnalem:itaqꝫ ꝛ.a.e in.e.b.patꝫ ergo qđ querit̃.¶Unde due linee quas hec.28.docet inuenire cõponũt lineã potentẽ in rõnale ꝛ mediale ꝛ minori carꝫ abscisa de maiori que reliqua ẽ dicitur linea que iuncta cum rationale componit totum mediale.



Propositio.29.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽqꝫ medialẽ continentes quarꝫ quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiei vnius in alterã incõmẽsurabile inuenire.

¶Huius quoqꝫ dispositio a duarꝫ premissarꝫ dispositione non sit in quoquã diuersa.Sint aũt linee due.a.b.ꝛ.c.d.quales.26.ꝓponit eruntqꝫ p̃missa argumentatione due linee.a.e.ꝛ.e.b.quas inquirimus.Cũ enim.a.b.sit linea medialis erunt quadrata duarꝫ linearꝫ.a.e.ꝛ.e.b.pariter accepta mediale.at cum.a.b ꝛ.c.d.contineat superficiem medialẽ.sequit̃ ut.a.b.in.c.f.ꝛ ideo in.e.g.sibi equalem contineat quoqꝫ superficiẽ medialẽ:omnis eni superficies mediali cõmunicãs medialis esse conuincit̃: quẽadmodũ in.21.monstratũ est : supficies igit̃.a.e.i.e.b medialis est cũ ipsa sit equalis supficiei .a.b.in.g.e. Quia vero linea.a.b. ẽ incõmensurabilis linee.c.d.erit etiã incõmensurabilis linee.c.f.quare ꝛ linee.e.g.quare per primã sexti ꝛ scđam ptẽ.10.huius :superficies.a.b.in.e.g.que est equalis superficiei.a.e.in.e.b.erit incõmensurabilis quadrato linee.a .b .itaqꝫ ꝛ quadratis duarum linearum.a.e.ꝛ.e.b.pariter acceptis: qđ cũ ita sit sequitur quoqꝫ vt duplum superficiei.a.e.in.e.b.sit incõmensurabile quadratis predictis duarꝫ linearũ.

a.e.⁊.e.b.pariter acceptis ⁊ hoc erat mõstrandũ. ¶ Due linee quas hec.29.docet inuenire cõponũt lineã potentẽ in duo medialia ⁊ minori eaꝝ abscisa de maiori q̃ reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Propositio 30.

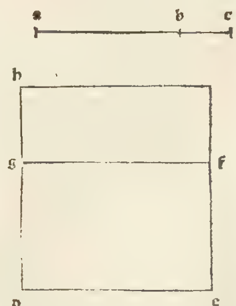
Si due linee potentialiter tantũ rõnales cõmunicantes in longum directumqꝫ coniungantur: tota linea ex his composita erit irrationalis: diceturqꝫ binomium.



¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.in cõtinuũ directũqꝫ cõiuncte rõnales in potentia tm̃ cõcantes: quas p.17.⁊.18.reperies: dico totã lineã.a.c ex eis cõpositã esse irrõnalem ⁊ ipsa vocatur binomiũ. Est eni per quartã secundi quadratũ.a.c.equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.⁊ duplo supficiei vni⁹ earum in alterã: quadrata aũt ambaꝝ faciunt supficiẽ rõnalem ex ypothesi: duplũ vero superficiei vnius eaꝝ in alterã facit supficiẽ medialẽ ex.19.itaqꝫ quadrata amba rũ pariter acceptaꝝ faciunt supficiẽ incõmensurabilẽ duplo supficiei vnius earum in alterã.erit igit̃ ex.9.quadratũ.a.c.incõmensurabile duobus quadratis duarum lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.pitier acceptis quare irrõnale p diffinitionẽ cũ duo illa quadrata faciãt supficiẽ rõnalem.ideoqꝫ suum latus tetragonicũ quod est.a.c. irrõnale quoqꝫ p diffinitionẽ: ɔstat ergo ꝓpositũ.

Propositio .31.

Si due linee mediales potentia tantũ cõicantes superficiemqꝫ rationalẽ continentes directe coniungant̃: tota linea ex his cõposita erit irrõalis dicet̃qꝫ bimediale pmũ.



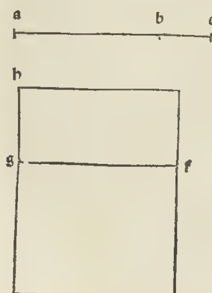
¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c. i cõtinuũ directũqꝫ ɔiuncte quales proponuntur quas p.24.⁊.25.reperies: dico totam lineã.a.c.esse irrõnalem ⁊ ipsa vocatur bimediale pmũ. Est eni duplũ supficiei.a.b. i.b.c. rõnale per ypothe. duoqꝫ quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter accepta faciunt mediale.cuꝫ vtrũqꝫ quadratũ sit mediale per ypothesim ⁊ vnũ coꝝ cõicans alij: duplũ igitur superficiei vnius eaꝝ in alterã est incõicans duob⁹ quadratis piter acceptis: totum ergo aggregatũ ex duplo supficiei ⁊ duobus quadratis ⁊ ipsũ ẽ quadratũ toti⁹.a.c.per quartã scdi ẽ incõmensurabile duplo supficiei vnius eaꝝ in alterã p.9.huius cũ itaqꝫ duplũ supficiei sit rõnale erit quadratũ.a.c. irrõnale. ideoqꝫ ⁊ linea .a.c. qđ ẽ ꝓpositũ. ¶ Idẽ aliter: sit linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiungat̃ superficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a. b. ⁊.b.c. eritqꝫ supficies hec d.f.medialis cum vtrũqꝫ quadratũ sit mediale per ypothe. ⁊ vnũ coꝝ cõicans alij quare per.20.linea.d.g.est rõnalis in potentia tm̃: non cõicans in longitudine linee.d.e.rursus ad lineã.f.g.que est equalis.d.e.adiũgat̃ supficies.f.h.equalis duplo superficiei. a.b.in.b .c.eritqꝫ.f.h.rõnalis per ypothesim: quare per.16.linea.g h.erit rõnalis in longitudine: due itaqꝫ linee.d.g.⁊.g.h. sunt potentialiter rõnales ⁊ in ea tm̃ cõicantes: ergo p.30.tota linea ex eis cõposita que est.d.h.est binomiũ ⁊ irrõnalis: quare p.16.a ɔstructione ɔ̃ntis supficies.e.h.ẽ irrõnalis. At quia p quartã scdi latus ei⁹ tetragonicũ ẽ linea.a.c.ipsa erit irrõnalis p diffinitionẽ qđ oportuit demõstrari.

Propositio .32.

Si due linee mediales potentialiter tantum cõmunicantes superficiemqꝫ medialẽ continentes directe coniungantur tota linea erit irrõnalis diceturqꝫ bimediale secundum.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.in cõtinuũ directumqꝫ ɔiũcte ut ꝓponit̃

quas per.26.contingit reperiri:dico totã.a.c.ex eis cõpositã esse irrõnalem ⁊ ipsa vocatur bimediale scḋm. Esto enim linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiungatur supficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter acceptis ⁊ quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cõicantia:⁊ vtrũqꝫ mediale:erit superficies.d.f.medialis quare per.20.linea.d.g.que est eius latus scḋm est rõnalis i potentia tm̃: ⁊ linee.d.e.incõmensurabilis in longitudine: Rursus adiungat̃ ad lineã g.f.que est equalis linee.d.e.supficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.erit qꝫ etiã supficies.f.b.medialis:erat eni per ypothesim supficies.a.b.i.b.c.medialis.ergo duplũ eius cui est equalis.f.b.erit mediale per.20.igitur est linea.g.b.rationalis in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabilis in longitudine linee.g.f.q: vero.a.b. ⁊.b.c.sunt potentialiter tm̃ cõicantes erit p primã sexti ⁊ per scḋam ptem.10.huius supficies vnius in alterã incõmensurabilis quadrato vtriusqꝫ. At q: quadrata eaꝝ cõicant per ypothesim:erit dicta supficies quare ⁊ duplũ eius incõicans duob⁹ quadratis earũ pariter acceptis:due ergo supficies.d.f.⁊.f.b.sunt incõicantes:p primam itaqꝫ sexti ⁊ scḋam ptẽ.10.huius erit linea.d.g incõmensurabilis linee.g.b. que cũ sint rõnales in potẽtia:erit per.30.tota linea.d.b.binomium ⁊ irrõnalis:ergo per.16.a destructione ꝯñtis erit supficies.e.b.irrõnalis. Et q: latus eius tetragonicũ per quartã scḋi est linea.a.c. sequitur per diffinitionẽ ꝙ linea.a.c. sit irrationalis:qḋ ꝓpositũ erat ostendere.

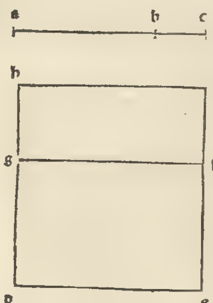


Propositio .33.

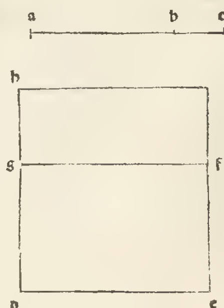


Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles supficiẽqꝫ medialẽ continẽtes quaꝝ ambo q̃drata piter accepta sũt rõnale:tota linea erit irrõnalis diceturqꝫ linea maior.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.sibi in continuum directumqꝫ coniuncte sicut ꝓponitur:quas cõtingit ex.27.repire:dico.a.c.ex eis cõpositã esse lineã irrationalẽ ⁊ ipsa vocat̃ linea maior. Cũ eni ambo quadrata piter accepta sint rõnale superficies vero alteri⁹ in alterã quare et eius duplũ medialis p ypothesim:erit totũ ex duobus quadratis piter acceptis incõicans duplo supficiei vnius in alterã.itaqꝫ totũ aggregatũ ex duobus quadratis ⁊ duplo supficiei ⁊ ipsũ est equale quadrato a.c.per quartã scḋi:erit p.9.hui⁹ incõmensurabile duobus quadratis.a.b.⁊.b.c.piter acceptis:per diffinitionẽ ergo ẽ quadratũ linee.a.c.irrõnale ⁊ linea.a.c.irrõnalis qḋ ẽ ꝓpositũ. ¶ Idẽ aliter sicut i p̃missis ad lineã.d.e.que sit rõnalis in longitudine adiungat̃ supficies.d.f.que sit equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b ⁊.b.c.pariter acceptis eritqꝫ rõnalis per ypothesim quare per.16.latus eius scḋm qḋ est.d.g.erit etiã rõnale in longitudine ⁊ cõicans linee.d.e. Rursus ad lineã.f.g. adiungatur superficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.eritqꝫ medialis per ypothesiꝫ:quare per.20.linea.g.b.que est eius lat⁹ scḋm ẽ rõnalis in potentia tãtũ per.30.igitur est linea.d.b.binomiũ ⁊ irrõnalis:ideoqꝫ per.16.a destructione consequentis superficies.e.b.est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartaꝫ secundi est.a.c.ẽ irrationale per diffinitionem:qḋ volumus ostendere.



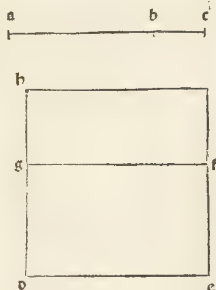
Propositio .34.



Cum cõiuncte fuerint due linee potentialiter incõmenſu/rabiles ſuperficiemqꝫ rõnalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter accepta ſint mediale: tota linea erit irrationalis diceturqꝫ potens in rõnale ⁊ mediale.

¶ Sint ut in premiſſis due linee.a.b.⁊.b.c.in continuũ directumqꝫ coniuncte quales ꝓponit̃: ⁊ ipſe ſunt ex.28.ſumende: dico ꝙ tota linea.a.c. ex eis cõpoſita erit irrõnalis ⁊ illa vocatur linea potẽs i rõnale ⁊ mediale. Cũ ſit eni ſup/ficies.a.b.in.b.c.rationalis per ypotheſim.ideoqꝫ ⁊ duplũ eius ac ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale: ſequitur per quartã ſecũdi ⁊.9.huius quẽadmodũ in premiſſis ꝙ quadratũ totius.a.c.ſit incõicans duplo ſuperficiei.a.b.in. b.c.ꝑ diffinitionẽ igitur ipſũ eſt irrõnale ⁊ linea.a.c.irrationalis qḋ ẽ ꝓpoſitũ. ¶ Idẽ aliter: ſit vt in premiſſis linea.d.e.rationalis in longitudine ſuperficieſqꝫ.d.f. ſibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duaꝝ lineaꝝ. a. b.⁊.b.c.eritqꝫ medialis per ypotheſim: ꝑ.20.igitur: erit linea.d .g.rõnalis in potentia tm̃ nõ cõmunicans in longitudine linee.d.e.Sitqꝫ ſuperficies.f.h.adiuncta ad lineã.g.f. equalis duplo ſuperficiei.a.b.in.b.c.eritqꝫ rõnalis per ypothe. ⁊ iõ ꝑ.16.latus eiꝰ ſm quod ẽ.g.h.rõnale in longitudine quare per.30.linea.d.h.ẽ binomium ⁊ irrationalis: ⁊ ſuperficies.e.h.per.16.a deſtructione ꝯñtis eſt irrõnalis. Cum itaqꝫ linea.a.c.ſit eius latus tetragonicũ: per quartã ſcõi: ſequit̃ ut.a.c.ſit irrõnalis ꝑ diffinitionem: ꝯſtat ergo ꝓpoſitũ.

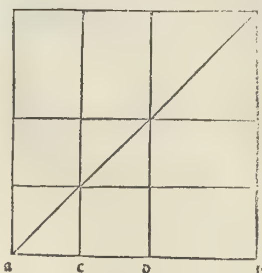
Propoſitio .35.



Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmenſu/rabiles ſuperficiemqꝫ medialẽ cõtinentes quaꝝ quadrata ambo ꝑiter accepta ſit mediale duplo ſupficiei vniꝰ i alteram incommenſurabilem tota linea erit irrõnalis diceturqꝫ potens in duo medialia.

¶ Sint quoqꝫ due linee hic.a.b.⁊.b.c.in cõtinuũ directũqꝫ cõiuncte ut ꝓponit̃ que ex.29.ſumende ſunt: dico ꝙ linea.a.c.ex eis cõpoſita eſt irrõnalis ⁊ ipſa dicit̃ potens in duo medialia. Adiungatur eni ad lineã.d.e.que ſit rõnalis in longitudine ſuperficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c .pariter acceptis: eritqꝫ medialis per ypotheſiꝫ quare per.20.linea.d.g.erit rõnalis in potẽtia tantũ ⁊ incõmenſurabilis.d.e.linee rõnali in longitudine. Kurſus ad lineã.g.f. que eſt equalis.d.e.adiungatur ſuperficies.f.h.que ſit equalis duplo ſupficiei vniꝰ in alterã erit etiã ex ypotheſi medialis quare per.20.linea.g.h.erit rõnalis in potẽtia tm̃.at qꝛ per ypoteſim ambo quadrata pariter accepta ſunt incommenſurabile duplo ſuperficiei vnius in alterã ſequitur ut.d.f.ſit incõmenſurabilis.f.h.quare ꝑ primam ſexti ⁊ ſecundam partẽ.10.huius linea.d.g.eſt incõmenſurabilis.g.h.per 30.igitur eſt linea.d.h.binomiũ ⁊ irrõnalis.itaqꝫ ſupficies. e.h. eſt irrõnalis ⁊ eiꝰ latus tetragonicum qḋ ẽ.a.c.ut in premiſſis: quare conſtat ꝓpoſitũ .Si aũt duplum ſuperficiei.a.b.⁊.b.c.non eſſet incõmenſurabile ambobus quadratis pariter acceptis eſſet linea.a.c.medialis.eſſet eni.d.f.cõicans. f.h. ideoqꝫ linea.d.g. linee.g.h.tota igit̃.d.h.eſſet rõnalis in potentia tm̃ ⁊ incõmenſurabilis in longitudine linee.d.e.per.19.igit̃ eſſet ſupficies.e.h.medialis eiuſqꝫ latus tetragonicum qḋ ẽ.a.c.linea medialis. Ut aũt facilior fiat doctrina ſequẽtiũ premonſtranda arbitramur hoc loco duo quorum primum eſt.

¶Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarū sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo supficiei vni⁹ earū in alteram quantū ē quadratum eius linee qua maior excedit minorē.



¶Sit enī linea.a.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.sitq; maior portio.c.b. de qua sumatur.c d.equalis.a.c.dico ꝙ quadrata duaꝝ linearum.a.c.⁊.c.b. sunt amplius duplo superficiei vnius ī alteram in quadrato linee.d.b. nam quod fit ex a.c.in.c.b.bis cum quadratis duarum linearū.a.c.⁊.c.b. est equale ei quod fit ex.a.c.in.c.b.quater cum quadrato.d.b.eo ꝙ vtraq; hec equalia sunt quadrato linee.a.b.primum quidem per quartam secundi scōm vero per.8.eiusdem. Demptis itaq; vtrūq; equalibus videlicet eo qd̄ fit ex.a.c.in.c.b.bis erūt residua q̄ sūt de primo quidē quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.de secundo vero quod fit ex.a.c.in.c.b.bis cum quadrato.d.b.equalia: quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est ꝙ si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partiū pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc ē propter quod istud premisimus.

¶Si aliqua linea per duo inequalia.itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt ampli⁹ quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplū quadrati illius linee que inter vtrasq; ē sectiones ⁊ quadruplum eius qd̄ fit ex eadem linea in eam que est inter punctū sectionis minus inequalium ⁊ punctum quod diuidit totam lineam per equalia.



¶Sit linea.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.itemq; per alia minus inequalia in puncto.d.rursus per equalia i.e. dico ꝙ quadrata duaꝝ partium magis inequalium que sunt.a.c.⁊.c.b.tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt.a.d.⁊.d.b.quantum est duplum quadrati linee.c.d.⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.sunt enim per.9. secūdi quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.pariter accepta dupla quadratis duarum linearum.b.c.⁊.e.c.pariter acceptis.at per eandem.9.secundi quadrata duaꝝ linearū a.d.⁊.d.b.pariter accepta dupla sūt quadratis duarū linearum.b.e.⁊.e.d.pariter acceptis: itaq; quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.pariter accepta excedūt quadrata duarum linearum.a.d.⁊.d.b.pariter accepta in eo quo duplū quadrati linee.c.e. excedit duplum quadrati linee.d.e.hoc autē per quartam secundi est duplum quadrati linee.c.d.⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.quare cōstat propositum. Ex hoc manifestum est ꝙ quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earū quadrata pariter accepta maiora: ⁊ hoc est ꝓpter quod istud premisimus.

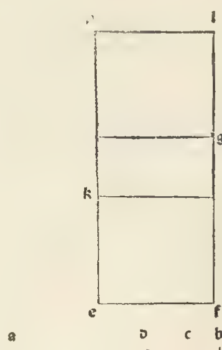
Propositio .36.



In alias duas lineas sub earum termino ex quibus cōiunctum ⁊ nominatum est binomium diuidi impossibile est.



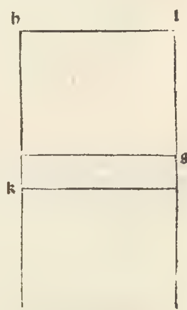
¶Sit linea.a.b.binomium eritq; ex.30.composita ex duabus lineis in potētia tm̄ rōnalib⁹ cōicantib⁹ q̄ sint.a.c.⁊.c.b.dico ꝙ impossibile ē eā diuidi ī alias duas lineas sub hac diuisione videlicet ꝙ ipi sint potētia tm̄ rōales cōicātes: si eni pōt diuidaт̄ i.a.d.⁊.d.b.q̄ sint potētia rōales tm̄ cōicātes. Esto quoq; linea.e.f.rōnalis in lōgitudine cui adiungaт̄ supficies .c.g. que



sit equalis quadratis duarum linearum.a.c.et.c.b. pariter acceptis et superficies. f.b. que sit equalis quadrato linee.a.b.eritque superficies.e.g.rationalis eo quod utrumque quadratorum linearum.a.c.et.c.b.pariter acceptis est rationale per ypothesim et superficies .g.b. medialis per.19.quoniam ipsa est equalis duplo superficiei.a.c. i.c.b.per quartam secundi.Sit igitur rursus superficies.f.k.equalis quadratis duarum linearum.a.d et.d.b.pariter acceptis que cum sint diverse a duabus lineis.a.c.et.c.b.erit per secundum predemonstratorum antecedentium superficies.f.k.diversa a superficie.e.g.earum ergo differentia sit.k.g. eritque per quartam secundi excessus superficiei.f.b.super.f.k.qui sit.k.l.equalis duplo eius quod fit ex.a.d.in.d b.et propter hoc erit etiam superficies.f.k. rationalis.et superficies.k.l.medialis: itaque superficies k.g.cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt.e.g.et.f.k.erit rationalis.Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali.et hoc dico diffinitione et 9. huius hoc confirmantibus. Eadem quoque cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium que sunt.g.b.et.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

Propositio .37.

Bimediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diviso:sub earum termino in alias duas lineas mediales idem dividi est impossibile.

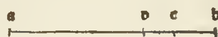


¶Sit quoque hic linea.a.b.bimediale primum divisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes:ex quibus.31.asserit eam componi que sint. a.c.et.c.b.dico quod impossibile est eam dividi in alias duas lineas sub earum diffinitione.Quod si possibile fuerit dividam eam in puncto.d.assumptaque linea rationali.e.f.adiungatur ei.e.g.equalis duobus quadratis duarum linearum.a.c.et.c .b.et superficies.f.b.equalis quadrato.a.b.et superficies. f.k.equalis quadratis duarum linearum.a.d.et.d.b.eritque per quartam secundi.g.b.equalis duplo superficiei.a.c.in.c.b.et per eandem erit.k.l.equalis duplo superficiei.a.d. in.d.b. propter ypothesim quoque erit utraque duarum superficierum .c.g.et.k.f.medialis et utraque duarum linearum.g.b.et.k.l.rationalis. hoc autem impossibile:esset enim per primum superficies.k.g.irrationalis ex.22.per secundum autem eadem esset rationalis ex diffinitione et.9.quod est inconveniens.

Propositio .38.

Bimediale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo dividi non potest.

¶Sit ut prius linea.a.b.bimediale secundum divisa in duas lineas.a.c.et c.b.mediales:potentia tantum communicantes superficiemque medialem continentes:ex quibus.32.proponit eam componi:dico quod impossibile est eam dividi sub earum diffinitione in alias duas:Sin autem dividatur in.d.sintque ut prius superficies.e.g.f.b.et.f.k .adiuncte ad lineam rationalem.e. f.eruntque per presentes ypotheses utreque superficies.e.g.et.g.b.mediales quare per.20.utraque duarum linearum.f.g.et.g.l.erit rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee.e.f.At quia due linee.a.c.et.c.b.erunt incommensurabiles in longitudine:sequitur per primam sexti et per secundam partem.10.huius quod utrumque quadratorum linearum.a. c.et.c. b:sit incommensurabile superficiei unius in alteram:cumque dicta quadrata coicent:ex ypothesi sequitur ut ambo quadrata pariter accepta sint incommensurabile superficiei unius in alteram. ideoque et eius duplo:quare superficies.e .g.incommensurabilis est superficiei.g.b.et linea .g.f. linee



g.l.per primã sexti z scđam ptē.10.huius:itaqȝ per.30.linea.f.l.ē binomium diui/ sa fm suū terminū ī pūcto.g.¶Eodēqȝ mō ꝓbabit̄ ipsā binomiū esse mediantib⁹ supficiebus.e.m.z.m.b.diuisam scđm suū terminū in puncto.m.qđ est impossibi le p.36.Nō eni pōt dici ꝙ linea.f.l.diuisa sit ad puncta.g.z.m. in partes consilcs sic eni esset linea.f.m.equalis.g.l.sed ipsa ē maior linea.m.l.ut patet ex p̄mo pre/ missoꝝ antecedentiū h⁹z pma sexti cū.e.m.supficies sit maior.b.m.superficie: hu ius aūt demōstrationis modus potest esse cōis.37.ceterisqȝ eam sequentibus.

Propositio .39.

Linea maior nisi in duas lineas tantū ex quib⁹constat sub earum termino diuidi non potest:

¶Sit quoqȝ hec linea maior.a.b .diuisa ad punct̄.c.ī duas lineas potentialiter incōmensurabiles supficiēqȝ medialē cōtinentes quarū ambo quadrata pariter accepta sint rōnale:ex talibus eni cōponitur vt affirmat.33.dico ꝙ impōssibile ē ad aliū punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsā diuidi ꝙ si pōt.sit hic ad.d.maneant sub his eadē figura eedemqȝ ypotheses que prius z argue quēadmodū in.36.supficiē.g. k.esse rationalē z irra/ tionalem:qđ est impossibile.

Propositio 40.

Linea potens in rōnale z mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶Hec quoqȝ.40.manentibus prioribus figura z positionibus exce/ ptoqȝ ipsa linea.a.b.diuidatur in punctum.c.in illas duas lineas ex quibus.34.dicit eā cōponi probabit̄ :quēadmodū.37. Si autē aliter fuerit q̄ȝ proponat erit supficies. k.g.rōnalis z irrōnalis:qđ esse non potest.

Propositio .41.

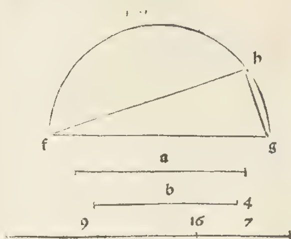
Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino eaꝝ ex quibus coniuncta est:sed in suas tantū duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶Hec eni.41.diuisa linea.a.b.ad punctum.c.i eas ex quibus.35.as/ serit eam componi ceterisqȝ ut supra tam figura q̄ȝ positionibus ma/ nētib⁹ ꝓbat̄ sicut.38.nā dato opposito ꝓpositi.Seq̄t̄ oppositū.36.qđ ē īpossibile

¶Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmēto q̄/ drati linee cōicantis eidem longiori in longitudine fueritqȝ eadeȝ lō/ gior linee posite rōnali cōicans ipsiuȝ:vocabit̄ binomiū primū.Si ve ro breuior posite rōnali cōmunicet dicet̄ binomiū scđm. Qđ si neu/ tra portionū ei⁹ posite rōnali cōicet appellabit̄ binomiū tertiū. Itē si longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratū alicu/ ius linee ipsi longiori icōmensurabilis i lōgitudie fueritqȝ lōgior por tionū posite linee rōnali cōicās i lōgitudie ipsū nūcupabit̄ binomiū binomiū quartū.Si vero breuior posite rōnali cōicet i longitudine quintū noiabit̄.Si aūt neutra portionū ei⁹posite rōnali cōicet i lōgi tudine erit binomiū sextū.

Propositio .42.

Binomiū primū inuenire.¶Sit. a.linea rōalis posita:sumāt̄qȝ duo numeri q̄drati .b.z.c.quoꝝ.c.sit diuisibil' i q̄dratū qui sit.d.z ī nō quadratum qui sit.e.ponat̄qȝ ꝓportio quadrati linee.a.ad q̄dra tum linee.f g. sicut numeri.b.ad numeꝝ.c.eritqȝ ex scđa pte.7.linea

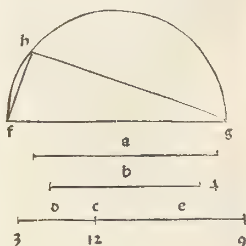


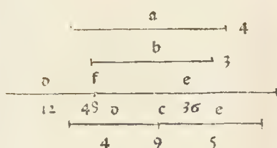
f.g.cõmunicans linee.a.rõnali posite i longitudine:super eã igitur linectur.f.g.b: semicirculus: sitqꝫ ꝓportio quadrati linee.f.g.ad quadratũ linee.f.b.sicut.c.ad.d ꝛ ducatur linea.g.b.dico ergo duas lineas.f.g.ꝛ.g.b.directe cõiunctas cõponere binomium primum. Est enim linea.f.g.que est longior potentior.linea.g.b.que est brevior in quadrato linee.f.b.per.30.tertij ꝛ penultimã primi:cõicat autem linea.f.b.linee.f.g.in longitudine per scdam ptem.7. cum proportio quadratorum ipsarum.f.g.ꝛ.f.b.sit sicut numerorum quadratorum qui sunt.c.ꝛ.d.linea vero.g.b.convincitur esse rõnalis in potentia tm̃:non cõicans linee.f.g.in longitudine. ideoqꝫ neqꝫ linee.a.rõnali posite:cum sit enim quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.f.b.sicut numerus.c.ad numerum.d.erit per eversam ꝓportionalitatẽ quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.g.b.sicut numerus.c. ad numerum.e. cum itaqꝫ.c.sit numerus quadratus.e.vero nõ q̃dratus: seq̃t per vlt.ptem.7.ut linea.g.b.sit incõmensurabilis linee.f.g.in longitudine:relinquit igitur ipsam.g.b.esse rõnalẽ in potentia tm̃ ꝛ a dione lineas.f.g.ꝛ.g.b.ꝯponere binomiũ p̃mũ:qđ erat inveniẽdũ.



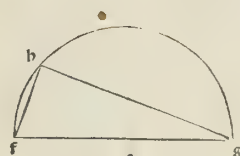
Binomium secundum reperire. Propositio .43.

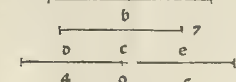
¶Sit ut prius.a.rationalis linea posita.b.vero numerus quadratꝰ c.vero sit numerus nõ quadratus divisibilis in.d.nõ quadratum et e.quadratũ.ita tñ ꝙ proportio totius.c.qui est nõ quadratus ad.d. qui est etiã non quadratus sit sicut numerorum quadratorum:talis autem numerus est. 12.ꝛ.48.divisibilis eni est.12.in.9.quadratũ numerum ꝛ.3. non q̃dratum:estqꝫ ꝓportio.12.ad.3.sicut. 16.ad.4.quorum vterqꝫ quadratus eodẽ mõ.48. divisibilis est in.36.ꝛ.22. Tales aũt numeros sic reperies. Sit.a.numerus quadratus.b.quoqꝫ sit vnitate minor :cuius quadratũ sit.c. At vero.d ꝓveniat ex.b.in.a eritqꝫ ex prima incidentium noni.b.differẽtia.d.ad.c.ducatur idẽ.a.in.c.et ꝓveniat.e.eritqꝫ.e.quadratus ex prima pte correl'.scdi noni eo ꝙ vterqꝫ numerorum a.ꝛ.c.est quadratus per ypothesiꝫ: fiat rursus.f.ex.a.in.d.eritqꝫ.f.qualẽ querimꝰ est enim ex vltima parte predicti correl'.numerus.f.non quadratꝰ:eo ꝙ.d.numerꝰ sit nõ q̃dratꝰ.Si eni.d.numerꝰ esset q̃dratꝰ:esset quoqꝫ.b.q̃dratꝰ ex.2. pte eiusdẽ correl'.2.noni ꝛ ex.22.octavi:ꝛ qr.a.ẽ quadratꝰ esset p.16.eiusdẽ:tertius continue ꝓportionalis inter.a.ꝛ.b.qđ ẽ ipossibile cũ sint sola vnitate distãtes:nõ est igit̃.d quadratus quare nec.f.est enim.f.equalis.d.ꝛ.e.qm̃ cum.b.sit differentia.d.ad.c vt patet ex premissis:erit per primam incidentium noni qđ fit ex.a.in.d.equũ bis que fiunt ex.a.in.b.ꝛ in.c.ꝛ quia ex.a.in.b.fit.d.ꝛ in.c.fit.e.sequitur ut.d.sit differentia.f.ad.e.ꝛ quia per .18.septimi est.f.ad.e.sicut.d.ad.c.erit permutatim.f. ad.d.sicut.e.ad.c.Cũqꝫ vterqꝫ duorum numerorum.e.ꝛ.c.sit quadratus manifestũ ẽ numerum.f.eẽ qualẽ volumus.ẽ eni non q̃dratꝰ divisibilis i.d.nõ q̃dratũ ꝛ.e.quadratũ:cuiꝰ ꝓportio ad.d.ẽ sicut q̃drati ad q̃dratũ videlꝫ.e.ad.c.cetera oia sint vt priꝰ:dico ꝙ linee.f.g.ꝛ.g.b.ꝯponũt binomiũ scdm.cũ eni sit q̃dratũ.a.ad q̃dratum.f.g.sicut.b.ad.c.rursusqꝫ quadratum.f.g.ad quadratum. g.b. sicut.c.ad.e. erit per equã proportionalitatem quadratum.a. ad quadratũ. g.b. sicut.b. ad.e. cũ igit̃ vterqꝫ duorum numerorum.b.ꝛ.e.sit q̃dratꝰ erit p scdam ptẽ ꝛ linea.g.b.cõmũicãs in longitudine linee.a.rationali posite: de linea vero.f.g.constat ꝙ ipsa sit rationalis in potẽtia tm̃ nõ cõmunicans linee.a.rõnali posite in longitudine p vltimam partem.7.que cum sit potentior linea.g.b.in linea.f.b.per.30.tertij ꝛ penultimã primi:cõmunicet aũt linea.f.b.linee.f.g.in longitudine p scdam ptẽ.7. eo ꝙ





eoꝝ quadrata sunt in ꝓportione numeroꝝ.c.ꝛ.d.quoꝝ est proportio sicut nume/roꝝ quadratoꝝ per ypothesim:constat ꝓpositū.❡Aliter quoqꝫ idem est linea.g.b communicans a rationali posite in longitudine quā facile est inuenire sitqꝫ.c.nu/merus quadratus diuisibilis in quadratū.d.ꝛ non quadratū.e.sitqꝫ ꝓportio qua drati linee.g.b.ad quadratū linee.f.g.sicut numer⁹.e.ad numeꝝ.c. eritqꝫ.f.g. in/cōmensurabilis linee.g.b.in longitudine per vltimā ptem.7.ꝛ potentior ea i qua/drato linee.f.b.cui cōicat in longitudine:primo per conuersā deinde per euersam proportionalitatem:ꝛ per scdam ptē.7.ex diffinitione igitur linee.f.g.ꝛ.g.b. cōpo nunt binomium scdm.

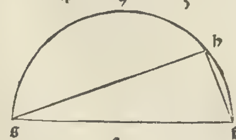


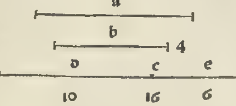


Propositio .44.

Binomium tertium inuestigare.

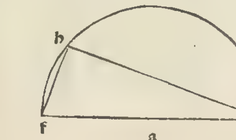
❡Binomiū quoqꝫ tertiū sic reperit:posita ut pri⁹ linea.a.rōnali i lōgitudine sit.b.numerus primus.c.vero quadratus diuisibilis in quadratum.d.ꝛ non quadratū.e.cetera oia sint vt prius:dico ꝙ due li/nee.f.g.ꝛ.g.b.cōponunt binomiuꝫ tertiū:neutra eni eaꝝ est incom/mensurabilis in longitudine linee.a.rōnali posite sed vtraqꝫ incōmensurabilis.f.g quidē per vltimā ptem.7.b.g. vero per equā ꝓportionalitatem ꝛ vltimā partē.7. Est eni p equā ꝓportionalitatē quadratū linee .a.ad q̄dratū linee.g.b .sicut nume rus.b.ad numeꝝ.e.mediantib⁹ :hinc quidē quadrato linee.f.g.inde vero numero c.numeri autē.b.ꝛ.e.nō sunt in proportione aliquoꝝ quadratoꝝ:cū.b.sit numer⁹ primus.si eni essent in proportione numeroꝝ quadratoꝝ:necesse esset p.16.octaui ꝛ octauā eiusdē:tertiū eis in cōtinua proportionalitate interesse.esset igitur per.17 eiusdē numerus.b.supficialis qd̄ ē impossibile cū sit primus p ypothe. incōmensu/rabilis est itaqꝫ linea g.b.linea.a.rōnali posite ex vltima pte.7.qr ergo linea .f.g. potentior ē linea.g.b.in quadrato linee.f.b.ex.30.tertij ꝛ penul. primi que cōicat ei in longitudine ex scda pte.7.ex diffinitione binomij tertij: pꝫ nostra intentio





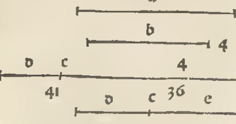
Binomium quartum scrutari. Propositio .45.

❡In inuentione binomij quarti eodē modo ꝓcedendū ē sicut in in/uentione primi.excepto ꝙ q̄dratus numerus.c.diuidat̄ in duos nō q̄dratos qui sunt.d.ꝛ.e.cetera oia negocianda sunt hic ex diffinitio/ne binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.



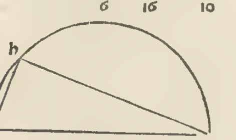
Binomium quintum querere. Propositio .46.

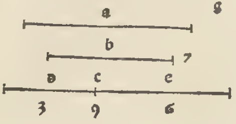
❡Huius inuentio sic ē sicut binomij scdi:excepto ꝙ numer⁹.c.nō q̄/dratus diuidet̄ in.d.nō quadratū ꝛ.e.quadratū.ita tamē ꝙ ꝓpor/tio.c.ad.d.nō sit sicut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū. Cetera oia sūt hic ꝑquirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt ex diffinitione binomij scdi.vel pone ꝙ linea.g.b.sit cōicās linee.a.rōnali posite ī longitudine:ꝛ pone numeꝝ.c.quadratū diuisū in duos nō q̄dratos qui sūt.d.ꝛ.e. pone itaqꝫ ꝓportionē q̄drati linee.g.b.ad q̄dratū.f.g.sicut numeri.e. ad numeꝝ c.deinde astrue ꝓpositū ex vltima parte.7.ꝛ p̄niib⁹ ypothesib⁹ꝛ conuersa ꝛ euersa ꝓportionibus ꝛ iterū ex vltima parte. .ex diffinitione binomij quinti.



Propositio .47.

In binomio sexto demū oportet insistere. ❡Binomiū sextū sicut tertiū scrutādū ē ꝛ tñ erit hic nūer⁹ q̄drat⁹.c.diuis⁹ i duos nō q̄dratos.d.ꝛ.c cetera ut ibi eritqꝫ ex dione binomii.6.linea q̄ꝫ ꝯponūt





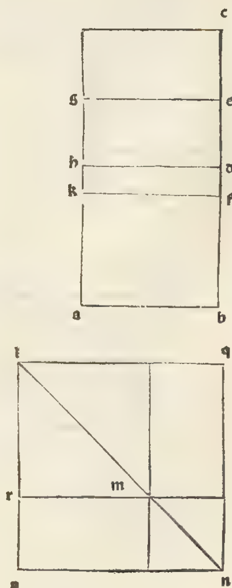
f.g.⁊.g.b.ſibi inuicem directe cōiuncte binomiū ſextū: qđ ē ꝓpoſitum inuenire.

Propoſitio .48.



I fuerit ſuperficies binomio primo lineaq; rationali contenta: latus qđ ſuper eam poteſt binomium eē neceſſe eſt.

¶ Sit ſuperficies.a.c.contenta linea rōnali.a.b.⁊ binomio primo ꝙ ſit.b.c.dico ꝙ latus tetragonicū ſuperficiei. a.c.ē binomiū: Sit eni punctus.d.cōmunis termin⁹ duaꝝ portionū binomij prim i:b.c.cuius maior portio ſit.b.d.eritq; rōnalis i longitudine ex diffinitione: ⁊ cōmenſurabilis linee.a.b.rōnali poſite. Diuidatur item minor portio que eſt.d.c.per equalia ad punctū e.lineaq;.d.b.diuidat̄ ſub ea conditione ad punctū.f. qđ inter partes eius que ſūt.b.f.⁊.f d.cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in.13.dictum eſt: ducantur autē linee.e.g.d.h.f.k. equidiſtantes linee.a.b.⁊ quia ex diffinitione binomij primi linea.d.b.eſt potentior linea.d. c.in quadrato linee ſibi cōmunicantis in longitudine: ſequitur ex ſcđa parte.13.ꝙ due linee.b.f.⁊.f.d. ſint cōicantes: per.9.igitur eſt vtraq; earū cōmunicans toti linee.b.d.quare ꝑ diffinitionē ambe ſunt rōnales in longitudine.ideoq; per.15.vtraq; duaꝝ ſuperficieꝝ a.f.⁊.f.b.eſt rōnalis: deſcribatur itaq; quadratū.l.m.cuius latus.l.r.equale ſuperficiei.a.f.cui circūponatur gnomo protracta dyagonali.l.m.n.ad eam quantitatē qđ ipſius gnomonis quadratū: qđ ſit.m.n.ſit equale ſuperficiei.f.b.duoq; ei⁹ ſupplementa ſint.p.m.⁊.m.q.que neceſſe eſt eſſe equalia duabus ſuꝑficiebus. d.g.et g.e.qđ ſic collige: cū enim ſit linea.d.e.medio loco ꝓportionalis inter lineas.b.f.⁊ f.d.erit ſuperficies.d.g.ex prima ſexti medio loco ꝓportionalis inter ſuperficies a.f.⁊.f.b. quare ⁊ inter quadrata.l.m.⁊.m.n.⁊ quia ſupplementū p.m.eſt etiam medio loco porportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti: ſequitur ut.p.m.ſit equalis.d.g.ideoq;.m.q.g.e.igitur linea.l.p.eſt latus tetragonicū ſuperficiei.a.c. hanc lineā dico eſſe binomiū: cū ſint eni ambo quadrata. l.m: ⁊.m.n .rationalia erunt ex diffinitione due linee.l.r.⁊.r.p.potentialiter rōnales. Eſt autem per primam ſexti.a.f.ad.d.g.ſicut.b.f.ad.d.e.ſed.b.f.eſt incōmenſurabilis.d.e.ſ꜖qr.b.f eſt .ationalis ſimpliciter vt probatum eſt.d.e.vero quia cōicat in longitudine.d.c rōnale in potētia tantum eritq; ipſa rōnalis in potentia tantū per.18.qđ ex pmiſſis ypotheſibus manifeſtū eſt itaq; per ſcđam ꝑtē.10.ſuꝑficies.a.f.eſt incōmenſurabilis ſuperficiei.d.g.igitur ⁊ quadratum.l.m.ſupplemento.p.m.quare ꝑ primā ſexti ⁊ ſcđam ꝑtē.10.linea.l.r.ē incōmēſurabilis linee.r.p.ex.30.igit̄ ꝯſtat lineā.l.p eſſe binomiū qđ erat monſtrandū.



Propoſitio .49.



I fuerit ſuperficies linea rationali binomioq; ſecūdo cōtenta: latus eius tetragonicum erit bimediale primum.

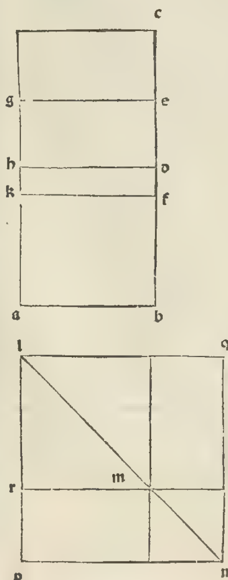
¶ Sit eadem figura eedemq; ypotheſes q̄ in premiſſa: eritq; ex diffinitione binomij ſecundi linea.d.c.rationalis in longitudine: quare per.15.vtraq; duarum ſuperficierum.d.g.⁊.g.e.ideoq; et duo ſupplementa.p.m.m.q.erit rationalis: linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tantum: et diuiſa in duas lineas communicantes.f.d.et. b.f.ex diffinitione binomij ſecundi ⁊ premiſſis ypotheſibus ⁊ ſecunda parte.13.per.19.igitur erit vtraq; duaꝝ ſuperficieꝝ.a.f.⁊.f.b.ideoq; ⁊ vtrūq; quadratoꝝ.l.m.⁊.m.n.mediale: itaq; ambe

linee.l.r.z.r.p.sunt mediales in potentia quoqз cōmunicantes:nā cum linea.b.f. cōicet linee.f.d.sequitur ut.a.f.ↄmunicet.f.b.quare quadratū.l.m.quadrato.m.n.ideoqз z linea.l.r.linee.r.p.in potentia:in longitudine autē non cōmunicāt:qm̄ vna earum ad alterā est sicut.l.m.ad.m.p.Cum igitur.l.m.nō ↄmunicet.m.p.eo ꝙ altera medialis videlicet.l.m.altera vero rōnalis videlicet.m.p.sequitur ut.l.r nō cōmunicet in longitudine.r.p. qꝛ igitur ipse continent superficiem rationalem que est.m.p.ↄstat lineam.l.p.ex.31.huius esse bimediale primum.

Propositio .50.

Si binomio tertio ac linea rationali superficies continea/tur linea in eam potens erit bimediale secundum.

¶ Dispositio z ypotheses maneant vt supra.Eritqз ex his ypothesi/bus z diffinitione binomij tertij z.19.vnaqueqз quatuor supficierū in quas diuisa ē supficies.a.c.medialis: quare vtrūqз duoꝝ quadratoꝝ.l.m.m.n.z vtrūqз duoꝝ supplemētoꝝ.p.m.z.m.q.erit etiā mediale vtraqз igitur duaꝝ linearū.l.r.z.r.p.erit medialis.z cū due superficies.a.f.z.f.b.sint cōmunicantes eo ꝙ due linee.b.f.z.f.d.sint cōmunicantes per secūdā partē.13.erūt due linee.l.r.z.r.p.cōmunicantes in potentia in longitudine vero nō:qꝛ supficies l.m.non cōicat cū superficie.m.p.eo ꝙ neqз.a.f.cōicat cum.d.g. Nam linea.b.f. nō cōmunicat cum.d.e. cum igit̄ ipsi ↄtineant superficiem medialem que est.p.m cōstat ex.32.lineā.l.p.esse mediale scōm:quod est propositum.



Propositio .51.

Si linea rationali binomioqз quarto superficies cōtinea tur:que in eā superficiem potest est linea maior.

¶ Cunctis ut in premissis manētibus erit ex ypoth. z diffinitione binomij quarti z.19.vtraqз duaꝝ supficieꝝ.d.g.z. g.c. quare z vtraqз duaꝝ.p.m.z.m.q.medialis duoqз quadrata.l.m.z.m.n.pariter accepta rōnale eo ꝙ superficies.a.d.ē rōnalis per diffinitionē binomij quarti z.15. Et quia.d.b.diuidit̄ in puncto.f.in duo incōicantia per scōam partē.14.erit superficies.a.f. incōmensurabilis superficiei.f.b.Ideoqз z quadratum.l.m. quadrato m.n.due igitur linee.l.r.z.r.p.sunt incōmensurabiles i potentia que cū contineāt superficiem medialē.p.m.z earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale ↄstat per.33.lineā.l.p.esse lineam maiorē quod erat monstrādum.

Propositio .52.

Si fuerit superficies linea rationali atqз binomio quinto contenta quecunqз in eam linea potest potens in ratio/nale z mediale esse ex necessitate conuincitur.

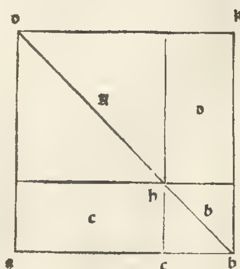
¶ Hec in hac quoqз ē aliquid ex priorum dispositione z positionib⁹ mutandū:eis enīз manētibus erit ex his que posita sunt in diffini/tione binomij qnti z.15.vtraqз duaꝝ supficieꝝ.d.g.z.g.e.quaꝝ vtraqз duaꝝ .p.m.z.m.q.rōnalis totaqз.a.d.quare z duo q̄drata.l.m.z.m.n.piter accepta me/dialis ex.19.cūqз ex scōa pte.14.sit linea.f.b.icōmēsurabilis linea.f.d.iōqз supfici/es.a.f.supficiei.f.b.z q̄dratū.l.m.q̄drato.m.n.erit linea.l.r.icōmēsurabil' i potē/tia linea.r.p.at qꝛ ipē ↄtinēt supficiē rōnalē.p.m.z eaꝝ q̄drata ābo piter accepta sunt mediale conclude ex.34.lineā.l.p.esse potentem in rationale z mediale:quod promissum est.

Propoſitio .53.



I binomio ſexto lineaqꝫ rõnali ſuperficies contineatur linea que in eam poteſt: in duo in medialia potens eſſe pꝛobatur.

¶ Hec.53.adhuc te ſuſtinet ociari a pingendo figuras: contenta eni eſt pꝛemiſſis diſpoſitione ⁊ poſitionibus. Quib⁹ ſtantibus neceſſe ē ex ipſis poſitis ⁊ diſpoſitione.i.diffinitione binomij poſtremi ⁊.19.quālibet ex ſuperficiebus.a.d.⁊.d.g.⁊.g.c.pꝛopter quod ⁊ ambo quadrata.l.m.⁊.m.n.pariter accepta ⁊.p.m.⁊.m.q.eſſe medialeꝫ. Cumqꝫ.b.f.⁊.f.d. pꝛopter qđ.a.f.⁊.f.h.ideo qꝫ.l.m.⁊.m.n.ſint incõmenſurabiles erunt due linee.h.c.⁊.r.p.incõmmenſurabiles in potentia.at quia ipſe continent ſuperficiem medialem.p.m. earumqꝫ ambo quadrata pariter accepta ſunt mediale qđ eſt duplo ſuperficiei vnius in alterā incommenſurabile: qđ ex eo pꝛobatur ꝙ ſuperficies.b.h. ē incõmenſurabilis ſuperficiei.h.c.pꝛopter hoc ꝙ linea.d.b.eſt incõmenſurabilis linee.d.c. ſequitur ex.35.lineam.l.p.eſſe que poteſt in duo medialia.

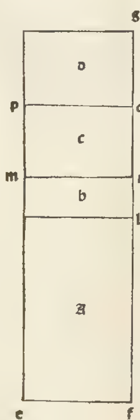


Propoſitio .54.



I linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungatᷣ: latus eius ſcõm binomiū pꝛimū eſſe cõueniet.

¶ Hec ſex ſequentes conuerſe ſunt ſex pꝛecedentium per oꝛdinē Hui⁹ autem eſt hec intentio. Sit linea.a.b.binomiū diuiſa ad punctū.c. in duas lineas.a.c.⁊.c.b.ſm ſuam diffinitionē aut termini eiuſqꝫ.a b.quadratum ſit.b.d.ſitqꝫ linea.e.f.rõnalis in longitudine cui adiungatur ſuperficies.e.g.equalis quadrato.b.d.dico ꝙ latus ſcõm: huius ſuperficiei quod ē linea f.g.eſt binomiū pꝛimū. Diuidatur eni quadratū.b.d.in duo quadrata.b.h.⁊.h.d.que ſint quadrata duarum poꝛtionuꝫ binomij: ⁊ in duo ſupplementa.a.h.⁊.h.k.quoꝛum vtrūqꝫ continetur ſub duabus poꝛtionibus binomij: eritqꝫ ex diffinitione binomij que habetur per.30.vtrūqꝫ iſtoꝝ quadratoꝝ rõnale.⁊ per.19.vtrunqꝫ ſupplementū mediale. Ex ſuperficie igitur.e.g.abſcindatur ſuperficies.e.l. equalis quadrato.d.h.⁊.l.m.equalis quadrato.h.b.⁊.n.p.equalis vni duoꝛuꝫ ſupplementoꝛum.a.h.vel.h.k.eritqꝫ.p.g.reſidua equalis reliquo ſupplemento: quare per pꝛimam ſexti linea.n.q.eſt equalis linee.q.g.ex pꝛemiſſis aūt manifeſtū eſt ꝙ vtraqꝫ duaꝝ ſuperficierum.e.l.⁊.l.m.⁊ iđ tota ſuperficies.e.n.eſt rõnalis Et vtraqꝫ duarum equalium. n.p.⁊.p.g.⁊ ideo tota.m.g. medialis: quare per.16.vtraqꝫ duarum linearuꝫ.f.l.⁊.l.n.⁊ tota linea.f.n.rõnalis in longitudine: ⁊ linee.e.f.rationali poſite cõmenſurabilis: ⁊ per.20.vtraqꝫ duaruꝫ.n.q.⁊.q.g.⁊ tota.n.g.rationalis in potentia tantum incõmenſurabilis linee.m.n.⁊ ideo linee.e.f.ſibi eq̄li ⁊ per conſequēs ⁊ linee.f.n.in longitudine: Si igitᷣ linea.f.a. que eſt maioꝛ linea n.g. vt ex pꝛimo duoꝝ antecedētiū.35.demonſtrationi ſubiunctoꝛū ⁊ pꝛima ſexti apparet: fuerit potentioꝛ linea.n.g.minoꝛi in quadrato linee ſecum cõmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij pꝛimi manifeſtum eſt lineam.f.g.eē binomium pꝛimum. Hoc autem ita eſſe ſic habeto. Cum inter duo quadrata. d.h ⁊.h.b.ſit per pꝛimā ſexti ſuperficies.a.h.medio loco pꝛopoꝛtionalis: cõuincitur ex pꝛioꝛibus ypotheſibus ſuperficiem.m.q.eſſe inter ſuperficies.e.l.⁊.l.m. medio loco pꝛopoꝛtionalis: quare per pꝛimā ſexti linea.n.q.que eſt medietas linee. n.g eſt in medio loco pꝛopoꝛtionalis inter duas lineas.f.l.⁊.l.n.qđ igitur fit ex.f.l.in

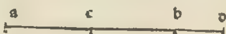


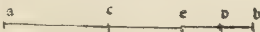
ex.a.b.in.b.c.bis:itaq; quadratum.a.d.tantū ē quātū qđ ex.a.b.in.b.d.bis ⁊ ex a.b.in.b.c.bis cū quadrato.a.c.⁊ q᷑ ex.a.b.in.b.c.tm̄ fit quantū in.b.d. conſtat verꝝ eē quod ꝓpoſitum eſt. **¶Cum fuerit numerus in duo equalia duoq; inequalia diuiſus: quadrata amborū inequalium pariter accepta duplum ſunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.** ¶Idem proponit nona ſcđi de lineis Sit enim.a.b.diuiſus ꝑ duos equales qui ſint.a.c.⁊.c.b.⁊ ꝑ duos inequales qui ſint.a.d.⁊.d.b.dico ꝙ quadrata duoꝝ numeroꝝ.a.d.⁊.d.b.pariter accepta ſunt duplū duobus quadratis duoꝝ numeroꝝ.a.c.⁊.c. d.pariter acceptis. Eſt eni per ſextam haꝝ quadratum.a.d.quantū quadratū.a.c. ⁊ quadratū.c.d.⁊ duplū eius qđ fit ex.a.c.in.c.d.q᷑ aūt.a.c.ē equalis.c.b. erit quadratū.a.d.quantū quadratū b.c.⁊ quadratū.c.d. ⁊ duplū eius qđ fit ex.b.c.in.c.d.itaq; quadratū.a.d. cū quadrato.b.d.ſunt quātū quadratū.b.c.⁊ quadratū.c.d.⁊ duplū eius qđ fit ex.b.c.in c.d. ⁊ quadratū.b.d.duplū aūt eius qđ fit ex.b.c.in.c.d.cū quadrato.b.d. ē equale quadrato.b c.⁊ quadrato.c.d.ꝑ.9.haꝝ ergo quadrata duoꝝ numeroꝝ.a. d.et d.b.ſunt quantū quadrata duoꝝ numeroꝝ.b.c.⁊.c.d.duplicata:⁊ quia.b .c.⁊.c.a ſunt equales:p; ꝓpoſitū. **¶Cum fuerit numerus in duo equa diuiſus aliuſq; adiunctus: quadratum totius cōpoſiti cum quadrato adiuncti duplum ſunt ad quadratum medietatis ipſius cum quadrato compoſiti ex medietate ⁊ adiuncto.** ¶Idē proponit.10.ſcđi de lineis.Sit eni; numerus.a.b.diuiſus in duos equales.a.c.⁊.c.b.ſitq; ſibi adiunctus numerus.b.d. dico quadratū.a.d.cū quadrato.b.d.duplū eē ad quadratū.a.c.cū quadrato .c.d cū ſit eni numerus.c.d.in duo diuiſus ſibiq; ſit.a.c.equalis vni diuidentiū addit⁹ erit per.10.haꝝ quadratū.a.d.quantū qđ fit ex.c.d.in.c.a.quater cū quadrato.b. d.q᷑ vero.a.c.ē equalis.c.b.erit quadratū.a.d.quātū qđ fit ex.d.c.i.c.b.q̄ter cū q̄drato.b.d.itaq; quadratū.a.d.cū quadrato.d.b.erit quantū qđ fit ex.d.c. in.c.b quater cū duplo quadrati.b.d.hoc aūt ꝑ.19.haꝝ duplū ē ad q̄dratū .c.d.cū q̄drato.c.b .cū igit̄ ſit q̄dratū.c.b.equale quadrato.a. c.cōſtat ꝓpoſitum. **¶Numerum aliquem ita diuidere ut qđ ex toto ⁊ vna eius portione cōtinetur equum ſit quadrato alterius eſt impoſſibile.** ¶Qđ.11.ſecundi proponit faciendum in lineis.demonſtrat hoc impoſſibile eſſe in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b.dico impoſſibile eſſe ipſū ſic diuidi ut proponitur:ſic eni diuideret̄ ſm proportionē habentem medium ⁊ duo extrema:ut patet ex diffinitiōe ⁊.20.ſeptimi.Si autem poteſt diuidatur in.c.ſitq;.a.b.ad.b.c. ſicut. b.c.ad .c.a. erit itaq;.a.c.minor.c.b.detrahatur igitur ab eo equalis ſibi qui ſit. c.d q᷑ igitur eſt proportio totius.a.b.ad totum.b.c.ſicut.b.c detracti ab.a.b. ad.c. d. detractum ab.b.c.erit eadem .a.c .reſidui.a.b.ad.b.d.reſiduum.b.c.quare .b.c. ad.c. d.ſicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b.detracto itaq;.d.e.de.c.d.ut ſit.d. e.eq̄lis.d.b.erit etiā ꝓportio.b.c.ad.c.d.ſic.c.d.ad.d.e. q̄re ſic.d.b.reſidui.c.b. ad.c.e.reſiduū.c.d.pōt igit̄.c.e.detrahi ab.e.d.nō erit itaq; finis iſti⁹ detractiōis qđ ē ipoſſibile.Nūc ad ꝓpoſitū reuertamur. **Propoſitio .17.**

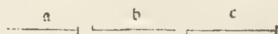


Si fuerint duo numeri ꝯtra ſe primi quātus ē primus eoꝝ ad ſcđm:tantū eſſe ſcđm ad tertium quēq; impoſſibile eſt. ¶Sint.a.⁊.b.contra ſe primi:dico impoſſibile eſſe aliquē eis in continua ꝓportionalitate adiungi.Si eni; pōt ſit.c.q᷑ igit̄.a.ad.b.ſicut









b.ad.c.sunt aūt.a.z.b.in sua proportione minimi per .23.septimi: sequitur p.21. eiusdem ut.a.numeret.b.qui cum etiā numeret se: non erunt.a.z.b.contra se pri mi:quod est contrarium poni.

Propositio .18.



I quotlibet numerorū cōtinue ꝓportionalium duo extre ma fuerint cōtra se primi quantꝰest primus ad scōm tantū esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

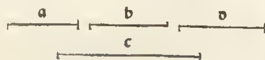


¶ Sint.a.b.c.cōtinue proportionales.sintq̃.a.z.c.contra se primi dico ꝙ in eadē proportione non potest eis adiūgi alius. si eni potest sit.d.quia igitur ē.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutati.a.ad.c.sicut. b. ad.d. sunt autē.a.z.c.in sua ꝓportione minimi per.23.septimi itaq̃ p.21.eiusdem.a. nume/ rat.b.quare etiam numerat.c.numerorū enim continue proportionalium:si primꝰ numerat scōm: ipse numerat omnes z simpliciter quilibet precedēs quēlibet sequē tem.at ꝗ etiam numerat se:non erunt.a.z.c.cōtra se primi: qd est inconueniens.

Propositio .19.



Ropositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue pro portionalis perscrutari.

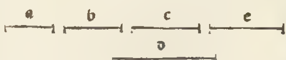


¶ Sint.a.z.b.duo numeri propositi:volo inquirere an eis possit ter tius sub continua proportionalitate adiūgi.Igitur si ipsi sunt cōtra se primi impossibile est per.17.si vero cōpositi ducatur.b.i se.z pro/ ueniat.c.quē si.a.numerat erit.si vero nō numerat non erit.Numeret enim eū fm d.qui erit quē querimus per.2.partem.20.septimi. sit ergo ut no ı numeret eum est tamen ut.a.ad.b.sicut.b.ad.d.itaq̃ ꝗ ex.b.in se fit.c.sequitur per primā par/ tem.20.septimi.ut ex.a.in.d.fit idē.igiť.a.numerat.c.fm.d. sed erat positū ꝙ nō quare sequiť impossibile.

Propositio .20.



Atis tribus numeris cōtinue proportionalibus an sit ali/ quis quartus eis continue proportionalis inquirere.



¶ Sint cōtinue proportiōales.a.b.c.volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi.igitur si.a.z.c.sunt ꝯtra se primi impossibile est per.18.si aūt cōpositus.sit.d.qui prouenit ex b.in.c.quē si numerat.a.erit.si vero nō numerat nō erit.numeret enim eum fm.e qui erit quē querimus:per scōam partem.20.septimi.sit ergo ut nō n meret eum: est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaq̃ ꝗ ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primā ptem 20.septimi.vt ex.a.in.e.sit idem.ergo.a.numerat.d.fm.e.sed positū erat ꝙ non: Idē potes perscrutari quotlibet cōtinue proportionalibus propositis.si enim duo extremi sint cōtra se primi finem habet intentio per.18.si autem compositi: ducto scōo in vltimū si productum numeret primus:is scōm quē eū numerat est quē que rimus per scōam ptē.20.sep.si aūt primꝰ ꝓductū nō numerat nullꝰ erit: quotlibet eni posito p primā ptē eiusdē fm ipsū positū.numerabit primꝰ ꝓductū: qd positū erat nō numerare.

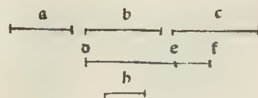
Propositio .21.



Atis quotlibet numeris primus aliquē primū ab eis di/ uersum esse necesse est.

¶ Nihil aliud intendiť nisi ꝙ numeri primi sint infiniti demonstrare Sint eni.a.b.c.numeri primi.dico esse aliquē primū diuersū ab eis sit quidē.d.f.minimus quē numerāt cui addita vnitate fiat.d.g.qui

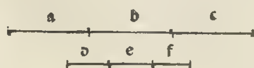
est primus aut compositus. si primus constat propositum. si compositus numerat eum aliquis primus qui sit. b. quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. si enim esset aliquis eorum cum quilibet ipsorum numeret. d. f. ipse quoque numeraret eundem: at quia numerat. d. g. oporteret ipsum numerare. f. g. qui est unitas quod est impossibile. Idem sequitur posito. d. f. quolibet numero quem numerant. a. b. c. quare constat propositum



Propositio .22.


Si coacerventur quotlibet numeri pares: totus quoque ab eis coacervatus erit par.

¶ Sit quisque numerorum. a. b. c. par: dico ex eis compositum esse parem. habet enim ex conversione diffinitionis quisque eorum medietatem. sint ergo eorum medietates. d. e. f. quia igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. et. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaque totus. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaque. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. est par: quod est propositum.



Propositio .23.


Si numeri impares numero pares coacerventur: totus quoque ex eis coacervatus erit par.

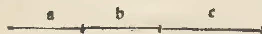
¶ Sit quilibet numerorum. a. b. c. d. impar: dico ex eis compositum esse parem: dempta enim a quolibet unitate constat residuos esse pares: et quia ille unitates dempte componunt parem cum sint numero pares: constat propositum per premissam.



Propositio .24.


Si numeri impares numero impares coacerventur: totum quoque ex eis coacervatum imparem esse.

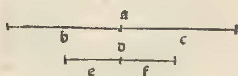
¶ Sit quilibet numerorum. a. b. c. impar: dico totum ex eis compositum esse imparem. erit enim per premissam compositus ex. a. et. b. par: et quia. c. dempta unitate est par erit per ante premissam totus. a. b. c. dempta unitate par: per diffinitionem itaque constat totum esse imparem.



Propositio .25.


Si a numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par

¶ Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui quoque sit par: et residuus sit. c. dico. c. esse parem. sit enim. d. medietas. a. e. quoque sit medietas. b. detractoque. e. de. d. sit reliquus. f. erit per. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. est medietas. itaque. c. est par: quod est propositum.



Propositio .26.


Si a numero impari detrahatur impar reliquus erit par.

¶ Sit. a. b. numerus impar a quo detrahatur. b. c. qui etiam sit impar: dico reliquum qui est. a. c. esse parem: detrahatur enim ab utroque duorum numerorum. a. b. et. b. c. unitas que sit. b. d. eritque uterque duorum residuorum qui sunt. a. d. et. d. c. par. per premissam itaque constat. a. c. esse parem: quod est propositum.



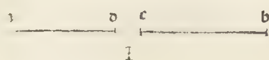
Propositio .27.


Si a numero impari numerum parem subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. impar: a quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico. c. b. residuum esse imparem. sit enim. b. d. unitas: eritque. a. d. par et quia. a. c. est par erit per. 25. c. d. par cum itaque sit. d. b. unitas erit. c. b. impar: quod est propositum.



Propositio .28.



SI de numero pari imparē tollas qui relinquit᷑ impar est.
¶Sit.a.b.par a quo tollat᷑.a.c.qui sit impar:dico.c.b.residuū esse imparē:subtrahatur enim ab.a.c.vnitas que sit.c.d.eritq̃.a.d.par itaq̃ per.25.d.b.quoq̃ erit par.q2 igit᷑.d.c.est vnitas sequit᷑.c.b.esse imparē:qđ ē ꝓpositū. Propositio .29.

SI numerus impar in numerū parem ducatur qui inde produ/cetur erit par.
¶Ex.23.manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.

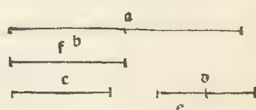
SI in imparem ducatur impar qui producetur erit impar.
¶Hec quoq̃ ex.24.manifesta est.

Propositio .31.

SI numer⁹ impar numerum parem numeret:numero pari eum numerabit.
¶Si enī numero ipari eū numeraret ex ipari i imparē fieret par:qđ ē incōueniēs p p̄missā. Propositio .32.

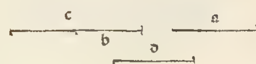
SI impar imparē numeret impariter eum numerat.
¶Si enī pariter eū numeraret ex numero impari i numeꝝ parē fieret impar qđ ē incōueniēs p.29. Propositio .33.

SI numerus impar numerum parem metiatur eiusdē quo/q̃ dimidium ipsum metiri necesse est.
¶Sit.a.numer⁹ par cuius dimidiū.b.sitq̃.c.numer⁹ impar qui nu/meret.a.dico q̃.c.numerabit.b.numeret enī.a.ſm.d.eritq̃ p.31.d. numerus par.Esto igit᷑ eius dimidiū.e.ducaturq̃.c.in.e.⁊ ꝓueniat f.eritq̃ p.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.e.⁊ q2 etiā est.a.ad.b.sicut.d.ad.e. sequit᷑.b.⁊ f.esse equales.cū itaq̃.c.numeret.f.idē numerabit.b.quod est propositum.



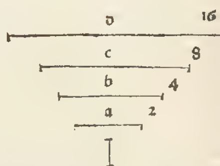
Propositio .34.

SI numerus impar ad aliquē fuerit primus:idem ad eiusdē duplum erit primus.
¶Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplū sit.c. dico q̃.a. ē primus ad.c.sin autem numeret eos.d.cūq̃.a.sit impar sequit᷑.d. esse imparē:quicūq̃ enī iparē numerat impar est p p̄missam itaq̃ d.numerabit.b.non sunt igitur.a.⁊.b.contra se primi :qđ est contra ypothesi.



Propositio .35.

NUmeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum:
¶Sint vnitas.a.b.c.d.cōtinue ꝓportiōales.sitq̃.a.binarius: dico oēs eos eē pariter pares eisq̃ ſm hanc ꝓportionē in infinitū auctis nullū aliū eē parit᷑ parē: de his quidē constat p diffinitionē cū p.12. quilibet p̄cedens numeret quēlibet sequētē p aliquē coꝝ.quos omnes oportet esse pares:⁊ nullus alius numeret aliquē coꝝ per.13.eo q̃.a.qui ē binari⁹ vnitatē sequēs ē prim⁹.Qđ aūt null⁹ ali⁹ ab his sit pariter par ꝯstat:sic posito enī aliquo diuidat᷑ i duas medietates ciusq̃ medietas i duas: ⁊ hoc totiēs fiat quousq̃ numer⁹ aut vnitas diuisionē ipediat qđ necesse ē euenire p vltimā petitionē.si vero numer⁹ hāc ꝓhibeat ipse erit ipar q̄ cū numeret p̄iter parē positū nō erat p̄it᷑ par q̄ posit⁹ ē p̄iter par.si aūt vnitas nō erit.15.ali⁹ a cōtinue duplis ab vnitate.



Propositio .36.

NUmerus cuiusmedietas est impar est pariter impar.

¶ Sit.a.numerus cuius medietas que sit .b .sit impar dico. a.esse pariter imparé.sit eni.c.binari⁹manifestũ itaqʒ qm̃ ex.c.in.b.fit.a. sit aũt.d.quilibet numerus par numerãs.a. qui numeret eũ scd́m.e eritqʒ p scd́am pté.20.septimi.e.ad.b .sicut.c.ad.d.igif.e .numerat b.nã qꝛ.c.numerat.d.erit itaqʒ.e.numerus impar.erat eni ⁊.b.p diffinitioné igif a.est pariter impar.



Propositio .37.

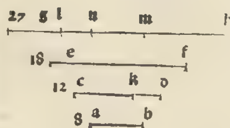
OMnis numerus a duobus nõ duplus cuius medietas est par est pariter par ⁊ impariter.

¶ Sit numer⁹.a. nõ duplus a duobus cuius medietas que sit .b.ponatur par.dico ipsũ esse pariter paré ⁊ ipariter.sit eni.c.binarius de quo manifestũ é ꝙ ipse numerat.a.ƀm.b.qꝛ vero.a.nõ est duplus a duobus:necesse é si eius medietas que é.b.in alias duas medietates diuidaf:medietatisqʒ medietas in alias duas vt tandé occurrat numerus impediés diuisioné qui ꝑpter hoc ꝙ diuisioné nõ recipit erit impar.sitqʒ is in quo sistit diuisio.d. in numero q̃ppe necesse é stari qꝛ sivsqʒ ad vnitaté ꝑueniret diuisio eét.a de numeris duplis a binario de quibus nõ é:de.d.vero manifestũ é ꝙ ipse numerat.a.p hanc cõem sciam:ois numerus numerãs aliũ numerat omné numeratũ ab illo.Numeret ergo eũ ƀm.c.eritqʒ.e.par.Alioquin.cũ.d.sit maioꝛ impar sequeref p.30.a.eé imparé:qꝛ igif.b.numerus par numerat.a.ƀm.c.qui quoqʒ é par est eni binarius At vero.e.numer⁹ par numerat eãdé ƀm.d.q̃ é impar.ꝯstat ex diffinitiõe numeꝝ a.eé pꝛiter paré ⁊ impꝛiter:qd́ é ꝑpositũ.

Propositio .38.

SI de scd́o atqʒ vltimo numeroꝝ cõtinue ꝓportionalium equale pꝛimi dematur quantũ é reliquũ scd́i ad pꝛimum tm̃ eé reliquũ vltimi ad coacervatum ex cũctis pꝛeceden tibus necessario compꝛobatur.

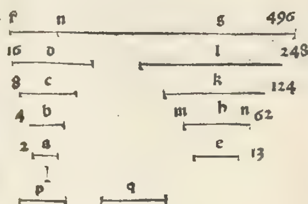
¶ Sint ꝯtinue ꝓportiõnales.a.b.c.d.e.f.g.h.demafqʒ.de.c.d.eq̃lis.a.b.qui sit.c.k.⁊ de.g.h.qui sit.g.l.dico tũc ꝙ ꝓportio.k.d.ad.a.b. é sicut.l.h ad cõpositũ ex.e.f.c.d.⁊.a.b.sumaf ex.g.h.equalis.e.f.qui sit.g.m. ⁊ eq̃lis.c.d.q̃ sit.g.n.eritqʒ.l.n.eq̃lis.k.d.manifestũ aũt é p.12.sep.ꝙ cũ sit.g.h.ad. g.m. sicut g.m.ad.g.n.erit.h.m. residuũ ad .m.n.residuũ sicut.g.h.ad.g.m.ideoqʒ sicut.e.f. ad.c.d.sili quoqʒ mõ erit.m.n.ad.l.n.sicut.c.d.ad.a.b.pmutatim igif erit. h.m. ad.e.f.⁊.m.n.ad.c.d.sicut.n.l.ad.a.b.itaqʒ cõiuncti p.13.sep.erit.l.h. cõpositus ex.h.m.m.n.⁊.l.n.ad cõpositũ ex.e.f.c.d.⁊.a.b.sicut.l.n.ad.a.b. ideoqʒ sicut.k. d.ad.a.b.qd́ est propositum.



Propositio .39.

CUm coaptati fuerint numeri ab vnitate cõtinue dupli qui cõiuncti faciãt numerũ pꝛimũ extremus eoꝝ in aggregatum ex eis ductus pꝛoducit numerum perfectum.

¶ Sint ab vnitate ꝯtinue dupli.a.b:c.d.ex eis aũt ⁊ vnitate coacervatus sit.e.qui ponaf eé numer⁹pꝛim⁹in qué.c.multiplicef.d.⁊ pꝛoveniat.f.g.dico.f.g.eé numeꝝ pfectũ. Sumãf igif.h.k.l.ꝯtinue dupli ad.e.ut tot sint.e.h.k.l.quot sint cõtinue dupli ad vnitaté sumpti.eritqʒ p equã ꝓportionalitaté.l.ad.e.sicut.d.ad.a.quare p pꝛimã pté.20.sep.ex.a. in.l.ꝑuenit.f.g. Nã ipse f.g.ꝑuenit ex.d.in.e.⁊ qꝛ.a.é binari⁹ é.f.g.duplus ad.l.sunt igif. e.h.k. l.⁊.f.g.

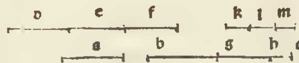


cōtinue ꝓportionales: demaī igiī ex.b. equalis.e.qui sit .m.b.ꝛ residuus.b. n.q̄ erit etiā eq̄lis.e.itēq₃ ex.f.g.demaī eidē equalis qui sit.f.n.eritq₃ ꝑ p̄missam.n.g. quātū aggregatū ex.e.ꝛ.b.ꝛ.k.ꝛ.l.sed ꝛ.f.n.cū sit equalis.e.ē quātū aggregatum ex.a.ꝛ.b.ꝛ.c.ꝛ.d.ꝛ vnitate.itēq₃ totus.f.g.ē quantus aggregat⁹ ex oibus his sc₃ a.b.c.d.ꝛ vnitate ꝛ illis.e.b.k.l.de quibus oibus manifestū ē ꝙ numerāt eū sc₃.f. g.c.quidē ſm.b.ꝛ.b.ſm.k.qȯ ex p̄ma pte.20.sep.ꝯuinciī adiuuāte equa ꝓportio/tionalitate sicubi opus fuerit.Est enim ut.d.ad.c.sic.b.ad.e.ꝛ ut.d.ad.b.sic.k.ad .e.ꝑ equam ꝓportionalitatē:quare ꝛ ex.c.in.b.ꝛ ex.b.in.k.necesse ē ꝓuenire.f.g. quē dudū ꝓduxerat.d.in.c.si igiī nullus alius ab his numerat.f.g.ipse erit ꝑ dif/finitionē₃ numerus ꝑfectus.❡ Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si eni hoc possibile ē sit.p.qui numeret eū ſm.q.eritq₃ ꝑ.33.sep.vt.e. numeret alteꝝ eoꝝ ponaīq₃ ꝙ numeret.p.ꝛ qꝛ ꝑ scđam ptē.20.sep.ē.q.ad.d.sicut e.ad.p. sequiī ut.q.numeret.d.quare cū.a.qui sequiī vnitatē sit primus ē eni binari⁹ erit.q.ꝑ.13 huius aut.a.aut .b.aut.c.quicunq₃ aūt hoꝝ fuerit erit.p.aut.l.aut.k.aut.h.si eni q.fuerit.a. constat ꝙ p.erit.l.qȯ sit fuerit.b.p.erit.k.si aūt.c.p.quoq₃ erit.h.non ē igiī.p.diuersus ab illis vt fuerat positū:relinquitur ergo ꝙ.f.g.sit numerus per/fectus quod erat demonstrandum. Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus


Uantitates quib⁹ fuerit vna quantitas cōis eas numerās: dicēī cōicātes:quib⁹ vero nō fuerit vna cōis q̄ntitas eas numerās dicēī i/cōmēsurabiles. Linee i potētia cōicātes di/cunī quaꝝ sup̄ficies q̄dratas vna cōis sup̄fici/es nūerat. Linee icōmēsurabiles i potētia di/cunī quaꝝ sup̄ficies q̄dratas nō numerat vna cōis sup̄ficies: q̄ cū ita sint manifestū ē q̄ꝛ oī linee posite multe alie sūt incōmēsurabiles. q̄dā i longitudie tm̄:q̄dā i lōgitudine ꝛ potē/tia. Ois aūt linea cū q̄ rōcinamur posita vo/caī rōnalis. Lineeq₃ ei cōicātes dicūī rōnales: Eidē aūt icōicātes di/cūī irrōnales siue surde. Ois vero q̄drata sup̄ficies de q̄ ꝑ ypotesī rōci/namur diciī rōnalis. Sup̄ficies vero ei cōicātes dicūī rōnales. Eidē autem icommensurabiles superficies dicūtur irrationales siue surde. Latera vero q̄ in illas q̄dratas possūt dicūī rōnalia.❡ Quālib₃ quā/titatē totiēs posse multiplicari vt quālibet eiusdē generis quātitatem positam excedat.

Propositio .1.

SJ a duabus quātitatibus inequalibus ꝓpositis maius di/midio a maiori detrahaī.itēq₃ de reliquo maius dimidio demaī deinceps quoq₃ eodē mō:necesse ē vt tandē mino/re positaꝝ minor quātitas relinquaī. ❡Sint due quan/titates inequales.a.ꝛ.b.c.b.c.maior.dico ꝙ totiēs pōt maius dimi/dio detrahi a.b.c.vel eius residuo ꝙ necesse erit relinqui quantitatē minorem.a. multipliceī eni.a.quotiēs excedat.b.c.sitq₃ eius multiplex.d.e.f.maius.b.c.detra/hatur itaq₃.a.b.c.maius dimidio ꝙ sit.b.g.itēq₃ ex residuo qȯ est.g. c.mai⁹ dimi/dio qȯ sit.g .h.hoc quoq₃ totiens fiat quousq₃.b.c.diuisa fuerit in tot ptes quotiēs a ꝯtineī in.d.e.f.dico tunc ꝙ vltimū residuū vt est hic.h.c.est min⁹.a. multipliceī



namqꝫ.b.c.quotiens ē multiplicata.a.ī.d.e.f.sitqꝫ eius multiplex.k.l.m.qꝛ igitur vnaqueqꝫ quātitatū.k.l.m.ē equalis.b.c.sequiꝰ ut ꝛ.k.sit minoꝛ.b.g.sed ꝛ.l.mīoꝛ g.b.at qꝛ.m.ē equalis.b.c.erit ꝑ cōceptionē.k.l.m.minoꝛ.b.c.quare minoꝛ. d.e.f. cū sit ergo.d.e.f.ad .a.sicut.k .l.m.ad.b. c.sitqꝫ.d.e.f.maioꝛ.k.l.m. sequiꝰ ꝑ.14. quinti ꝙ.a.sit maioꝛ.b.c.qꝺ ē ꝓpositū. Ideꝫ sequiꝰ si de.a.maioꝛi dimidiū demaꝰ.iteꝫ de reliquo dimidiū: sitqꝫ totiens quousqꝫ maioꝛ diuidaꝰ in tot partes quotiens cōtineꝰ minoꝛ in quolibet suo multiplice:maioꝛē positaꝝ quātūlibet excedente. ¶Attendere aūt oportet ꝙ huic videꝰ.15.tertij ꝯdicere ꝓponēs angulū contingentie minoꝛē foꝛe quolibet angulo a duabus lineis rectis cōtento : posito enīꝫ angulo quolibꝫ rectilineo:si ab ipso maius dimidio demaꝰ.iteꝫ de residuo maius dimidio : necesse videꝰ hoc totiens posse fieri quousqꝫ angulus rectilineus minoꝛ angulo cōtingentie relinquaꝰ:cuius oppositū.15.tertij syllogizat:sed hi nō sūt vniuoce anguli:nō enī eiusdē sunt generis simplr̄ curuū ꝛ rectū. At vero nec angulum contingentie totiens cōtingit sumi ut qualēcūqꝫ rectilineū excedat: qꝺ necessariū ē ut ex p̄rehabita demōstratione pꝫ:ad hoc ut ꝯn̄s ex antecedente sequaꝰ:planū ꝰ ē etiā quēlibet angulū rectilineū infinitis angulis contingētie esse maioꝛem.

Propositio .2.

SI fuerint due quantitates inequales detrahaꝰqꝫ maioꝛi equale minoꝛi donec minus eo supsit: ac deinde minoꝛi ipsius reliqui equale demaꝰ donec minus eo relinquatur denuo quoqꝫ reliquo p̄rimo eq̄le reliqui scđi donec minus eo supsit auferaꝰ:ꝛ in huiusmodi cōtinua detractione nullū reliquū qꝺ ante relictū numeret:inueniaꝰ:eas duas quātitates. incōmensurabiles esse necesse est. ¶Simile huic ꝓposuit prima septimi ī numeris. Sint due quātitates inequales.a.ꝛ.b.maioꝛ.a.quibus si fiat reciproca quoad pōt detractio:nō occurrat etiā si infinities fiat aliq̄ q̄ntitas detractiōēꝫ impediēs siue ante relictū numerās dico eas incōmēsurabiles esse. Sin aūt sit cōis eaꝝ mensura.c.detrahaꝰ igiꝰ.b.ex a.quotiēs pōt.sitqꝫ residuū d.qꝺ residuū detrahaꝰ ex.b.quotiens pōt ꝛ sit residuū.e. Fiatqꝫ totiens ista detractio quousqꝫ ex alterutra duaꝝ quantitatū.a.ꝛ.b.remaneat minus.c.hoc enī necesse est esse possibile ꝑ p̄cedentē. Sitqꝫ hic.e.minus.c.cū igiꝰ.c.mēsuret.b.detractā ab.a.ꝛ etiā.a.mensurabit per cōceptionē.d.residuū.ideoqꝫ cū mensuret.d.detractū.a.b.ꝛ etiā ipsū.b. mensurabit.e.residuū.sed erat.e.minus.c.maioꝛ:ergo quantitas mensurat minorem.qꝺ est impossibile.



p ultimā septimi.

Propositio .3.

PRopositis duabus quantitatibus inequalibꝰ cōicantibus maximā quantitatē cōiter eas numerantē inuenire. Ex hoc itaqꝫ manifestum est :que duas metitur quantitates maximam quoqꝫ cōmuniter ambas metientem metiri. ¶Huius demonstrationem si scđam septimi non ignoras nō potes ignoꝛare: ꝓcessus enī vtrobiqꝫ idem.

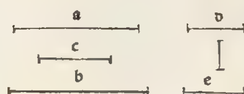
Propositio .4.

PRopositis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire. ¶Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Omnium duarum quantitatum cõmunicantium est ꝓpor/tio tanq̃ʒ numeri ad numerum.



¶Sint due quãtitates.a.ꝛ.b.cõmunicantes:dico ꝙ earum ꝓportio est sicut alicuius numeri ad aliũ numeꝝ.sit eni.c.maxima quantitas cõmuniter mensurans.a.ꝛ.b.reperta ut docet scõa huius:que men/suret.a.ƀm numeꝝ.d.ꝛ.b.ƀm numerũ.c.eritqʒ.a.ad.c.vt.d.ad vnitatẽ:eo ꝙ sicut a.est multiplex.c.ita.d.ẽ multiplex vnitatis.ac.c.ad.b.vt vnitas ad.e.qm̃ sicut.c. ẽ submultiplex.b.ita vnitas ẽ sub multiplex.e.igitur per equã ꝓportionalitatem. a.ad.b.ut.d.ad.e.quod est propositum.

Propositio .6.



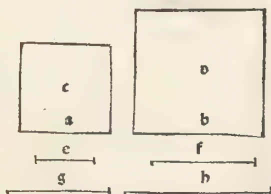
Si fuerint due quantitates quaꝝ sit proportio vnius ad alterã tanq̃ʒ numeri ad numeꝝ:eas duas cõmunicantes esse necesse est.

¶Hec est conuersa prioris ut si sit.a.ad.b.sicut numerus.c.ad numerum.d.erunt due quantitates.a:ꝛ.b.ꝯmunicantes.sit eni.c.totiens mensurans.b.quotiẽs est vnitas in.d.ꝛ totiens mensurans.f.quotiens vnitas in c. Cum sit igitur.f.ad.e.ut.c.ad vnitatẽ.ac.e.ad.b.vt vnitas ad.d. erit ꝑ equam ꝓportionalitatẽ.f.ad.b.ut.c.ad.d.quare etiã ut.a.ad.b.igit̃ per primã partem.9. quinti.f.est equalis.a.cũ itaqʒ.e.mensuret.f.per conceptionẽ mensurabit.a.igitur a.ꝛ.b.cõicantes:mẽsurabat eni ꝛ.b.quod est propositum.

Propositio .7.

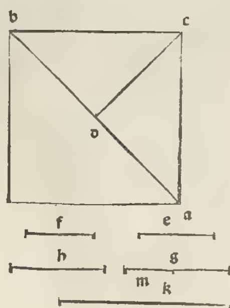


Omnium duarum superficierũ quadrataꝝ quaꝝ latera in longitudine cõmunicant est proportio vnius ad alteram tanquã numeri quadrati ad numerũ quadratum.Si vero fuerit proportio supficiei quadrate ad superficiem quadratam:tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ: erunt latera earũ in longitudine communicantia.Qđ si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratã:non velut numeri quadrati ad numerum quadratum:latera earum erunt in longitudine incõmensurabilia.



¶Sint.a.ꝛ.b.due linee quadrate quaꝝ quadrata sint.c.ꝛ.d.dico ꝙ si.a.ꝛ. b.communicant in longitudine erit ꝓportio.c.ad.d.sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ ꝛ ecõuerso:si aũt ꝓportio.c.ad.d.nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ.a.ꝛ.b.erũt incõmẽsurabiles in longitudine ꝛ ecõuerso.Verũtñ istud argumẽtũ quartũ ñõ proponit: Primũ pʒ sic.si.a.ꝛ.b.cõmunicant i longitudine ipse per.5.erunt in proportione duoꝝ numeroꝝ qui sint.e.ꝛ.f.quoꝝ quadrati sint g.ꝛ.h.qꝛ ergo ẽ.c.ad.d.sicut.a.ad.b.duplicata per.18.sexti :sequit̃ ut sit etiam.c. ad.d.sicut.e.ad.f.duplicata.sed etiã ẽ per. 11.octani.g.ad.h.ut.e.ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad.h.qđ ẽ primũ.Scđm sic:sit.c.ad.d.sicut.g.numerus quadratus ad.h.numeꝝ quadratũ:dico ꝙ.a.ꝛ.b.erunt in longitudine cõicantes. Cũ enim sit.c.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata ꝑ.18.sexti.ꝛ.g.ad.h.ꝑ.11. octaui ut.e. ad.f. duplicata:quare ꝛ simpla.a.ad.b.sicut simpla.e.ad.f.ꝑ.6.igitur sunt .a.ꝛ.b.cõicãtes qđ est scđm. Tertiũ vero pʒ ex primo a destructione cõsequentis. Silr̃ quartũ patet ex scđo a destructione ꝯñtis. ¶Ex tertia pte hui⁹ nota diameꝝ ẽe incõmensurabilẽ coste.Cũ eni sit q̃dratũ diameꝝ duplũ q̃drato coste:dupla vero ꝓportio

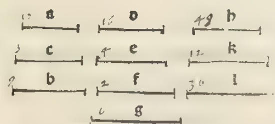
nõ sit sicut numerorum q̃dratorum: seq̃tur diametrum eẽ incõmensurabilẽ coste i lõgitudine Alioquin cũ quaternarius sit numerus quadratus essent oẽs pariter pares q̃drati et etiã alij infiniti qui nõ sunt quadrati. Ducit aũt Ar. ad istud inconueniens si diameter ponatur cõmensurabilis coste q impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter.a.b.commensurabilis lateri.a.c. eritq3 per.5.a.b.ad a.c.sicut aliquis numerus ad aliu3. Sint ergo hij numeri.e.et.f.qui sint minimi in sua proportione: eritq3 ob hoc alter eorum impar. Si eni vterq3 par: nõ erũt minimi: quadrati quoq3 eorum sint.g.et.h. si ergo.e.ẽ ipar: erit quoq3 ex.30.noni.g.ipar sit itaq3.k.duplus ad.h.eritq3.k.ex diffinitione par.q2 igitur.a.b.ad.a.c.ut.e.ad f.erit per.8.sexti et.11.octaui quadratũ.a.b.ad quadratũ.a.c.ut.g.ad.h.ẽ itaq3.g. duplus ad.h.sic enim est quadratũ.a.b.ad quadratũ.a.c.p penultimã primi: et q2 etiam.k.est duplus ad.h. sequitur per.9.quinti ut.g.numerus impar sit eq̃lis.k. numero pari. Qd si.e.sit par et.f.impar: erit pportio.f.ad dimidiũ.e.qd sit.l.sicut.a.c.ad dimidiũ.a.b.qd sit.a.d.et ideo erit proportio quadrati.a.c. ad quadratum.a.d.sicut proportio numeri.h.qui est impar per.30. noni ad quadratum numeri.l.qui sit.m.cui.k. ponatur eẽ duplus: eritq3.k.per diffinitionem par. At q2 quadratũ.a.c.ẽ duplũ ad quadratũ.a.d.per penultimã primi erit. h. dupl9 ad m.cũq3.k.sit etiã duplus ad.m.erit per.9. quinti numerus impar .h. equalis.k. numero pari qd ẽ propositũ.



Propositio .8.

Si fuerint due quantitates vni quantitati cõicantes: ipsas quoq3 inuicem cõmensurabiles esse necesse est.

¶Sit vtraq3 duarum quantitatũ.a.et.b.cõicans quantitati.c.dico.a.et b.esse cõmensurabiles: est enim per.5.a.ad.c. sicut numerus ad numerum: similiter quoq3 per eandẽ.c.ad.b.sicut numerus ad numerum Sit itaq3 numerus.d.ad numerũ.e.sicut.a.ad.c.numerusq3.f. ad numerum.g.sicut.c.ad.b.At proportiones que sunt.d.ad.e.et.f.ad.g.continentur in tribus terminis qui sunt.h.k.l.ut docet.4.octaui: eritq3 per equã proportionalitatẽ. a.ad.b sicut.h.numerus ad.l.numerum: per.6.igitur sunt.a.et. b.cõicantes qd est ppositũ.

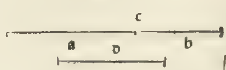


¶Ex hac quoq3 sequitur q si fuerint due quãtitates sibi inuicẽ cõicantes: cuicũq3 vna earum communicat et reliqua: et cuicunq3 vna nõ cõmunicat nec reliqua. Sint enim due quantitates.a.et.b.cõmunicantes: ponaturq3 quelibet quantitas que sit c.cum qua cõmunicet.a.dico q.b.cõmunicabit cum eade3: qd ex hac octaua patet cum vtraq3 earum cõmunicet cum.a.ex ypothesi. Qd si iterum.a.et.b.sint cõmunicãtes ut prius: ponatur.c.quelibet quãtitas cum qua non cõmunicet.a.dico q.b.nõ communicabit cum eadem.si enim.c.cõmunicaret cum.b.cum. a.quoq3 p ypoth. communicet cum eodem.b. essent per hanc octauam. a.et.c. communicantes.sed positum erant q non essent: quare constat quod diximus.

Propositio .9.

Si fuerint due quantitates cõicantes: totum quoq3 ex eis confectum vtriq3 earum: erit cõmunicans. Si vero fuerit totum vtriq3 cõmensurabile erũt ambe cõmensurabiles.

¶Sint due quãtitates.a.et.b.cõmensurabiles: dico totum ex eis cõpositum quod sit.c. vtriq3 earum esse commensurabile et econuerso. Adhuc quoq3 si totum ex eis compositum vni earum com municet.dico q com municabit alteri: et ipse similiter inter se. Idem quoq3 in contrario .si enim.a. et



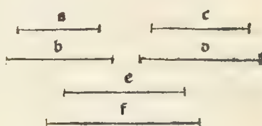
b.sint incōicantes:dico ꝙ.c. vtriq; earum erit incōmunicans ⁊ ecōuerso :ac si.c.alteri earum sit incōmunicans:erit quoq; incōmunicans ⁊ alteri:⁊ ipse etiā inter se. Sint itaq; primum.a.⁊.b.cōmunicantes:sitq; earum cōmunis mensura.d.que cū vtrāq; earū numeret per cōceptionē similē antepenultime numerabit.⁊.c.quare per diffinitionē.c.cōicabit vtriq; earū.sc;.a.⁊.b.Ecōuerso quoq; si.c.cōmunicet vtriq; earum.sit oim cōis mensura.d.cōstat itaq; per diffinitionē.a.⁊.b. cōmunicantes esse sed cōmunicet.c.cū altera earum que sit.a.dico ꝙ cōmunicabit cū.b.⁊.a .etiā ⁊.b.communicabunt adinuicem.sit enim.d.communiter mensurans. c.⁊.a. quia igitur.d.mensurat totum ⁊ detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet.b.per diffinitionem ergo ⁊ .c.communicat cum. b.⁊.a.communicat quoq; cum.b. Si autē a. ⁊.b.sint incommunicantes erit .c.incommunicans vtriq; earum:si enim cum vtraq; seu etiam cum altera earum communicaret ⁊ ipse cōmunicarēt adinuicem: quod est contra ypothesi; Similiter quoq; econuerso si.c.ē incommunicans vtriq; earum seu etiam alteri earum:erit quoq; incommunicans relique:⁊ ipse inter se:qđ palam est ex predemonstratis a destructiōe consequētis.

Propositio .10.



Omnium quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima communicās secunde: tertia quoq; erit communicans quarte. Si vero prima incōmensurabilis fuerit secūde:tertia quoq; incōmensurabilis erit quarte.

¶ Sint quatuor quantitates proportionales.a.b.c.d.dico ꝙ si.a.cōmunicat cū.b.c.quoq; cōmunicabit cū.d.ꝙ si.a.est incōmensurabilis.b.c. quoq; erit incōmensurabilis.d.⁊ si.a.cōicat cū.b.in potentia tm̄. c.quoq; cōmunicabit cum.d.in potentia tantum. Uerūtamē illud non ꝓponit auctor q: facile patet ex demonstratione priorū. Si eni.a.cōicat cū.b.erit per.5.a.ad.b.sicut numerus ad numerum.sit ergo sicut.e.ad.f.at q: est per ypothesim.a.ad.b.sicut.c.ad. d.erit.c ad.d.sicut numerus.e.ad numerū.f.per.6.igit̄ est.c.communicans cū.d.qđ est primum. Scđm patet ex primo a destructione consequentis.si enim.a. est incōmensurabilis.b.oportet.c.esse incōmensurabilē.d. nam si esset ei cōmēsurabilis cū sit ut c.ad.d.sic.a.ad.b.per ypothesim:esset per primam partē. a. cōmunicans cum.b. sed non erat: quare constat totū qđ proponit auctor. Qđ autē adiunximus videlicet ꝙ si.a.cōicat cum.b.in potentia tm̄.c.cōmunicat cum.d.i potentia tm̄. sic patet. Cu; enim.a.non cōmunicet cū.b.in longitudine: nec.c.quoq; ex parte secūda huius cōmunicabit cum.d.in longitudine. At vero cum quadratum.a.communicet cum quadrato.b.ex ypothesi erit per.5.quadratum linee.a. ad quadratū linee b.sicut numerus ad numerum qui sint.e.⁊.f.⁊ quia quadratum.c. ad quadratum d.sicut quadratū.a.ad quadratū.b.erit etiā quadratū.c.ad quadratū.d.sicut numerus.e.ad numerū.f.per.6.igitur.c.⁊.d.cōicant in potentia:⁊ q: non cōmunicāt in longitudine:cōstat ꝓpositū.



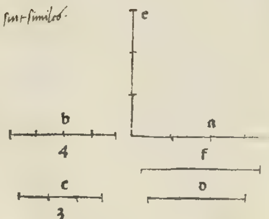
Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incōmensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

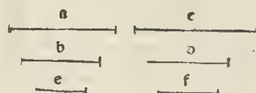
¶ Sit linea.a.ꝓposita:volo duas lineas reperire quarū vna cōicet cū a.i potētia tm̄:altera vero sit icōmēsurabilis ei i lōgitudie ⁊ i potētia

Sumo itaq; duos numeros nequaq; se habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum.sintq; hij.b.et.c.quos facile est sumere cum quilibet quadratus numerus ad quelibet non quadratum eam habeat proportionem quam nequaq; habent aliqui numeri quadrati confirmante hec.22.octaui:duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam.d.ad cuius quadratum se habeat quadratum linee.a.sicut numerus.b.ad numerum.c.hanc autem lineam ita reperio diuido lineam.a.in tot partes equales quot sunt vnitates in numero.b.quod facile facio adiuuante.11.vel.12.sexti:dehinc super extremitatem linee.a.erigo lineam. e.perpendiculariter in qua totiens contineatur vna ex partibus.a.quotiens vnitas est in.c. Quia igitur ex prima sexti proportio quadrati linee.a.ad superficiem que fit ex.a. i.e.est sicut.a.ad.e.et ideo sicut numeri.b.ad numerum.c.si ponatur.d.in medio loco proportionalis inter.a.et.e.sicut docet.9.sexti quia tunc per primam partem.16.eiusdem quadratum.d. erit equale superficiei producte ex.a.in.e.et erit proportio quadrati linee.a.ad quadratum linee.d.sicut numeri.b.ad numerum.c.quare.a.et.d.sunt commensurabiles in potentia ex diffinitione et per vltimam partem.7.ipse sunt incommensurabiles in longitudine.reperta est itaq;.d.prima linea quam propositum erat inquirere.¶ Alteram sic reperio interpono ut docet.9.sexti lineam.f.medio loco proportionalem inter.a.et.d.eritq; per correl.17.sexti quadratum.a.ad quadratum.f.sicut.a.ad.d.itaq; per secundam partem.10.quadratum.a. est incommensurabile quadrato.f.igitur linea.f.est incommensurabilis linee.a.in potentia quare et in longitudine.est itaq;.f.secunda linea quam propositum erat reperire.Et sic patet propositum.



Propositio .12.

Omnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius linee communicantis sibi in longitudine:necesse est tertiam quoq; tanto amplius posse quarta quantum est quadratum alicuius linee communicantis sibi in longitudine: quod si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius linee incommensurabilis sibi in longitudine:erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Sint quatuor linee proportionales.a .b.c.d.sitq;. a.maior.b.et.c.maior.d sit quoq; a.potentior.b.quadrato linee.e.et.c.potentior.d.quadrato linee.f.dico quod si.a.communicet.e.in longitudine.c .quoq; communicabit.f.in longitudine quod si.a.non communicat.e.in longitudine nec.c.communicabit.f.in longitudine.Quod et si.a.communicat.e.in potentia tantum.c.quoq; communicabit.f.in potentia tantum Nec tamen illud vltimum non ponit auctor quia facile patet ex priorum demonstratione. cum sit enim proportio.a.ad.b.sicut.c. ad.d.erit quadrati .a.ad quadratum.b. sicut quadrati.c.ad quadratum.d.et quia quadratum.a.est equale quadratis duarum linearum. ~~d.et f.~~b.et.e.similiter quadratum.c.quadratis duarum linearum.d.et.f. erit proportio quadratorum duarum linearum.b.et.e.ad quadratum.e.sicut quadratorum .d.et.f.ad quadratum.f. ergo disiunctim erit quadratum.b.ad quadratum.e.sicut quadratum .d.ad quadratum. f.ergo. b.ad e.sicut.d.ad.f.item per equam proportionalitatem erit.a.ad.e. sicut. c.ad. f.ergo per primam partem decime constat prima pars huius:et per secundam secunda:et per tertiam ibi adiunctam tertia hic adiuncta.



Propositio .13.

Si fuerint due linee inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineam superficies

quadrata necesse ē ipsā lineā longiorē linea breuiori tāto āpli⁹ posse quātū ē q̄dratū alicui⁹ linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee cōicantis sibi i lōgitudine adiūgatq3 ei supficies eq̄lis quarte pti q̄drati breuioris linee cui desit q̄drata supficies supficiē sibi adiunctā eādē lineā lōgiorē in duas portiones cōmēsurabiles diuidere necesse est.

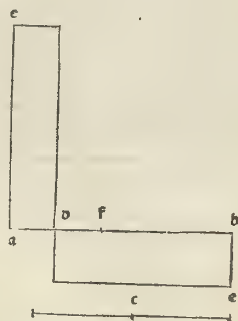
¶Sint due linee.a.b.⁊.c.maior.a.b.⁊ adiūgat̄ ad lineā.a.b.q̄rta ps q̄drati linee c.ita φ desit ad ɔplendā lineā.a.b.supficies q̄drata.hoc eni ē possibile p.27.sexti qd̄ facile fiet hoc mō.diuidat̄.a.b. i duas lineas.a.d.⁊.d.b.ita φ inter eas cadat medietas linee.c.ɔtinue ꝓportionalis:hoc aūt qualiter fiat in fine demōstratiōis hui⁹ docebit̄:eritq3 ex.16.sexti supficies.a.d.in.d.b.q̄ sit.d.e.eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.q̄re ex.4.scd̄i erit eadē sub quadrupla q̄drati linee.c. deest quoq3 ad ɔplendā lineā.a.b.supficies q̄drata:cū ⁊.a.d.sit equalis.d.g.⁊.d.b.eq̄lis.g.e.dico itaq3 φ si supficies.d.e.diuidat lineā.a.b.in duo cōicātia erit linea.a.b.potētior linea.c.in q̄drato alicui⁹ linee secū cōicantis in longitudine ⁊ econuerso. Cum aūt sit linea.a.b.maior linea.c.nō erit.a.d.eq̄lis.d.b.sic eni eēt supficies.d.e.quadrata ⁊ q2 ipsa ē eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.esset.a.d.eq̄lis medietati.c.⁊ tota.a.b.toti.c.qd̄ ē ɔ̄ ypoth.nō est igit̄.a.d.equalis.d.b.itaq3 de maiori eaꝝ que sit d.b.abscindat̄.d.f.equalis.a.d.eritq3 p.8.scd̄i q̄dratū totius.a.b.eq̄le bis q̄ sunt ex.d.b.in.d.a.q̄ter et q̄drato.f.b.quare linea.a.b.erit potentior linea.c.in q̄drato linee.f.b.quā necesse ē cōicari toti.a.b.si linea.a.d.est cōicās linee.d.b. si enim hoc fuerit erit.d.b.cōicans.d.f.sue eq̄li quare p.9.b.f.cōicat cū.f.d.⁊ iō toti.a.d.⁊ ꝓpt̄ hoc cū tota.a.f.igit̄ ⁊ cū tota.a.b.sicq3 p3 p̄mū. ¶Cōuersū hui⁹ sic p3 sit.a.b potētior.c.in linea.f.b.q̄. cōicet secum in longitudine.dico tūc φ quarta ps quadrati linee.c.addita ad lineā.a.b.ita φ desit supficies q̄drata diuidet lineā.a.b.ī duo cōicātia:diuidat̄ enī3.f.a. p eq̄lia in.d.⁊ fiat supficies.d.e.ex.d.b. in.d.a.⁊ deerit ad ɔplēdā lineā.a.b.supficies q̄drata eritq3 p.8.scd̄i:q̄dratū.a.b.eq̄le q̄druplo supficiei.d.e.ē equale q̄drato.f.b. igit̄ q̄druplū supficiei.d.e. ē eq̄le q̄drato.c. q̄re supficies.d.e.sit eq̄lis quarte pti q̄drati.c.dico igit̄ φ.d.b.ē cōicās cū.a.d.cū sit.f.b.cōicans cū.a.b.si eni hoc fuerit ut φ.a.d.sit cōicans cū.a.b.erit etiā cōmunicās cū.a.f.p.9.quare ⁊ cū.a.d.s3 ⁊ cū.d.f.itaq3 ⁊.d.b.ē cōicās cū.a.d.qd̄ ē scd̄m

¶Nūc aūt mōstrādū est qualr̄ linea.a.b.cū ipa posita fuerit maior linea.c.possit sic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas linee.c.ɔtinue ꝓportionalis. ¶Cum eni sic fuerit diuisa: superficies q̄ fiet ex vna in alterā erit equalis q̄drato medietatis linee.c.⁊ ipsa erit supficies eq̄lis quarte pti q̄drati linee.c.adiuncta ad lineā.a b.ita φ desit superficies q̄drata.hoc eni sic fiet diuisa.a.b.p eq̄lia in.d. lineet̄ sup eā semicirculus.a.f.b.⁊ sitr̄.b.e.ppendicularis ad.a.b.que ponat̄ eq̄lis medietati linee.c.⁊ ducat̄.e.f.equidistans ad.a.b.vsq3 quo secet circūferentiā semicirculi in puncto.f.necesse est eni vt secet eā:cū linea.a.b.sit maior linea.c.⁊ ducat̄.f.g.perpendicularis ad.a.b.q̄ cū p.34.p̄mi sit equalis linee.e.b.erit quoq3 eq̄lis medietati linee.c.ducāt̄ itaq3 linee.f.a.f.b.eritq3 p pm̄ā ptē.30.tertij angulus.a.f.b.rectus:⁊ iō per primā partē correl̄.8.sexti erit linea.f.g.medio loco ꝓportiōalis iter a.g.⁊.g.b.q̄re medietas linee.c.q̄ ē sibi equalis erit etiā ꝓportiōalis iter easdē qd̄ est nostrum ꝓpositum:

Propositio .14.

SI fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incōmenſurabiles ſupficies equalis quarte parti quadrati breuioris ſibi adiuncta ita ꝙ deſit ad eius cōpletionē: ſuperficies quadrata erit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee icōmenſurabilis ipſi longiori i longitudine. Si vero lōgior potētior fuerit breuiori quadrato linee incōmenſurabilis ſibi longiori in longitudine adiungaturqʒ ei ſupficies equalis pti quarte q̄drati breuioris defueritqʒ longiori ſupficies quadrata neceſſe eſt ut ipſa ſuperficies ſibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incōmenſurabiles diuidat.

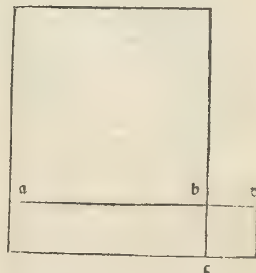
¶ Hec.14.ex ꝯrio añtis p̄miſſe infert ꝯriū ꝯñtis p̄miſſe ⁊ non differt eius diſpō a diſpōne illius. ſed ⁊ modus argumētandi vtrobiqʒ idē. Si eni.a.d.nō cōicet cū.d.b nec.d.f.ſibi adequalis cōicabit cū eadē.d.b.itaqʒ p.9.d.f.nō cōicabit cū .f.b. q̄re neqʒ.a.f.ſunt eni.a.f.⁊.e.f.cōicantes tanq̄ʒ numerans ⁊ numeratū.iō neqʒ. a.b. cōicabit cū linea.f.b.Qđ ſi hoc fuerit videlicet ſi a.b.nō cōicet cū.f.b.nō cōicabit cū.a.f.q̄re neqʒ cū.a.d.aut.d.f.neqʒ igit̄.a.b.cū.d.a.Pōt quoqʒ hec.14.demōſtrari p p̄miſſā.p̄ma ps huius ex ſcḋa illius ⁊ ſcḋa ex p̄ma a deſtructiōe ꝯñtis.ſi eni.a.d ⁊.d.b.nō cōicent nec etiā.a.b.⁊.f.b.cōicabunt:nā ſi.a.b.⁊. b.f.cōicarent oporteret p ſcḋam ptē p̄miſſe ut.a.d.cōicaret cū.d.b.ſed poſitum ē ꝙ non. Eodē mō de ſcḋa pte.ſi eni.b.a.⁊.b.f.nō cōicant nec.a.d.⁊.d.b.cōmunicabunt. nā ſi ſic ſequitur per primā ptē p̄miſſe ut. a .b.⁊.b.f.cōicēt q̄ nō cōicant:quare patet propoſitū.



Propoſitio. .15.

OMnis ſuperficies rectāgula quā continent due linee i lōgitudine rationales rōnalis eſſe probatur.

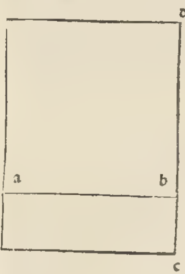
¶ Sint due linee .a.b.⁊.b.c.ꝯtinētes ſupficiē rectāgulā.a.c.rōnales in longitudine: dico ſupficiē.a c.eſſe rōnalē:deſcripto eni quadrato cuius vis eat.ut.c.d.linee.b.c.erit p primā ſexti.c.d.ad.a.c.ſicut.b d.ad.a.b.q2 igit̄.b.d.cōicat in longitudine cū.a.b.ex ypotheſi eo ꝙ.b.c.ſua equalis erit p primā ptē.10.c.d.cōicans.a.c.cū ſit itaqʒ.c.d.rōnalis p diffinitionē erit ⁊.a.c.rōnalis qđ eſt ꝓpoſitū.



Propoſitio .16.

CUm adiuncta fuerit linee in longitudine vel cōicata rōnali ſupficies rōnalis rectāgula latus eius ſcḋm erit in longitudine rōnale lateriqʒ primo i longitudine cōmēſurabile

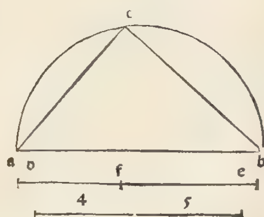
¶ Hec ē quaſi ꝯuerſa prioris ut ſi ſupficies.a.c.adiuncta ad lineā.a. b.rōnalē in longitudine fuerit rōnalis: dico ꝙ latus eius ſcḋi qđ ē.b c.erit etiā rōnale in longitudine ⁊ coicans lateri primo.ſit eni.a.d.quadratū .a.b: eritqʒ rōnale ex diffinitione ⁊ ꝓpter hoc erit cōicans cū ſupficie.a.c.rōnali: q2 igit̄ p primā ſexti ſicut.a.d.ad.a.c.ita ē etiā.d.b.ad.b.c.cōicat aūt.d.a .cum.a.c. erit p p̄mā ptē.10.b.d.cōicās cū.b.c.ergo cū.b.a.ſua eq̄li ſed.b.a.rōnalis ē q̄re p diffinitionē ⁊.b.c.ꝯſtat itaqʒ ꝓpoſitū.



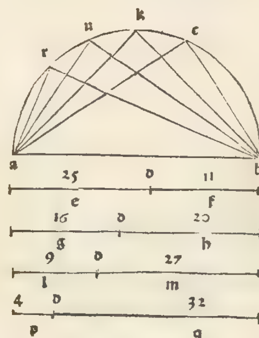
Propoſitio .17.

DUas lineas inuenire potentia tantum rōnales cōmenſurabiles quarum lōgior plus poſſit breuiori quadrato linee ſibi cōmenſurabilis in longitudine.

¶ Propoſitū ē iuenire duas lineas rōnales potētia tm̄ cōicātes q̄rū longior ſit potētior breuiori q̄drato linee ſibi cōicās in longitudine



Sumo itaqꝫ aliquā lineā rōnalē que sit. a. b. sup quā describo semicirculū. a. c. b. ⁊ sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsū in duos numeros. d. f. ⁊. f. e. ita ꝙ sit ꝓportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri q̄drati ad numerū q̄dratū nō sit aūt ꝓportio. d. e. ad. f. e. ut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū: talis aūt numerꝰ ē quilibꝫ q̄dratꝰ diuisibilis in quadratū ⁊ nō quadratū. ut. 9. qui diuiditur in. 4. ⁊. 5. ⁊ oēs hoꝝ eque multiplices: ⁊ inuenio lineā ad cuius q̄dratū se habeat q̄dratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numeꝝ. d. f. qualiter aūt ipsa reperiat̃ in demonstratione. 5. dictuꝫ ē: hanc lineā inuentā que necessario ē minor. a. b. coapto ꝑ primā quarti intra semicirculum. a. c. b. sitqꝫ. a. c. ⁊ subtrahā lineā. c. b. dico duas lineas. a. b. ⁊. c. b. esse quas querimꝰ. erit igit̃ ꝑ primā ptē. 30. tertij angulus. c. rectus: ⁊ iō ꝑ penultimam primi quadratū. a. b. equale est q̄dratis duaꝝ lineaꝝ. a. c. ⁊. c. b. ⁊ q2 ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. ꝑ ypothe. erit ꝑ euersam ꝓportionalitatē ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. c. b. sicut. d. e. ad. f. e. ergo quadratū. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. per. 6. huiꝰ erit igit̃ quadratum. c. b. rōnale per diffinitionem cū cōicet rōnali supficiei: ⁊ q2. c. b. ⁊. a. b. sunt incōmensurabiles ꝑ vltimā partem. 7. constat duas lineas. a. b. ⁊. c. b esse rōnales potētia tm̄ cōicantes. At q2 linea. a. b. ē potentior linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que ꝑ scdāꝫ partem. 7. cōicat secū in longitudine cōstat habitū esse ꝓpositū. ¶ Si autez libeat plures duabꝰ potentia tm̄ rōnales cōicantes quaꝝ vna potentior longior sit quālibet aliaꝝ in quadrato alicuius linee secū cōicantis in lōgitudine repire. sit ut priꝰ linea. a. b. rōnalis in longitudine super quā describatur semicirculus. a. c. b. sumaturqꝫ numerus. d. quadratus qui sit diuisibilis in multos quadratos ⁊ nō quadratos quoꝝ nō quadratoꝝ mime sit ꝓportio sicut aliquoꝝ numeroꝝ q̄dratoꝝ: tales aūt numeri vltro se offerūt vt. 36. qui ē diuisibilis i. 25. ⁊. 5. iteqꝫ i. 16. ⁊. 20. rursusqꝫ in: 9. ⁊. 27. ac iteꝝ in. 4. ⁊. 32. istoꝝ vero nō quadratoꝝ qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad inuicē nō est ꝓportio sicut alicuius numeri q̄drati ad aliū. Esto igitur ut numerus d. quadratus diuidat̃ in. e. q̄dratū ⁊. f. non quadratū: sitqꝫ quadratū linee. a. b. ad q̄dratū linee. a. c. sicut numerus. d. ad numeꝝ. e. ⁊ ducat̃ linea. c. b. ⁊ ꝯstat ꝓpositum ut prius demonstratū ē. a. b. ⁊. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Silr̄ quoqꝫ diuidā. d. i. g. q̄dratū ⁊. h. nō q̄dratū sitqꝫ q̄dratū linee. a. b. ad q̄dratū linee. a. k. sicut. d. ad. g. ⁊ ducat̃ linea. k. b. eruntqꝫ vt prius due linee. a. b. ⁊. b. k quales inquirimꝰ. Eodē mō si rursus diuidat̃. d. m. l. q̄dratū ⁊ in nō q̄dratū ⁊ ponatur ꝓportio q̄drati linee. a. b. ad quadratū linee. a. n. sicut. d. ad. l. ⁊ ꝓducatur n. b. erunt due linee. a. b. ⁊. b. n. quales inquirimꝰ. Qd̄ si rursus diuidat̃. d. in. p. quadratū ⁊ in. q. nō quadratū ⁊ fuerit ꝓportio q̄drati linee. a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. ⁊ protracta fuerit linea. r. b. erūt etiā due linee. a. b. ⁊. b. r. quales inquirimus. Sunt itaqꝫ linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tm̄ rationales ⁊ in ea cōicātes q̄rū vna videlicet. a. b. ē potētior qualibet aliaꝝ i q̄drato linee secū cōicātis in lōgitudine. si igit̃ quatuor lineaꝝ. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōicant alij in longitudine ꝯstat ꝓpositū. Istud aūt sic ꝓbat̃ pꝫ eni ex p̄missis ꝙ quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. et quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad numerum. h. ergo per equam proportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerꝰ. f. ad numerū. h. sed nullꝰ q̄tuor numeroꝝ. f. h. l. q se habet ex ypothesi ad aliū sicut numerꝰ q̄dratus ad numeꝝ q̄dratū. q̄re ꝑ. 3. ptē

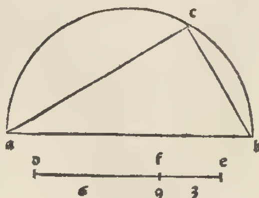


7.due linee.b.c.b.k.sunt incõmensurabiles in longitudine. Eadem rõne quelibet due ex illis quatuor sint incõmensurabiles i longitudine :liquet ergo qd volumus.

Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rõnales cõicantes quorũ longior plus possit breuiori quantum est quadratũ linee sibi incõmensurabilis in longitudine inuenire.

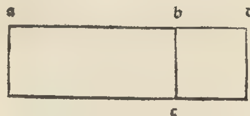
¶ In hac quoqз remaneat eadẽ dispositio eedẽqз ypotheses que in premissa hoc solũ mutato q proportio numeri.d.c. ad neutrũ duorũ numerorum.d.f.z.f.e.sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ:hoc aũt facile fiet:posito.d.e.quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nõ quadratos vt si.d.e.sit.9.z.d.f.6.z.f.e.3.argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q.a.b.z.a.c.sint incõmensurabiles in longitudine p vltimã partẽ.7.¶ Et sciendũ q due linee quales hec et premissa docent inuenire cõponunt binomium:z minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiã q linee tm̃ potentia rõnales cõicantes possũt esse vna rõnalis z alia irrõnalis sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit.25.pedũ z alia.24.sunt rõnalia potẽtia tm̃ cõicantia:latus enim prime superficiei est.5.latus vero scd̃e nõ numeratur z possũt esse ambe irrõnales ut latera tetragonica duarum superficierum quarũ vna sit.24.pedũ z alia.23.neutrius eni numeratur latus.suntqз i longitudine incõmensurabilia ex vltima pte septime. ¶ Qd si libeat etiã inuenire plures lineas duabus potentia tm̃ rõnales cõicantes quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato linee secum nõ cõicantis in longitudine: sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q ipsius ad nullã suarum partiũ nec alicuius ad aliquã aliarum sit proportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ ut.25.põt diuidi in.2.z.25.item in .5.z.20. z rursus in.7. z.18.Et sic processus idẽ q̃ fuit in pmissa.



Propositio .19.

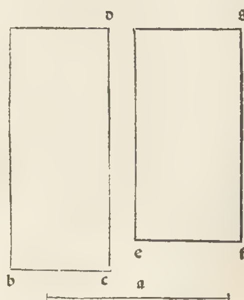
Omnis superficies quã cõtinẽt due linee potẽtialiter tãtũ rõnales cõicantes ẽ irrõnalis diciturqз superficies medialis. eiusqз latus tetragonicum scз qd i eam potest est irrõnale diciturqз linea medialis.

¶ Sint due linee.a.b.b.c.cõtinẽtes superficiẽ.a.c. rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes:q̃ qualiter reperiantur ex pmissa z antepmissa.manifestum ẽ:dico superficiẽ.a.c. esse irrõnalem.Sit eni.c.d.quadratũ.b.c.eritqз rõnale p ypothesim eo q linea.b c.ẽ rõnalis i potẽtia:z quia ex prima sexti.a.c.ad.c.d.sicut.a.b. ad.b.d.non cõicat aũt.a.b.cũ.b.d.quia ex ypothesi nõ cõicat cũ sua equali q̃ ẽ.b.c. sequitur p scd̃am ptẽ 10.ut etiã.a.c.nõ cõicet cũ.c.d.q̃re p diffinitionẽ superficies.a.c.ẽ.irrõnalis.ideoqз z suũ latus tetragonicũ ẽ etiã irrõnale.dicitur aũt hec superficies medialis qm̃ ipsa ẽ medio loco proportiõalis inter duas superficies rõnales videlicet inter q̃drata duarũ linearum ipsã cõtinẽtiũ z lineã potẽs in ipsã dicitur medialis .qm̃ ipsa quoqз ẽ medio loco proportiõalis inter duas lineas potẽtia tm̃ rõnales cõicantes z hec due linee sunt latera dicte superficiei.Et hoc est quod volumus.



Propositio .20.

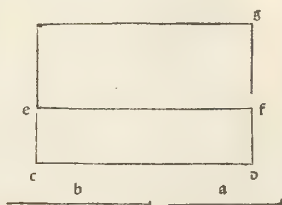
Cum adiuncta fuerit linee in lõgitudine rõnali superficies equalis quadrato linee medialis latus eius scd̃m potentiam tãtũ erit rõnale lateriqз primo i lõgitudine icõmẽsurabile ¶ hec est quasi conuersa premisse. Sit .a. linea medialis. sitqз



linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b.d. equalis qua/
drato linee.a.ꝙ hoc modo fiet:subiungatur duabus lineis.b.c.⁊.a.linea.c. d.i cō
tinua proportionalitate:ut docet.10.sexti:eritqꝫ superficies ex.b.c.in.c.d. equalis
quadrato linee.a.per.16.eiusdē:dico latus eius ẜm quod est.d.c.esse rōnale in po/
tentia tm̄ ⁊ incōmensurabile in longitudine lateri.b.c.Eritqꝫ ex premissa p diffi/
nitionē linee medialis ut linea.a.possit in aliquē superficiē contentam a duabus
lineis potentia tm̄ rōnalibus cōmunicantibus que sit superficies.e.g.cuius latera
e.f.⁊.f.g.eruntqꝫ due superficies.b.d.⁊.e.g.per primam partem.13.sexti:laterum
mutuorum propter hoc ꝙ ipsi sunt equales ⁊ rectangule: ꝓportio ergo.b.c.ad .c.
f.est sicut.f.g.ad.c.d.quare p.10.cū.b.c.cōicet i potentia cū.e.f.eo ꝙ q̄drata vtri
usqꝫ earuꝫ sunt rōnalia ex ypothesi.f.g.cōicabit in potentia cum.c.d. cū igit̄ qua/
dratum.f.g.sit rōnale per ypothesim:erit quoqꝫ quadratū.c.d.rōnale per diffini/
tionem : at q2 superficies.b.d.est irrōnalis sicut sua equalis.e.g. per premissā.se/
quitur vt quadratum linee.c.d.nō cōicet cū superficie. b.d. ⁊ quia quadratū linee
c.d.ad superficiem.b.d.est per primam sexti:sicut.c.d.ad. c.b. erit per secundam
partem.10.ut.c.d.non cōmunicet cum.b.c.quare cum.b.c.sit rōnalis in longitudi
ne ex ypothesi:erit.c.d.irrōnalis in longitudine ⁊ potentia tm̄ rationalis:patet er
go proposita conclusio.

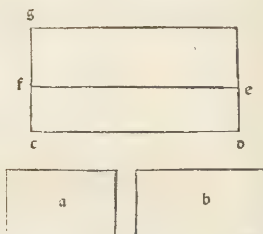
Propositio .21.





Omnis linea communicans mediali est medialis.

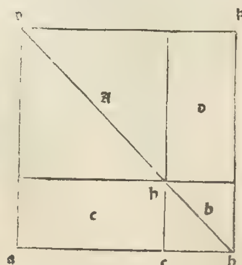
¶Sit linea.a.medialis cui ponatur linea.b.esse cōmunicans siue in
longitudine siue in potentia tm̄:dico ꝙ etiam linea.b.est medialis.
Sit enim linea.c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur superfici
es.c.f.equalis quadrato linee.a. ⁊ item superficies.e.g.equalis qua/
drato linee.b.hoc autem qualiter fiat in premisse demonstratione dictū ē. Eritqꝫ
per premissam linea .d.f. rōnalis in potentia tm̄ ⁊ incōmensurabilis linee.c.d.et
quia per primam sexti.e.g.ad.c.f.sicut.f.g.ad.d.f.cōstat autem. e.g.cum. c.f.eo
ꝙ quadratum.b .communicat cum quadrato. a.per ypothesim: quibus quadra/
tis dicte superficies posite sunt equales:sequitur per primaꝫ partem.10.ut linea.f.
g.cōmunicet cum linea.d.f.quare.f.g.est rōnalis i potentia tm̄ sicut est.d.f.⁊ in/
cōmensurabilis in longitudine linee.c.f.cū linea.d.f.sibi cōmunicans sit incōmē/
surabilis eidem.c.f.eo ꝙ sue equali:hoc enim probatum est in.8.qō si fuerint due
quantitates cōicantes cuicūqꝫ vna earuꝫ non cōicat nec reliqua: itaqꝫ per.19.erit
superficies.e.g.medialis ⁊ eius latus tetragonicum quod est.b. mediale quod est
propositū.¶Silr̄ quoqꝫ omnes superficies cōicans superficiei mediali medialis eē
conuincitur.Sit eni superficies.a.medialis cui ponatur superficies.b.esse cōicans
dico superficiem.b.esse medialem quod sic constabit.sit linea.c.d.rōnalis in longi
tudine : adiungaturqꝫ ei superficies.c.e.que sit equalis superficiei.a.qō hoc mo/
do fiet.Inueniatur linea.c.f.ad quā sic se habeat vnum ex lateribus superficiei.a.
sicut linea.c.d.se habet ad reliquum.hec autem linea qualiter reperiatur in. 10.se/
xti dictum est.Eritqꝫ ex.15.eiusdem superficies.d.f.equalis.a.itēqꝫ eodem modo
ad lineam.e.f.adiūgatur superficies.e.g.que sit equalis.b. erit itaqꝫ per.20.linea
c.f.potentia tm̄ rōnalis:erit quoqꝫ linee.c.d.in longitudine incōmensurabilis. Et
quia.a.⁊.b.erant cōicantes ex ypothesi:erunt quoqꝫ.c.e.⁊.e.g.eis equales cōican
tes:itaqꝫ per primam partem sexti ⁊ per primaꝫ partem.10.huius erunt due linee
c.f.⁊.f.g.cōicantes in longitudine.¶Est igitur linea.f.g.rōnalis in potentia tm̄ ⁊



l.l.n.est quantū q̄d ex.n.q.in se per.16.sexti:ideoq̨ per.4.scd̄i quantū quarta ps quadrati linee.n.g. Itaq̨ per primaȝ ptē.13. cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n.g. ita q̄ ad cōplendā totam lineam.f.n.desit superficies quadrata in duo cōicantia ad punctū.l.erit.f.n potentior.n.g.in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine:constat ergo propositum.

Proposito .55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiūgat̄ lat⁹ ei⁹ reliquū biōmiū scd̄m eē oportebit ¶Sit linea.a.b.bimediale primū diuisa ad punctum.c. scd̄m suum terminū. Cetera aūt sint ut prius:dico lineā.f.g.esse binomium scd̄m erit eni superficies.m.g.rōnalis eo q̄ ptes bimediales primi continent superficiem rōnalem ⁊ superficies tres.e.l.l.m.⁊ tota.e.n.mediales cōicātes eo q̄ portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tm̄ cōicantes ex.31 per. 16.igitur erit linea.n.g.rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f. rōnali posite.⁊ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tantū que cū sit maior linea. n.g. ex primo duoȝ antecedentiū demonstrationi.35.adiunctoȝ ⁊ prima.6.ca que potentior quadrato linee cōmunicantis secū in longitudine ex prima pte.13.erit a diffinitione linea.f.g.binomium scd̄m quod est propositum.

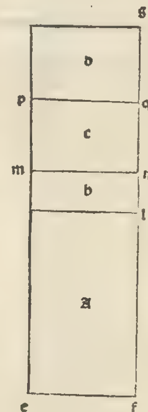


Propositio 56

Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scd̄i lat⁹ ei⁹ secundum binomium tertium esse necesse est:

¶Si fuerit linea.a.b.bimediale scd̄m diuisa per terminum suum ad punctū.c.reliqua vero oia fuerint ut prius:erit linea.f.g .binomium tertium. Erit eni ex.32.⁊ nostris positionibus vtraq̨ superficieȝ.e.n.⁊.m.g. medialis:quare per.20.vtraq̨ duaȝ lineaȝ.f.m.⁊.n.g.erit ronalis in potentia tātū. et q̄ bimedialis scd̄i partes sunt cōicantes in potētia tm̄ erit supficies.e.l.cōicans supficiei.l.m.⁊ iō linea.f.l.linee .l.n.potentior:ergo ē p primā partē.13.f.n. q̄ȝ sit n.g.in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine.Cūq̨ sint supficies.a.b. ⁊ quadratū.b.b.incōmensurabilia eo q̄ linee.a.c.⁊.c.b.incōmēsurabiles: ideoq̨ ⁊ ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis piter acceptis. eo q̄ quadrata sibi inuicē cōicant ex ypotbesi supplemēta quoq̨ cū sibi inuicē sint eq̄lia:seq̄t vt supficies.e.n.sit icōmēsurabilis supficiei.m.g.⁊ iō linea.f.n.linee.n.g.p diffinitionē igit̄ ē linea.f.g.binomiū tertiū q̄d ē ꝓpositū.

Propositio .57.



Si linee rōnali rectāgulū equū q̄drato linee maioris adiūgat̄ alteȝ se cōtinentium laterum erit binomium quartum ¶Si hec quoq̨ fuerit linea.a.b.linea maior diuisa scd̄m terminū suum ad punctū.c. cunctaq̨ reliqua non fuerint aliter q̄ȝ prius:erit linea .f.g. binomiū quartū.Cū eni sint ambo quadrata portionū linee maioris piter accepta rōnale erit supficies.e.n.rōnalis :ideoq̨ per. 16.linea.f. n.rōnalis in longitudine cōicans linee.e.f.rōnali posite:superficies vero.m.g.erit medialis ꝓpter illud q̄ portiones linee maioris cōtinēt supficiē medialē.itaq̨ per 20.linea.n.g.ē in potētia rōnalis tm̄:⁊ q̄ etiā portiones prefate linee.a. b.sūt potentialiter incōmensurabiles superficies.e.l.incōmēsurabilis erit.l.m.ideoq̨ linea f.l.linee.l.n.igitur per primā partē.14.linea.f.n.est potentior linea. n.g. i q̄drato

lineę ſibi incōmenſurabilis:ex diffinitione igitur ē linea.f.g .binomium quartum: quod erat pꝛopoſitum.

Pꝛopoſitio 58.

SI lineę rōnali quadrato lineę potentis ſupꝛa rōnale erit mediale equalis :parte altera longioꝛ foꝛma adiungatur alterum latus eius binomium quintum eſſe neceſſe eſt.

¶ Pꝛopoſita linea.a.b.ea que pōt ſupꝛa mediale ⁊ rōnale diuiſa ſm eius diffinitionē ad punctū. c.nihil imutet̃ de reliquis.ſequit̃qꝫ lineā f.g.eſſe binomium quintū Cū enim ptes ħu⁹ lineę.a.b.contineāt rōnalē ſuperficiē neceſſe eſt vt ſuperficies.g.m.ideoqꝫ p.16.linea.n.g. ſit rationalis. Cumqꝫ ambo quadrata partium huius lineę piter accepta ſint mediale erit ſuperficies.e.n .me/dialis ⁊ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tm̄.at qꝛ poꝛtiones pꝛedicte lineę ſūt incōmenſurabiles in potentia:erit ſuperficies.e l.incōmenſurabilis ſuperficiei.m.l.ideoqꝫ ⁊ linea.f.l.lineę.l.n.potentioꝛ igit̃ ē per pꝛimā ptē.14. linea.f.n.linea.n.g in quadrato lineę ſibi incōmenſurabilis:per diffinitionē itaqꝫ binomij quinti con/clude pꝛopoſitum.

Pꝛopoſitio .59.

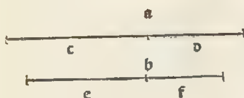
QUotiens adiuncta fuerit lineę rōnali ſupꝑficies rectangula equalis quadrato lineę potentis in duo medialia eiuſdem ſuperficiei latus ſcōm binomiū ſextum eſſe conuicitur.

¶ In hac.59.ſit linea.a.b.linea potens ſupꝛa duo medialia:que aūt pꝛeter hec ſunt ſicut ſupꝛa maneant ⁊ erit tunc linea. f.g. binomium ſextū qd̄ ignoꝛare nō poteris ſi pꝛemiſſoꝝ eiuſqꝫ qd̄.35.ꝓponit imemoꝛ nō fueris: ⁊ ſic pꝫ in hac noſtra intentio.

Pꝛopoſitio .60.

OMnis linea cuiuſlibet binomioꝛum cōmunicans ſub ea/dem ſpecie binomium eſſe pꝛobatur.

¶ Sit linea.a. binomium cuius uis ſpeciei:ſitqꝫ linea.b.ſibi cōicans in longitudine:dico lineā.b.eē binomiū eiuſdē ſpeciei cui⁹.a.ſint enī binomiales poꝛtiones.a.c.⁊.d.eruntqꝫ ambe rōnales in potētia tm̄ cōicantes per.30.linea vero.b.diuidat̃ per. 12.ſexti ſm ꝓpoꝛtionē.c.ad.d. in.e.⁊ f.eritqꝫ per coniunctam ⁊ euerſam ⁊ permutatam pꝛopoꝛtionalitatem.c.ad.e.⁊.d. ad.f.ſicut.a.ad.b.cum ſint igitur.a .⁊.b.cōicātes:erunt etiā per pꝛimā partē.10. c.⁊.e.itēqꝫ.d. ⁊.f.cōicantes.ſi igitur fuerit.c.rōnalis in potentia tm̄ erit ⁊. e.ſi au/tem in longitudine ⁊.e.Eodēqꝫ modo ſi.d.ē rōnalis in potentia tm̄ vel etiā in lon/gitudine tm̄.erit quoqꝫ ⁊. f.ſilr̃ ⁊ ex. 12.ſi potētioꝛ ē.c.d.quadrato lineę ſibi cōmē/ſurabilis in lōgitudine vel ſi forte incōmēſurabilis erit.⁊.e.potentioꝛ.f.in quadra/to lineę ſibi cōmenſurabilis vel etiā incommenſurabilis:neceſſe eſt ex diffinitioni/b⁹ ſex ſpecieꝝ binomioꝝ vt eiuſdē ſpeciei binomij ſint. a.⁊.b.Si autē linea.b.cō/muñicet binomio.a.in potentia tm̄ erit etiā et ſic linea.b. Binomium aūt eiuſdē ſpeciei non eſt neceſſariū imo impoſſibile eſt vt ambe ſimul cadāt ſub pꝛima ſpe/cie binomioꝛum vel ſub ſcd̄a quarta vel quinta.ſꝫ neceſſe eſt vt ambo cadant ſub/pꝛimis tribus aut ambo ſub tribus poſtremis:vnū enī coꝝ eſſe in aliqua ex tribus pꝛimis ſpeciebus ⁊ aliud in aliqua ex tribus poſtremis eſt impoſſibile.cum enim.a cōicet cū.b.in potentia tm̄.c.quoqꝫ cū.e.⁊.d.cū.f.cōicabit tm̄ in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarum linearum.c.⁊.d.fuerit rōnalis in longitudine non erit ſua cōpar ex lineis.e.⁊.f.rationalis in longitudine. Non eſt itaqꝫ poſſibile ut .a.et b.cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomioꝛum in quibus altera duarum



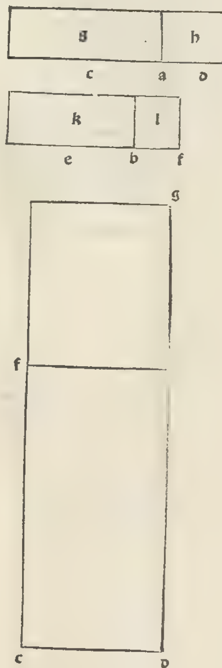
portionū binomij est rōnalis in longitudine.hec aūt species sūt:prima ꝛ scōa quarta ꝛ quinta. At vero q: per.12.due linee.c.ꝛ.e.simul potentiores sunt duabus lineis.d.ꝛ.f.in quadratis duaꝝ lineaꝝ sibi in longitudine cōmunicantiū aut incōicantium:necesse est vt ambo binomia.a.ꝛ.b.simul cadant sub primis tribus speciebus binomioꝝ aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specieꝝ: Lineā aūt.b.quid dubitas esse binomiū cū sint.eni c.ꝛ.e.cōicantes i potentia tm̄ silr quoqꝫ.d.ꝛ.f.sint aūt.c.ꝛ.d.rōnales in potentia:cōuincitur.e.ꝛ.f.esse rōnales in potentia tm̄:que q: nō cōicant in longitudine sicut nec eis ꝓportionales.c.ꝛ.d. ipse cōponunt indubitanter binomiū per.30.huius.

Propositio .61.

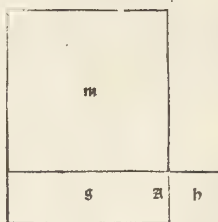


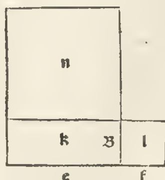
Omnis linea alterutri bimedialiū cōmensurabilis:sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

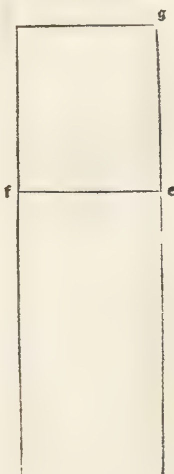
¶ Veritatē habet quod dicit̄ siue in longitudine siue etiā in potentia tm̄ cōicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint eni due linee cōmunicantes.a.ꝛ.b.quouis duoꝝ modoꝝ predictoꝝ.sitqꝫ.a.bimediale primū vel scōm:dico ꝙ etiā.b.est bimediale primū vel scōm ꝓut fuerit.a. Diuiso eni.a.bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cōponitur per.31.ꝛ.32 q̄ sint.c.ꝛ.d.b.quoqꝫ diuisa i.e.ꝛ.f.ſm ꝓportionē.c.ad.d.vt docet.12.sexti posita qꝫ.g.supficie contēta sub.c.ꝛ.d.ꝛ.k.sub.e.ꝛ.f. Et posito.b.quadrato. d.ꝛ.l.f. erit per cōiunctā ꝛ euersam ꝛ permutatā ꝓportionalitatem quēadmodū in premissa.c ad.c.ꝛ.d.ad.f.sicut.a.ad.b.sicut igitur ex positione.a.ꝛ.b.sint cōicantes siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic.c.ꝛ.e.itemqꝫ.d.ꝛ.f.silr erunt cōmunicantes At quia.c.ꝛ.d.sunt mediales potentia tātū cōicantes:sequitur ex.21.ut.c.ꝛ.f. sint etiā mediales ꝛ ex.10.potentia tantū cōicantes cū ipse per ypothesiꝫ sint ꝓportionales.c.ꝛ.d.cūqꝫ sit per primam sexti.g.ad.h.sicut.c.ad.d.ꝛ.k.ad.l.sicut.e. ad.f. erit.g.ad.h.sicut.k.ad.l.ꝛ permutatim.g.ad.k.sicut.h.ad.l.quia igitur.h.ē communicans.l.eo ꝙ duo coꝝ latera que sunt.d.ꝛ.f.cōicant in longitudine vel in potentia ſm ꝙ.a.ꝛ.b.in alterutro eoꝝ cōmunicant.sequit̄ ex.10.ut.g.ꝛ.k.quoqꝫ sibi inuicem cōicent erit igitur.k.rōnalis aut medialis prout fuerit.g.ex diffinitione superficiei rōnalis aut .21. In hoc eni tm̄ differt bimediale primū a bimediale secundo ꝙ portiones bimedialis primi in quas scōm suū terminū diuidit̄ continēt superficiem rōnalem:bimedialis autē scōi medialē. Si igitur.a.fuerit bimediale primuꝫ erit supficies.g.rōnalis quare ꝛ.k.ꝛ iō.b.bimediale primū p.31. Qꝺ si.a.fuerit bimediale scōm erit superficies.g.medialis ob hoc etiā.ꝛ.k.b.itaqꝫ p.32.erit bimediale scōm q̄re cōstat ꝓpositū. Idē aliter ad lineā rōnaleꝫ.c.d.posita.a.alterutro bimedialiū ꝛ.b.sibi in longitudine vel potentia cōicante: adiungatur supficies.c.e equalis quadrato.a.ꝛ.f.g.equalis quadrato.b.eruntqꝫ supficies.c.e.ꝛ.f.g.cōmunicantes eo ꝙ quadrata eis equalia que sūt quadrata lineaꝝ.a.ꝛ.b.sunt cōicantia ex ypothesi:ex prima igitur sexti ꝛ.10.hui⁹:necesse est duas lineas.d. e.ꝛ.e.g.esse cōicantes:ꝛ quia si.a.fuerit bimediale primū linea.d.e.erit binomium scōm p.55. ideoqꝫ.e.g.etiam binomium scōm per premissam quare latus tetragonicū superficiei.f.g:ꝛ ipsum est b.bimediale primū per.49.at vero si.a.fuerit bimediale secūdū linea.d.e.erit binomium tertium per.56.ideo.e.g.ē binomium tertium p premissam quare ꝛ lat⁹ tetragonicū supficiei.f.g.ipsū ē.b.bimediale scōm per.50. Manifestū ē igit̄ veꝝ eē qꝺ ꝓponit̄.



Propositio .62.







Omnis linea cõicans linee maiori: est linea maior.

¶ Et hec quoq; veritatem habet. si vtrolibet modo cõicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto eni. a. linea maior. b. vero quouis sibi cõmunicans modo: erit. b. linea maior. Diuisa nanq;. a. i eas portiões ex quibus constat per. 33. que sunt. c. ⁊. d. ⁊. b. fm earum ꝓportioné in. c. ⁊. f. positoq; ꝙ. g. sit superficies cõtenta sub. c. ⁊. d. ⁊. k. sub. c. ⁊. f. ⁊. m. ⁊. b. sint quadrata. c. ⁊. d. at. n. ⁊. l. e. ⁊. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scðam ptē. 18. sexti ⁊ coniunctim. m. ⁊. b. ad. b.. sicut. n. ad. l. ad. l. ⁊ permutatim. m. ⁊. b. ad. n. ⁊. l. sicut. b. ad. l. q2 ergo. b. cõicat cũ. l. eo ꝙ. d. cõicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia ꝓut. a. cõicat cũ. b. sequit̃ ut ambo quadrata. m. ⁊. b. pariter accepta communicent cũ ambobus quadratis. n. ⁊. l. pariter acceptis. cũ itaq; duo prima pariter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq; ⁊ duo postrema rõnale ꝑ diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialē sicut. g. ex. 21. lineasq;. c. ⁊. f. esse incõmensurabiles in potentia sicut. c. ⁊. d. ex. 10. concluditur ꝑ. 33. lineã. b. esse lineã que dicitur maior qð est propositũ. ¶ Idē aliter. cum sit. a. linea maior cui. b cõicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rõnali que sit. c. d. adiungatur supficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cũ igit̃ q̈drata duaꝝ lineaꝝ. a. ⁊. b. sint cõicãtia ex ypothesi: erit supficies. c. e. cõicãs superficiei. f. g. iõq; ꝑ primã sexti ⁊. 10. hꝰ linea. d. e. linee. e. g. i lõgitudie. at q2 ex. 57. linea. d. e. ē binomiũ q̃rtũ erit quoq; ꝑ. 60. liñea. e. g. binomiũ q̃rtũ: igit̃ ex. 51. linea. b. potēs i supficiē. f g. ē linea maior.

Propositio 63.

Si qua linea linee potenti in rationale ⁊ mediale ꝯmunicet ipsa in rationale ⁊ mediale potens esse comprobatur.

¶ Verũ quoq; est ꝙ qualitercũq; linea aliqua sit cõicans potenti in rationale ⁊ mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiã est potens in rõnale ⁊ mediale: qð sicut prius duplici modo probatur: necesse est autē quantũ ad primũ modũ vt sicut due linee. c. ⁊. d. sint i potentia incõmēsurabiles. ita sint etiã. c. ⁊. f. ꝑ. 10. Et queadmodũ. g. est superficies rõnalis: nã tale ꝯtinent portiones linee potentis in rõnale ⁊ mediale. ita etiã per diffinitionē sit. k. rõnalis ⁊ queadmodũ duo quadrata. m. ⁊. b. pariter accepta sũt mediale: sicut etiã per. 21. duo quadrata. n. ⁊. l. ꝑiter accepta erunt mediale: igit̃ ex 34. b. ē potēs i rõnale ⁊ mediale. quãtũ aũt ad scðm modũ necesse ē ex. 58. ut linea d. e. sit binom:iũ quintũ. iõ ⁊ ꝑ. 60. linea. e. g. ē binomiũ quintũ: quare ꝑ. 52. latꝰ tetragonicũ supficiei. f. g. qð est. b. erit linea potens in rõnale ⁊ mediale: quod ē ꝓpositum.

Propositio .64.

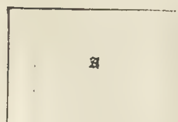
Omnis linea cõmunicans potenti ĩ duo medialia: ipsa quoq; potens est in duo medialia.

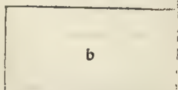
¶ Hec quoq; manentibus eisdem dispositione ⁊ positionibus eo duplici modo quo premisse: probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia cõmunicet linea. b. cũ linea. a. potēti in duo medialia. Quantũ eni ad primũ argumētationis modũ erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoq; ⁊. k. per. 21. cum cõicet ei: duo quoq; quadrata. m. ⁊. b. pariter accepta erũt ex eadē. 35. mediale: ideoq; duo. n. ⁊. l. pariter accepta ꝑ. 21. at q2 duo quadrata. m. ⁊. b. pariter accepta ex ꝓdicta. 35. sunt incõmensurabile duplo superficiei. g. eq̃r ꝑ. 10. ⁊ nostras positiões vt duo quoq;. l. ⁊. n. ꝑiter accepta sint icõmēsurabile

duplo superficiei.k.cum itaqȝ sint.e.⁊.f.incōmensurabiles in potentia quēadmodū c.⁊.d.erit ex.35.linea.b.potens in duo medialia.quantū aūt ad scōm solite argu mentationis modū erit p.59.d.e.binomiū sextū. ideoqȝ etiā p.60.linea .e. g. erit binomiū sextum quare per.53.latus tetragonicū supficiei.f.g.qd est.b.erit potens in duo medialia quod est propositū. Propositio .65.



I due superficies quarum altera rōnalis altera vero media lis coniungantur:linea potens in totā superficiem inde cō/ positā aliqua erit quatuor irrationalium linearum videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potēs in rationale ⁊ mediale:



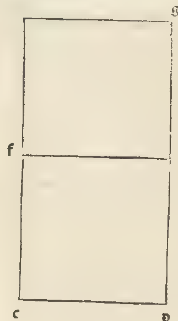


Ut si.a.sit rōnalis supficies ⁊.b.medialis erit linea potens in totā.a. b.aliqua premissarum quatuor.Sit eni linea.c.d.rōnalis cui adiungatur. c.e. equalis .a.⁊.f.g. equalis.b.eritqȝ ex.16.linea.d.e.rōnalis in longitudine cōicans linee.c. d. rōnali posite ⁊ ex.20.linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄ ⁊ ex.30.linea.d.g. binomiū cuius cum altera binomialiū portionū que est.d.e .sit rōnalis in longitudine cōicans li/ nee rōnali posite que est.c.d.ipsū erit ex diffinitione specierum binomij aut binomi um primū aut scōm aut quartū aut quintū:tertiū aūt aut sextū nō erit ex diffiniti one.itaqȝ ex.48.49.51.⁊.52.linea potens in totā.c.g .que ē equalis duabus simul a.⁊.b.erit aut binomiū aut bimediale primū:aut linea maior aut potens in rōna/ le ⁊ mediale:qd est propositū:bimediale vero secūdū aut potens in duo medialia non erit:qm̄ si esset bimediale secundum:esset ex.56.linea.d .g.binomiū tertium qd si esset potens in duo medialia esset ex.59.linea.d.g.binomiū sextū. sed neutrum erat:vnde patet nostra intentio. Propositio .66.



Um coniuncte fuerint due superficies mediales incōmen surabiles linea potens in totam supficiē alterutra erit dua rū irrōnaliū linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

Ut si.a.⁊.b.sint due supficies mediales incōmensurabiles.si enim cēnt cōmensurabiles esset cōposita ex eis medialis ex.9.⁊.21.quare ⁊ linea potens in ea medialis ex. 19. dico qꝫ linea potens in cōpositā ex ambabus erit aut bimedi ale scōm aut potens in duo medialia. Sit quidē linea.c.d. rōnalis:supficies vero sibi adiuncta.c.e.equalis.a. ⁊ supficies.f.g.equalis.b.eritqȝ ex.20.linea.d.e. sit quoqȝ linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄:cūqȝ supficies.c.e.⁊.f.g.sint incōmensura biles sicut.a.⁊.b.eis equales.ideoqȝ linee.d.e.⁊.e.g.ex prima sexti ⁊.10.huius:erit ex.30.linea.d.g.binomiū cuius cū vtraqȝ binomialiū portionū que sunt.d. e.⁊.e. g.sit incōmensurabilis linee rōnali posite que ē.c.d.ipsū erit ex diffinitione bino/ miū tertiū aut sextū:linea ergo potēs i totā.c.g.eqlem opposite ex.a.⁊.b.erit ex.50 ⁊.53.aut bimediale secundum aut potens in duo medialia :quod est propositum.

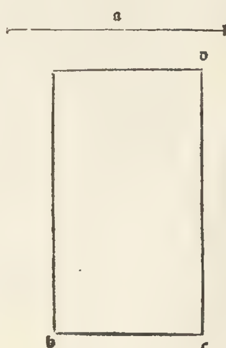


Propositio .67.



Um posita fuerit linea binomialis cetereqȝ irrationales sequentes eam:non erit earum aliqua sub termino alterius.

Uult qꝫ si linea aliqua ut .a.fuerit aliqua ex sex pbabitis lineis ir/ rationalibus que sunt binomiū ⁊ eius quinqȝ comites ipsa non erit aliqua aliarum.Si enim quadrato eius equalis supficies adiūgatur ad lineā rōnalem.b.c.que sit.b.d.siquidem.a.fuerit binomium:erit ex.54.linea.c.d.

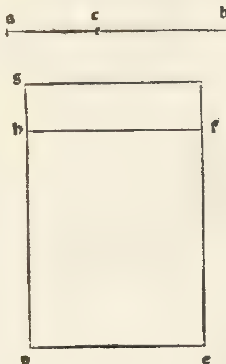


binomiũ p̄rimũ:que si fuerit bimediale primũ:erit.c.d.ex.55.binomiũ scḋm:si aũt bimediale scḋm:erit.c.d.ex.56.binomiũ tertiũ. Et si linea maior erit.c.d.ex.57.binomiũ quartũ. At si potens in rõnale ⁊ mediale.aut si potens in duo medialia:erit ex.58.c.d.binomiũ quintũ:aut ex.59. binomiũ sextũ:et q̃r impossibile est.c.d.esse simul sub diuersis speciebꝰ binomioꝝ a diffinitiõe ė ipossibile.a.esse simul sub diuersis speciebus sex p̄habitaꝝ lineaꝝ irrationaliũ: De linea aũt mediali cõstat ꝙ ipsa quoq3 nõ sit aliqua sex sequentiũ videlicet neq3 binomiũ neq3 aliqua ex ipsius comitibus.cũ eni superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalē:latus eius scḋm est rõnale in potentia ex.20.cum aũt superficies equalis quadrato binomij aut alicuius suaꝝ comitũ:latus eius scḋm est binomiũ aut p̄mũ aut scḋm ⁊ sic de ceteris per.54.⁊.5.eã sequẽtes quare ipsũ est irrationale et in longitudine ⁊ in potentia.per.30.Cum igitur sit impossibile eandẽ lineã esse rõnalem in potentia ⁊ irrationalem tã in longitudine q̃3 in potentia:nimirũ impossibile lineam medialem esse bimedialem aut aliquã ex quinq3 suis comitibus.

Propositio .68.



SI linea de linea abscindatur fuerintq3 ambe potẽtialiter tantũ rationales cõicantes:reliqua linea erit irrationalis dicetur q3 residuum.



¶Sit linea.b.c.abscisa ex.a.b.sintq3 ambe rõnales tantũ potentia cõicantes quales docuit inuenire.17.⁊.18.⁊ hec sunt que cõponunt binomiũ.dico ꝙ.a.c.reliqua est irrõnalis ⁊ ipsa vocatur residuum.cõstat enim ex 7.scḋi ꝙ quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̃iter accepta que cõponunt superficiem rõnalem ex ypothesi ⁊ diffinitione rõnalis superficiei ⁊.9.huius tm̃ sunt quantũ duplum superficiei.a.b.⁊.b.c.cũ quadrato.a.c.cũq3 ex.19.superficies.a.b.i.b.c.sit medialis.ideoq3 ⁊ duplum eiꝰ mediale per.21.⁊ iḋ. irrõnale per 19.sequiť vt ambo quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̃iter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei vnius eaꝝ in alterã:quare per.9.⁊ quadrato linee.a.c. ex diffinitione igiť quadratũ linee.a.c.ė irrõnale cũ ipsũ sit incõmensurabile rõnali videlicet duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̃iter acceptis:itaq3 etiã ex diffinitione linea.a.c.ė irrõnalis quod est propositũ.Exemplariter in figura isto superficies.e.g.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.p̃iter acceptis:eritq3 rõnalis. itemq3 sit superficies.d.f.equalis duplo superficiei vnius in alterã:eritq3 ex.19.medialis ⁊ erit ex 7.scḋi superficies.f.g.equalis q̃drato linee.a.c.cũq3 superficies.e.g.sit incõmensurabi lis superficiei.d.f.eadẽ erit ex.9.incõmensurabilis.f.g.quare.f.g.irrõnalis ⁊ eius tetragonicũ latus.a.c.

Propositio .69.



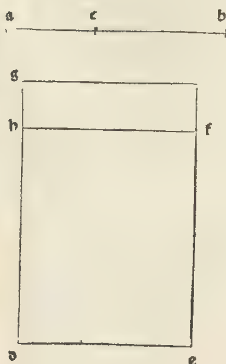
SI fuerit linea de linea abscisa fueritq3 ambe mediales potentialiter tantũ cõicantes superficiemq3 rõnalẽ cõtinẽtes reliq̃ linea erit irrõnalis diceť q3 residuum mediale p̄mũ.

¶Sit linea.b.c.abscisa ex linea.a.b. sintq3 ambe quales ꝓponitur quas ex.24.⁊.25.reperies ⁊ hec sunt que cõiungũt bimediale primũ. dico ꝙ reliqua linea.a.c.erit irrõnalis ⁊ ipsa diciť residuũ mediale primũ:Erũt eni ambo earum quadrata pariter accepta mediale:duplũ vero superficiei vnius in alteram rõnale.itaq3 ambo quadrata p̃iter accepta incõmensurabile sunt duplo superficiei vniꝰ i alterã q̃r itaq3 ãbo quadrata p̃iter accepta cõponunť ex duplo superficiei vniꝰ i alterã ⁊ q̃drato linee.a.c.sequiť p.9.ut q̃dratũ linee.a.c. sit incõmẽsurabile

duplo superficiei vni⁹ in alterā quare tam ipsū quadratū q̄ȝ latus ei⁹.a.c. ē irrōnale p diffinitionē ꝯstat ergo ꝑpositū Qd queadmodū i p̄missa si libet potes declarare exēplariter i figura ¶ Aliter idē sic:sit linea.d.e.rōnalis i lōgitudine:cui adiūgatur supficies.d.f.equalis duplo supficici vnius in alterā ꝛ supficies.g.c.equalis ambobus quadratis pariter acceptis.eritqȝ p.7.scdi supficies.f.g.equalis quadrato linee.a.c.cū itaqȝ.p.ypothesi sit supficies.e.g.medialis erit p.20.linea.d.g.rationalis in potentia tm̄. Cū vero sit supficies. c.b.rōnalis p ypothesim erit ex.16. linea.d.b.rōnalis in longitudine:itaqȝ per.68.linea.g.b.est residuū ꝛ irrationalis ideoqȝ p.16.a destructione ꝯñtis superficies.f.g.est irrōnalis ꝛ eius latus tetragonicum quod est.a.c.est irrationale.Et sic patet propositum.

Propositio .70.

SI linea de linea secetur fuerintqȝ ambe mediales potentialiter tantū cōmunicātes cōtinentesqȝ mediale:reliqua linea erit irrōnalis diceturqȝ residuū mediale secundum. ¶ Sit hic quoqȝ linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.vterqȝ autē.a.b. ꝛ.b.c.sint vt proponitur ꝛ ipse p.26. reperiunt ꝛ sunt que cōponunt bimediale scdm:dico ꝙ linea reliqua que est.a.c.ē irrōnalis ꝛ ipsa dicit residuū mediale scdm.Sunt eni ex ypothesi ꝛ.21.ambo quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.pariter accepta mediale.silr quoqȝ duplū superficiei vnius in alterā ē mediale.Cum itaqȝ ex.22.mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali:erit quadratum linee.a.c in quo p.7.scdi duo quadrata.a.b.ꝛ.b.c.pariter accepta excedunt duplū superficiei vnius in alterā irrōnale quare ꝛ linea.a.c.irrōnalis. Figurali quoqȝ exemplo patefieri pōt istud ut pri⁹.Si eni sit.c.g.eq̄lis ambob⁹ quadratis.a.b.ꝛ.b.c.silr ꝛ.d.f duplo supficiei vnius in alterā erit.f.g.p.7.scdi equalis quadrato. a.c. que cum sit differentia supficiei vnius medialis.e.g.ad supficiē medialē.d.f.ipsa est irrationalis per.22.ꝛ ei⁹ tetragoicū lat⁹.a.c.irrōnale. ¶ Idē aliter Sit linea.d.e.rōalis cui adiungat supficies.d.f.equalis duplo supficici vnius in alterā ꝛ. e.g. equalis ambobus quadratis piter acceptis.eritqȝ p.7.scdi.f.g.equalis quadrato.a .c. qr vero e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.in potentia tm̄ rōnalis. Silr quoqȝ.cū.e.b. sit medialis erit ex eadē linea.d.b.rōnalis:silr in potentia tm̄. Et qm̄. a.b.ꝛ.b.c. sunt incōmensurabiles in longitudine ideoqȝ quadratū vtriusqȝ eaꝝ supficiei vni⁹ in alterā: ꝛ propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi communicent.sūt quoqȝ incōmensurabiles duplo supficiei vnius in alterā :sequit vt.e g.sit incōmensurabilis.b.e.qua ꝑpter linea.d.g.linee.d.b.igit ex.68.linea.g.b.ē residuū ꝛ irrōnalis.ideoqȝ per.16.a destructione ꝯñtis supficies.f.g.irrationalis. ꝛ eius latus tetragonicū.a.c.irrōnale.



Propositio .71.

SI linea de linea detrahat fueritqȝ ambe potentialiter incōmensurabiles cōtinentesqȝ mediale quadrataqȝ earum ābo piter accepta rōnale:reliqua linea erit irrōnalis vocabiturqȝ minor. ¶ Si sint.a.b.ꝛ.b.c. q̄les ꝑponit que p.27.repiuntur ꝛ ꝯponūt lineā maiorē erit linea.a.c.irrōnalis ꝛ ipsa est q̄ dicit linea minor: qd qui p̄missa firmiter tenuerit positiōnesqȝ diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72

SI linea de linea demat᷑ fuerintq₃ ambe potentialiter icō/mensurabiles supficiemq₃ rōnalē cōtinentes quadrataq₃ earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irratiōalis diceturq₃ iūcta cū rōnali cōponēs totū mediale ¶ Et hoc quoq₃ nescire nō pōt qui priora nouerit nisi a memoria exciderint: qm̄ positis lineis .a.b. ⁊ .b.c. de qualibet ꝓponit᷑ que ⁊ p.28. reperiunt᷑ lineā potētē in rōnale ⁊ mediale cōponunt: sit .a.c. reliqua irrōnalis ipsa dicitur que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

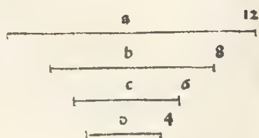
Propositio. 73.

SI linea a linea detrahat᷑ fuerintq₃ ambe potentialiter incōmensurabiles supficiēq₃ medialē continentes quadrataq₃ eaꝝ ambo piter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incōmensurabile: reliqua linea erit irrationalis diceturq₃ iuncta cū mediali faciēs totū mediale: ¶ Sint etiā hic .a.b. ⁊ .b.c. quales ꝓponitur que p.29. repiunt᷑ ⁊ ipsi sunt que componunt lineā potentē in duo medialia eritq₃ .a.c. reliqua irrōnalis dicta que iuncta cū mediali ꝯponit totū mediale qḋ vt facile p p̄missa duplici argumentatione concludas ꝓcessū .70. moneo diligenter attendas: ē aūt p̄mittēdū hic añs necessarium ad demōstrationes sequētiū qḋ ē ꝓpositū.

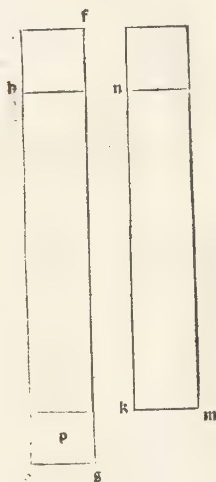
¶ Si fuerint quatuor quantitates differētia prime quaꝝ ad scḋam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartā. ¶ Intelligendū est hoc de quantitatibus eodē modo relatis vt cū prima maior fuerit secunda sic quoq₃ tertia maior quarta cū vero minor ⁊ minor. Exēpli grā sit dr̄ia .a. ad .b. sicut .c. ad .d. dico ꝙ erit .a. ad .c. sic .b. ad .d. ē eni p hāc cōem ai ꝯceptionē dr̄ia extremoꝝ cōposita ex differentijs ipsoꝝ ad media dr̄ia .a. ad .c. ꝯposita ē ex ea que ē .a. ad .b. ⁊ ea que est .b. ad .c. at ea que est .b. ad .d. p eandē ꝯceptionē ꝯponit᷑ ex ea que ē .b. ad .c. ⁊ ea que ē .c. ad .d. ⁊ quia ex ypothesi ē dr̄ia .a. ad .b. sicut .c. ad .d. ea vero que est .b. ad .c. est cōis sequit᷑ p cōem sciam vt sit .a. ad .c. sicut .b. ad .d. qḋ ē ꝓpositū.

Propositio .74.

NUlla linea nisi vna tantū residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erunt ante separationem ¶ Sit linea .a.c. residuū que fuerit reliqua abscisa .b.c. ex .a.b. eruntq₃ .a.b. ⁊ .b.c. rōnales tm̄ potentia cōicantes ex .68. dico ꝙ ipsa .a.c. nulli alij linee q̄₃ .b.c. poterit ꝯponi sub hac diffinitione neq₃ maiori .b.c. neq₃ minori .b.c. Si aūt pōt componat᷑ cū₃ .c.d. indr̄nt᷑ maiori aut minori q̄₃ .c.d. eruntq₃ ob hoc ambe linee .a.d. ⁊ .d.c. rōnalis in potentia tm̄ cōicātes: qr ergo ex .7. scḋi q̄drata ambaꝝ lineaꝝ .a.b. ⁊ .b.c. piter accepta excedūt duplū superficiej vni⁹ eaꝝ i alterā i q̄drato .a.c. silr quoq₃ q̄drata duaꝝ lineaꝝ .a.d. ⁊ .d.c. piter accepta excedūt duplū supficici vni⁹ ipaꝝ i alterā i q̄drato eiusdē .a.c. sequit᷑ ex p̄misso ātecedēte vt dr̄ia duoꝝ q̄dratoꝝ duaꝝ lineaꝝ .a.b. ⁊ .b.c. piter accepta ad duo quadrata duaꝝ lineaꝝ .a.d. ⁊ .d.c. piter accepta sit sicut dr̄ia dupli superficiei .a.b. i .b.c. ad duplū supficiei .a.d. in .d.c. cum aūt sint duo quadrata vtriusq₃ sectionis pariter accepta rōnale ex ypothesi: duplū vero supficiei vnius in alterā portionū vtriusq₃ sectionis mediale per ypothe. ⁊ .19. erit vna ⁊ eadē dr̄ia duaꝝ superficieꝝ rōnaliū ⁊ duaꝝ medialiū: hoc aūt ē impossibile: rōales eni superficies nō differant nisi in rōnali superficie: vt pꝫ per diffinitionē rōnalis superficiei ⁊ per .9. medialis aūt







nõ differt a mediali nisi i rõnali superficie per.22. hoc aũt fit manifestius in figura sic. Sit eni superficies.e.f.adiuncta ad lineã.e.g.equalis ambob⁹quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.pariter acceptis. At.g.b.sit equalis duplo superficiei vni⁹ in alterã eritq3.f.b.equalis quadrato linee.a.c.ex.7.scõi:silr quoq3 sit.k.l.adiuncta ad lineã.k.m.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c.piter acceptis ꝛ.m.n.sit equalis duplo supficiei vnius in alterã:eritq3 ex.7.scõi.n.l. equalis quadrato linee.a.c.ideoq3 etiam equalis.b.f.est itaq3 differentia.e.f.ad.g.b.sicut.k.l.ad m.n.quare p añs premissũ erit pmutatim differẽtia.e.f.ad.k.l.ꝛ ipsa sit.p sicut.g b.ad.m.n.ꝛ q2 vtraq3 duaꝝ lineaꝝ.e.f.ꝛ.k.l.est rõnalis vtraq3 vero duaꝝ lineaꝝ g.b.ꝛ.m.n.medialis:sequit̃ impossibile videlicet superficiem.p. esse rationalem ꝛ irrationalem.

Propositio .75.

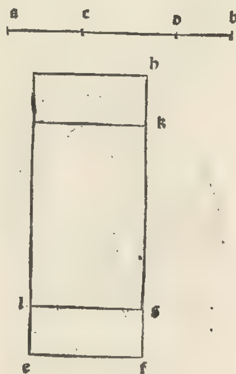


Nulla linea nisi vna tm̃ residuo mediali primo cõiungi põt vt sint ambo sub termino eaꝝ que erãt ante separationem ¶ Hec quoq3 pbabit̃ simili mõ. Sint eni i vtraq3 sectione ambo quadrata pariter accepta mediale:duplũ vero supficiei vnius in alteram rõnale ꝛ q2 vt prius eadẽ ẽ differentia quadratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ẽ dupli superficiei vnius ad duplũ supficiei alterius erit vna ꝛ eadem superficies differentia duarum medialiũ ꝛ duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.



Nulla linea residuo mediali secũdo coniũgibilis est ut sub termino eaꝝ fiant nisi tm̃ que ab ea ante separata erat. ¶ Sit eni.a.c.residuũ mediale scõm que fuit residua abscisa.b.c.ex.a b.eruntq3 ex.70.due linee.a.b.ꝛ.b.c.mediales potentia tm̃ cõicãtes mediale cõtinentes dico ꝙ ipsa.a.c.nulli linee alij q̃3.c.b.sub hac diffinitione coniungi põt. Sin autem coniungatur linee.c.d.sitq3 linea.c.f. rationalis in longitudine ad quã cõiungatur supficies.e.b.equalis quadratis duaꝝ linearum.a.b.ꝛ.b.c.pariter acceptis ꝛ.e.k.eq̃lis quadratis lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c. pariter acceptis a qua abscindatur.e.g.equalis quadrato linee.a.c.eritq3 per.7.scõi superficies.l.b.equalis duplo superficiei.a.b.i.b.c.ꝛ.l.k.per candẽ sit equalis duplo superficiei.a.d.in.d.c.q2 ergo quadrata ambaꝝ partiũ prime sectionis sunt mediale ꝛ duplum etiã superficiei mediale incõmensurabile duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nõ poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies.e.b.medialis cũ ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis ꝛ superficies.l.b.medialis cũ ipsa sit equalis duplo supficiei vnius i alterã: per.20. igitur ẽ vtraq3 duaꝝ lineaꝝ.f.b.ꝛ.g.b.rõnalis in potentia tm̃. ꝛ q2 vna est incommensurabilis alij:eo ꝙ supficies.e.b.est incõmensurabilis supficiei.b.l. sicut duo quadrata duplo superficiei:erit ex.68.linea.f.g.residuũ quare linea.f.g.que est residuum componitur linee.g.b.vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Silr quoq3 probabis candem.f.g.cuj linea.g.k.componi eadẽ conditione mediantibus superficiebus.e.k.ꝛ.k.l.quarum prima est equalis quadratis duarum linearu3.a.d.ꝛ.d.c.pariter acceptis: ꝛ secunda duplo superficiei vnius in alteram:quod est impossibile per.74.ꝛ hic modus demonstrationis potest esse communis.75.ceterisq3 quatuor sequentibus eam.



Propositio .78.

Nulla linea minori cõiungibilis est vt sub termino suo fiãt nisi tãtũ que ante sibi abcisionẽ coniungebatur.
¶ Intellige quid sit linea minor: qđ si oblitus es cõsule .21. ⁊ sine ob/iectione ɔcludes ꝓpositũ. Si quẽadmodũ i .74. ꝓcesseris: poterisqꝫ si libuerit quẽadmodũ i .76. ꝓcedere.

Propositio .78.

Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantũ componi nõ potest vt sub eaꝝ termino fiant.
¶ Quid sit linea que proponitur ex .72. didicisti. cum ergo de ea vo/lueris quod per hanc .78. dicitur demonstrare a ꝓcessu .75. in quoqꝫ nõ deuias. sed sicut i .76. si te delectauerit igenio duce poteris ꝓcedere

Propositio .79.

Linee que iuncta cũ mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem. ¶ huius linee que iuncta cuꝫ mediali cõponit totũ mediale mgra ẽ .73. de q̃ qđ hec .79. enũciat sic ɔcludere cogeris sicut de residuo mediali scđo qđ p .76. enunciatũ est ɔclusisti.

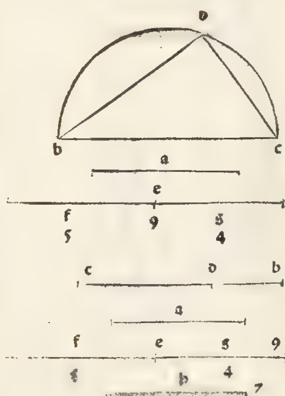
¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta qꝫ ipsi residuo linea aliqua ẜm eius terminum si fuerit totum inde cõ/positum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti cõicantis in longitudine: fueritqꝫ idẽ totũ posite rõnali linee in longitudine cõ/mensurabile qđ positũ erat dicetur residuũ primũ. Si vero linea ad/iecta posite rationali cõicet in longitudine dicet̃ residuũ scđm. Qđ si fuerit vtraqꝫ rõnali posite in longitudine incõmensurabilis vocabit̃ residuũ tertiũ. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmẽto quadrati linee ipsi toti incõmensurabilis eadẽqꝫ tota posite rõnali cõicet in longitudine nuncupabitur residuũ quartũ: Si vero linea adiecta po/site rõnali cõicet in longitudine vocabit̃ residuũ quintũ. Qđ si fuerit vtraqꝫ posite rõnali i longitudine icõmensurabilis appellabit̃ residu/um sextum.

Propositio .80.

Residuũ primũ inuestigare. ¶ Ab inuentione omniuꝫ specierũ residui facile nos absoluat inuentio p ordinẽ omniũ specieꝝ binomij Nam i qualibet specie binomioꝝ si minor portio abscindat̃ de maiori linea reliqua erit residuũ siĺis spẽi vt pꝫ ex diffinitionibꝰ tam binomiorũ q̃ꝫ residuoꝝ: ꝓprijs tñ inuentionibus residuoꝝ isistentes sic in/quiramꝰ primũ. Sit linea .a. rõnalis posita cui cõmẽsurabilis i lõgitudie. sumat̃ .b.c. sitqꝫ .e. numerꝰ quadratus diuisus in .f. non quadratum. ⁊ in quadratum .g. sitqꝫ ꝓportio q̃drati linee .b.c. ad q̃dratũ linee .c.d. sicut .e. ad .f. eritqꝫ p vltimã partẽ .c.d. rõnalis i potẽtia tm̃. cũ itaqꝫ sit .c.b. potẽtior .c.d. i q̃drato linee sibi cõicãtis i lõgitudine qđ pꝫ sicut i explanatiõe binomij p̃mi ɔstat ex diffitiõe lineã .b.d. ẽẽ residuũ primũ.

Propositio .81.

Residuũ scđm patefacere. ¶ Ad hñdũ residuũ scđm sit .a. liña rõnalis posita: eiqꝫ cõicãs in lõgitudie .c.d. ⁊ sit q̃dratũ .c.d ad q̃dratũ b.c. sicut .f. ad .e. eritqꝫ .b.d. residuũ scđm ex dione: si dubitas aut po/sitas nõ seruas ypotheses aut binomij secũdi repetitione indiges.



Propositio .82.



Esiduum tertium perscrutari.

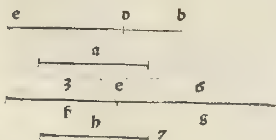
¶ Residuum tertium sic habetur: posita vt prius.a.rõnali numeroq; e.quadrato diuiso in.f.non quadratum.z.g.quadratum: assumptoq; b.numero primo ac quadratum linee.a.ad quadratũ linee.b.c.sicut.b.ad.e.sit quadratũ linee.b.c.ad quadratũ linee.c.d.sicut.e.ad f. eritq; ex diffinitione: de quo si besitas cõsule binomiũ tertiũ: linea.d.b.residuũ tertium.

Propositio .83.



Esiduum quartum inuenire.

¶ Hic sicut in inuentione residui primi sit linea.b.c.communicans linee.a.rationali posite: numerus autem.e.quadratus sit diuisus i.f.z.g.quorum sit vterq; non quadratus: sitq; quadratum linee.b.c.ad quadratum linee.d.c.sicut.e.ad.f.z scies ex diffinitione lineam.d.b esse residuum quartum.si eorum que in inuentione binomij quarti dixeras oblitus non fueris.



Propositio .84.



Esiduum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea.c.d. cõmunicans linee.a.rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: z erit quadratus numerus.e.diuisus in.f.z.e.quorũ neuter quadratus sicut in premissa: z erit quadratum linee.c.d.ad quadratum.b.c.sicut.f.ad.e.ex quibus s diffinitione cõcludere licet: habita sufficienti noticia binomij quinti: lineam.d.b.esse residuum quintum.

Propositio .85.



Esiduũ sextum demum presto sit reperire.

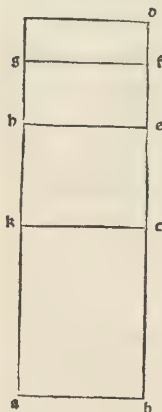
¶ Residuum sextum sic reperitur.erit ut prius linea.a.rõnalis posita z.e.numer⁹ quadrat⁹ diuis⁹in.f.z.g.non quadratos z erit.b.numerus primus z quadratum linee.a.ad quadratũ linee.c.b.sicut.b.ad e.At vero quadratũ.b.c.ad quadratũ.c.d.ut.e.ad.f.eritq; ex diffinitione linea.d.b.residuum sextum.cui si nõ plane animus tuus assenserit exerceri te conuenit in inuentione binomij sexti.

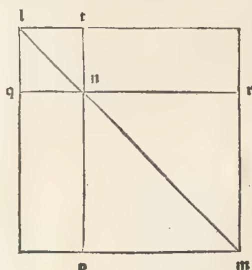
Propositio .86.



I fuerit supficies linea rõnali atq; residuo primo cõtenta latus eius tetragonicũ necesse est esse residuum.

¶ Sit supficies.a.c.cõtẽta linea rõnali.a.b.z residuo primo .b.c.dico latus tetragonicũ supficiei.a.c.eẽ residuũ: adiungat̃ eni ad lineã b.c.linea.c.d.sitq; illa cuius detractione.b.c.fuit residuũ primum. Eritq; ex dione.b.d.rõnalis ex longitudine z.c.d.in potentia tm̃.b.d.quoq; erit potẽtior.d.c.i q̃drato linee secũ cõicantis i lõgitudine.diuidat̃ igit̃.d.c.p eq̃lia i.e z tota.b.d.diuidat̃ ea ↄditione in.f.ꝙ inter.b.f.z.f.d.sit.e.d.medio loco ꝓportionalis: eritq; ex scda pte.13.b.f.cõicans in lõgitudine.f.d.p.9.igit̃ vtraq; eaꝝ cõicat cũ tota linea.b.d.q̃re p diffinitionẽ ambe sunt rõnales in longitudine: ducant̃ itaq; linee.f.g.e.h.z.c.k.equidistantes .a.b.eritq; p. 15.vtraq; duaꝝ supficieꝝ.a f.z.g.d.rõnalis: sit quadratũ ergo.l.m.eq̃le supficiei.a.f. eritq; rõnale z lat⁹ eius rõnale i potẽtia.intra illud q̃dratũ ꝓtracta dianogali linea.l.m. describat̃ q̃dratum.l.n.equale superficiei.g.d.eritq; ipsum rõnale z ei⁹ latus rõnale in potentia





protrahantur aūt due linee.m.p.q.n.vel equidistāter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum.p.r.esse equale superficiei.a.c.⁊ eius latus quod ē.n.p.ē residuū.Cum eni linea.d.e.sit ex ypothesi medio loco ꝓportionalis inter.b.f.⁊.f.d. erit ex prima sexti superficies.d.b.medio loco proportionalis inter duas sup̄ficies a.f.⁊.g.d.ideoq̄ ⁊ inter duo quadrata.l.m.⁊.n.l.cūq̄ ex prima sexti sit sup̄ficies l.p.medio loco ꝓportionalis inter eadem duo quadrata erit.l.p.equalis.d.b.et etiā.b.c.⁊ q̄ quadratū.l.n.est equale.g.d.erit.t.r.equale.g.e. totus itaq̄ gnomo circūscriptus quadrato.m.n.est equalis.c.g.⁊ q̄.l.m.erat equale.a.f. relinquitur m.n.equale.a.c.ꝙ aūt.n.p.lat[9] quadrati.m.n.sit residuū sic collige.Est eni vtraq̄ duaꝝ.p.t.⁊.t.n.rōnalis in potentia eo ꝙ vtrūq̄ quadratū.l.m.⁊.n.l.ē rōnale vnaq̄ eaꝝ est incōmensurabilis alij per primā sexti ⁊.10.huius:eo ꝙ quadratum l.m.est incōmensurabile.l.r.superficiei sicut sup̄ficies.a.f.sup̄ficiei.b.d.de quibus manifestū est ꝙ ipse sunt incōmensurabiles:est eni per primā sexti vna eaꝝ ad alterā sicut linea.b.f.que ē rōnalis in longitudine ad lineā.d.e.que est rōnalis i potentia tantū ex.68.igit̄ linea.p.n.que pōt in sup̄ficiem.a.c.est residuum: ⁊ hoc est quod intendimus.

Propositio .87.



I superficies aliqua linea rationali residuoq̄ secundo cōtineatur: linea in eandē potēs erit residuū mediale primū

¶ In hac quoq̄ argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundi ⁊ scđa pte.13.⁊ nona ⁊ decimanona ⁊.15.⁊.69.

Propositio .88.



I linea rōnali residuoq̄ tertio superficies contineat̄ erit linea sup eam potens residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste ⁊ facile cōcludes propositum ex diffinitione residui tertij ⁊ secunda pte.13.⁊.9.⁊.19.⁊.70.

Propositio .98.



I fuerit sup̄ficies linea rōnali residuoq̄ quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoq̄ nō aliter ꝓcedas q̄ prius. facile eni erit ibi ꝓpositū ꝯcludere.si premissam nō despicis ex dione residui q̄rti ⁊ scđa pte.14 ⁊.9.⁊.19.⁊.15.⁊.71.⁊ sic patebit ꝓpositum.

Propositio .90.



I fuerit linea rōnali residuoq̄ quinto sup̄ficies contenta latus eius tetragonicum erit cū rōnali cōponēs mediale:

¶ Nitere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti ⁊ secunda parte.14.⁊.9.⁊.19.⁊.15.⁊.72.quod propositū est concludere.

Propositio .91.



I linea rōnali residuoq̄ sexto superficies contineatur latus tetragonicum qđ super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

¶ Nunc quoq̄ vltimo quod per hanc dicitur premisso modo satage cōcludere ex diffinitione residui sexti ⁊ scđa parte.14.⁊.9.⁊.19.⁊.73.

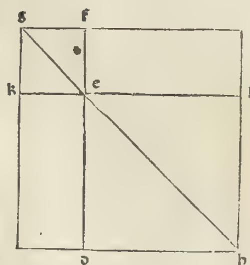
iñ his autem oĩbus processum tuum nihil offendere poterit si primã earum ⁊ pfe/cte didiceris ⁊ memoriter tenueris :⁊ quid quoq; supponat solerter attenderis. Qȯ si forsan de aliquo in quadrato.l.m.te dubitare contigerit ad suum equale in superficie.a.d.tibi recurrendum erit:et patebunt tuo ingenio.

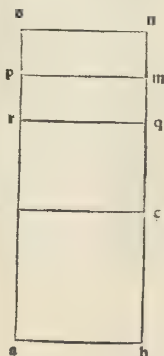
Propositio :92:



SI ad lineam rationalem superficies equalis quadrato re/sidui applicet̃:alterũ lat⁹ residuũ primũ esse necesse est.

¶hec sex sequẽtes sũt ꝯuerse sex p̃cedẽtiũ ꝑ ordinẽ.hui⁹ aũt p̃me hec est intentio ꝙ si sit supficies.a.c.adiuncta ad lineã rõnalẽ.a.b.equa lis quadrato residui qȯ sit.d.e.erit eius latus scḋm qȯ est.b.c.neces/sario residuũ primũ.Adijciatur eni linee.d.e.que proponitur esse residuũ :linea ꝑ cuius abscisionẽ ipsa fuerit residuũ:sitq; ei adiuncta.e.f.eritq; ex.68.vtraq; duarũ linearꝝ.d.f.⁊.f.e. rõnalis in potentia ⁊ vna earꝝ incõmensurabilis alij:describatur ergo quadratũ linee.f.e.qȯ sit.e.g.⁊ quadrãtũ.d.e. que posita est esse residuũ qȯ sit.e.b.⁊ adijciant̃ supplementa.d.k.⁊.f.l.eritq; quadratũ.g.b.tanq̃ quadrtum linee.d.f.⁊ quadratũ.e.b.erit sicut superficies.a.c.erit etiã vtrũq; quadratoꝝ.g.b.⁊.g.e.rõnale.Sit igitur supficies.a.m.adiuncta ad lineã. a.b. equalis q̃drato g.b.eritq; ob hoc rõnalis:quare per. 16.linea.m.n.est rõnalis in lõgitudine: sup/ficies vero.p.n.sit equalis quadrato.e.g.que etiã ꝓpter hoc erit rõnalis ⁊ ꝑ.16.linea.m.n.rõnalis in longitudine.itaq; tota linea.b.n.est rõnalis ꝑ.9.diuidat̃ aũt c.n.per equalia.m.q.⁊ ducat̃.q.r.equidistans.a.b.eritq; ex prima sexti.c.r.equa/lis.r.n.Manifestũ vero ẽ ꝙ cũ tota supficies.a.n.sit equalis duobus quadratis g.b.⁊.e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duaꝝ linearum.d.f.⁊.f.e.⁊ supficies a.c.sit equalis quadrato linee.d.e.qȯ est.e.b.erit per.7.scḋi superficies residua ex a.n.que est.c.f.equalis duplo superficiei ex.d.f.in.f.e.quare ⁊ horum dimidia que sunt.r.n.⁊.d.g.necesse est esse equalia.cũq; igitur ex prima sexti sit supficies.d.g. medio loco ꝓportionalis inter duo quadrata.g.b.⁊.g.e.eritq; superficies.r.n.medio loco ꝓportionalis inter duas superficies.a. m.⁊.p.n. ideoq; per primã sexti erit ẽt linea.q.n.medio loco ꝓportiõalis inter duas lineas.b.m.⁊.m.n. cumq; sit q.n.dimidiũ linee.n.c.⁊ linea.b.n.diuisa ꝑ punctum.m.in duo cõicantia ĩter que cadit.q.n.medio loco ꝓportionalis:sequit̃ ex prima pte.13.ꝙ linea.b.n.sit poten/tior linea.n.c.in quadrato linee secũ cõicantis ĩ longitudine:q̃ ergo supficies.d.g est medialis ex.19.ex ypothesi aũt supficies.c.r.sibi equalis medialis ⁊ linea.c.q. rõnalis in potẽtia tm̃ per.20.ideoq; etiã duplũ ei⁹ qȯ ẽ linea.n. c.ẽ. rõnalis tãtũ ĩ potentia:q̃ ergo.b.n.ẽ rõnalis in longitudine cõicans linee.a.b. posite rõnali et potẽtior.n.c.ĩ quadrato linee sibi cõmunicãtis ĩ longitudine:sequitur ex diffinitione lineã.b.c.eẽ residuũ primũ:qȯ ẽ ꝓpositũ.





Propositio .93.



CUm adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

¶hic erit linea.d.e.residuum mediale primum ⁊ linea.e.f. erit linea illa per cuius abscisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum:di/co ꝙ.b.c.erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationẽ pre misse quousq; eam solido amplectaris habitu institeris ⁊ quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e.vigilanter attenderis:de quo si dubitas.69.requirenda erit.

Propositio .94.



SI superficies equalis q̃drato residui medialis sc̄di applicata fuerit ad lineam rōnalē: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

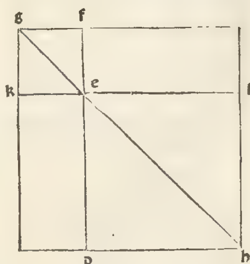
¶ Hic etiā erit.d.e.residuū mediale sc̄m ⁊ sequetur ut sit.c.b. residuum tertiū:qđ ut facile ɔcludas prime demōstrationi isistas ⁊ q̃les lineas ɔueniat esse.d.f.⁊.f.e.ex.70.collige.

Propositio .95.



CUm adiuncta fuerit linee rōnali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius sc̄m erit residuū quartum:

¶ Si fuerit.d.e.linea minor asserit hec.95.ꝙ.b.c.erit residuū quartū:est aūt sumendū ex.71.quales lineas esse necesse sit.d.f.⁊.f.e.cum d.e.fuerit linea minor:⁊ est astruendum ꝓpositū p̄misso modo:excepto ꝙ in hac ⁊ duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.diuidi ad punctū. m.in duo incōmensurabilia que in tribus premissis diuidebāt necessario i duo cōmensurabilia:nam in tribus p̄missis fuerant due linee.d.f.⁊.f.e.cōicantes i potentia tm̄ ⁊ ideo earum quadrata cōicantia:propter qđ ⁊ supficies.a.m.⁊.p.n. quadratis earum equales cōicantes.Quapropter etiā ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.ideoq; fuit i tribus premissis linea.b.n.potentior linea.n.c.in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ex prima pte.13.In hac aūt ⁊ duabus sequētibus sunt due linee d.f.⁊.f.e.incōmensurabiles in potentia ut apparet ex.71.⁊.72.⁊.73.⁊ ideo earum quadrata ꝓpter qđ ⁊ superficies.a.m.⁊.p.n.incōmensurabiles ꝓpter qđ ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.incōmensurabiles.ideoq; per primā ptē.14.tam in hac q̃ in duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.esse potentiorē linea.n.c.in quadrato linee sibi icōmensurabilis i longitudine:cetera perquire ut prius.



Propositio .96.



SI ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali cōstituentis mediale equale superficies adiungatur:lat⁹ eius secundum erit residuum quintum.

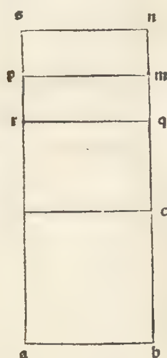
¶ Pone similiter hic lineā.d.e.esse illā que iuncta cū rōnali ɔponat totū mediale ⁊ attende ex.72.quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e. ⁊ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris lineam.b.c.esse residuum quintū.

Propositio .97.



SI ad lineā rationalē superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur:latus eius alterum erit residuū sextum.

¶ Nunc vltimo conuenit lineā.d.e.esse illam que iuncta cum mediali cōponit totum mediale cui adiuncta linea.e.f.que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea.d.e.fuerat que proponitur si quales lineas.d.f.⁊.f.e. esse oporteat ex.73.didiceris priorē argumētationē firma mente tenueris sine obice quoq; lineā.b.c.esse residuū sextū cocludere poteris.si aūt fortassis in aliquo te hesitare ɔtigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.h.ad sibi equalē supficie.a.n ɔferēdum erit:⁊ sic patebit ꝓpositū nostrū.



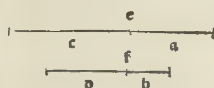
Propositio .98



OMnis linea residuo ɔmēsurabil' ipsa quoq; i termio ⁊ ordine ē idē residuū

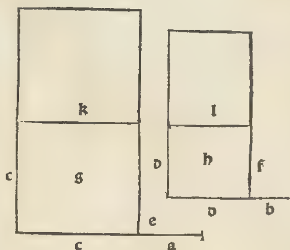
¶ Qđ .60.⁊.quatuor.eā sequētes de binomio eiusq; comitib⁹ q̃uq; ꝓposuerūt hec.98.⁊.quatuor.eam sequentes de residuo suisq; q̃nq;

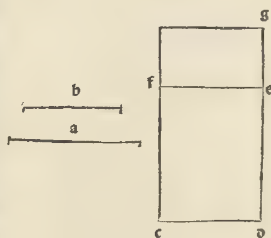
comittibus verum esse proponunt: quibus qui usq3 ad solitum habitum institerit bas ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de coicantia in longitudine et potentia tantum dictum est: in his quoq3 idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo com̄unicans in longitudine siue in potentia tm̄ ipsa etiā est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdē spēi residuum. Verbi gratia: linea cōmunicans in longitudine residuo primo est resi/duū p̄mū: & secūdo cōicans est scdm. sic quoq3 in ceteris: Qd aūt linea communi/cat residuo in potentia tantum: ipsam quoq3 necesse est esse residuum sed nō eius/dem speciei: imo ipossibile est vt linea cōmunicans in potentia tantū residuo pri/mo aut scdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ābo cadāt simul sub trib⁹ primis speciebus aut ābo simul sub tri/bus postremis. Sit itaq3 exempli gratia. a. residuū cui cōmunicet. b. in longitudi/ne: dico q̄ b. erit residuū eiusdē speciei cū. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineā3 a. & cum illa sit per cuius abscisionē. a. fuit residuū: & ad. b. adiūgat̄ alia que sit. d. ad quā sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq3 composita ex. a. & c. e. composita vero ex b. & d. sit. f. eritq3 ex permutata ꝓportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & p. 13. quin ti erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. cum itaq3. a. cōmunicet cum. b. erit per 10. c. cōmunicans cum. d. & e. quoq3 cōmunicans cum. f. & quia etiam est necessa/rio ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f ad. d. sequitur p. 12. vt si fuerit e. potentior. c. in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine vel si forte incōmen/surabilis: sit similiter. f. potentior. d. at qm̄ omnis linea cōmunicans in longitudi ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico quia ambe erunt rationa les in longitudine vel ambe in potentia tantum: sequitur ex diffinitionibus residu orum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si autē. b. cōmunicat in potentia tantū cum. a. ipsa quoq3 erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed quēadmodū dictū est: cuius demōstratio ex his que in. 60. de binomijs dicta sunt colligenda est.



Propositio .99.

Omnis linea vtrilib3 residuo mediali cōmunicans: est sub ipsius termio & ordine residuū mediale. ¶ Vez est qd dicit̄ siue cōicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit enim. a. vtrūlibet residuū mediale cui. b. cōicet in lōgi/tudine vl̄ potētia. dico q̄. b. ē etiā residuū mediale q̄le fuerit. a. adiū gat̄ eni linea. c. ad lineā. a. & sit. c. p c⁹ abscisionē. a. fuit residuū mediale: & ad. b. adiūgat̄ alia q̄ sit. d. sitq3. b. ad. d. sicut. a. ad. c. totaq3 ꝓposita ex. a. & c. sit. e. & ex. b. d. sit. f. describāt̄ igit̄ q̄drata. c. & d. q̄ sint. g. & h. & supficies. e. i. c. sit. k. & f. i. d. & sit. l. Et q2 ē vt pri⁹. e. ad. f. & c. ad. d. sicut. a. ad. b. sūt aūt. e. & c. mediales potentia tm̄ cōicātes ex. 69. & 70. sequit̄ ex. 21. vt. f. & d. eis cōicātes. sint etiā mediales po tētia tm̄ cōicātes: ꝯstat aūt ex prima sexti q̄ sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. & l. ad. h. sicut f. ad. d. & q2 ē. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequit̄ ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et pmutati. k. ad. l. sicut. g. ad. h. cū g̃. g. cōicet cū. h. sequit̄ vt. k. cōicet. cū. l. Si igit̄. k. ē rōnale qd ē in residuo mediali primo erit etiā p diffinitionē. l. rōnalis q̄re p. 69. b. etiā ē resi/duū mediale primū. si aūt. k. sit medial' qd ē i residuo mediali scdo: erit p. 21. etiā. l medialis: ideoq3. b. p. 70. residuū mediale scd3 q̄re ꝯstat ꝓpositū. Idē aliter Si liēa b. cōicat cū liēa. a. q̄ ē vtrūlibet residuū mediale i lōgitudie vl' i potētia sit supficies c. e. adiūcta ad lineā rōalē. c. d. eq̄lis q̄drato. a. & f. g. eq̄lis q̄drato. b. erūtq3 ob hoc





c.e.⁊.f.g.cōicantes quēadmodū ⁊ quadrata linearum.a.⁊.b.eis equalia.ideoq̃ p primam sexti ⁊. 10.huius.d.e.⁊.e.g.sunt cōicantes in longitudine: ⁊ quia si. a.est residuum mediale primū:est:linea.d.e.est residuum scōm per.93.⁊ si.a.est residuū mediale scōm:linea.d.e.est residuū tertium per.94.at cum.d.e. est residuum scōm linea.e.g.est etiam residuū scōm ⁊ cū illa ē tertium:siir ⁊ hic est tertiū per.98.sequitur itaq̃ ex.87.⁊.88.vt.b.sit residuū mediale primū aut secundū prout fuerit. a.et sic patet quod intendimus.

Propositio .100.



I linea aliqua linea minori cōmunicet.ipsa quoq̃ erit linea minor.

¶ Facile est hanc probare duplici modo sicut p̄missam:siue cōmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine siue in potentia hoc aūt apposito quātū ad primū modū q̄ cum sit.f.ad.d. sicut.e.ad.c. erit ex scda pte.18.sexti quadratū.f.ad quadratū.d.sicut quadratū.e. ad quadratū c.⁊ coniunctim quadrata duaꝝ linearum.f.⁊.d.ad quadratū.d.sicut quadrata duarum linearum.e.⁊.c.ad quadratum.c.⁊ permutatim quadrata duaꝝ linearum.f.⁊.d.ad quadrata duaꝝ linearum.e.⁊.c.sicut quadratū.d.ad quadratum.c. cōicat autē quadratū.d.ad quadratū.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.pariter accepta cōicant cū duobus duaꝝ lineaꝝ.e.⁊. c.piter acceptis:⁊ quia ex.17.quadrata duarum lineaꝝ.e.⁊.c.pariter accepta sunt rōnale: erit aūt per diffinitionē ⁊ duo duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.pariter accepta rationale. Cūq̃ sit superficies.k. medialis erit etiā.l.sibi communicans medialis:igitur ex.71.b.est linea minor. Quantū autem ad scōm modū erit per.95.linea.d.e.residuū quartum:ideoq̃ per.98.⁊ linea. e.g. erit etiam residuum quartum.ideoq̃ etiā per.89.linea.b.est linea minor.

Propositio .101.



Omnis linea cōmunicans linee cum rōnali componēti mediale est cum rationali componens mediale:

¶ Hanc quoq̃ duplici predicto modo nō est difficile probare:siue de communicantia in longitudine siue de cōicantia in potentia tantum intelligatur:sed quantum ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum.f.⁊.d.pariter accepta mediale per.21.quēadmodū sunt duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.e.⁊.c.piter accepta ex.72.quibus ipsa cōmunicant ⁊ superficies.l.erit rationalis:per diffinitionem quēadmodū est superficies.k.ex.72.cum ipsa cōmunicat:igitur ex.72.b.est cum rationali componens mediale:quantū ad scōm modū:erit.d.e.residuum quintum ex.69.ideoq̃ ⁊.e.g.ex.98.quare.b.est cū rōnali componens mediale.per.90.

Propositio .102.



Omnis linea cōmēsurabilis linee cum mediali constituenti mediale est cum mediali constituens mediale.

¶ Hic quoq̃ pone lineā aliquā cōicare cum ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̄ ꝑut volueris:⁊ duplici modo p̄misso sine difficultate ꝯcludes eā quoq̃ cū mediali ꝯponere mediale.erit etiā quantū ad primū modū supficies.l.medialis quēadmodū ⁊.k.⁊ duo quoq̃ quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.piter accepta mediale sicut ⁊ duo quadrata duaꝝ.e.⁊.c.⁊ q2 duo quoq̃ duaꝝ lineaꝝ.e.⁊.c.ad.k.sicut duo duaꝝ.f.⁊.d.ad.l.cū duo prima non cōmunicēt cū duplo.k.ex.73.neq̃ duo secūda

cõicabunt cũ duplo .l.ex.10.igitur ex.73.b .est cũ mediali cõponẽs mediale. quantum autẽ ad scòm modũ erit.d.e.residuũ sextũ ex.97. ideoqꝫ ⁊.e.g. ex.99.quare.b est cũ mediali cõponens mediale ex.91. Propositio .103.

Si de supficie rationali superficies medialis abscindatur linea i reliquã superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

¶ Sit eni tota superficies constans ex.a.⁊.b.rõnalis a qua detrabatur.b.que sit medialis: dico ꝙ linea potens in.a.residuũ aut ẽ residuum aut linea minor. Esto nanqꝫ linea.c.d.rationalis superficiesqꝫ.c.e. sibi adiuncta sit tãqꝫ.a.⁊.f.g.tãqꝫ.b.⁊.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritqꝫ.c.g.rõnalis.ideoqꝫ ꝑ 16.linea.d.g.rõnalis in longitudine ⁊.f.g.erit medialis.ideoqꝫ per.20.e.g. rõnalis in potentia tm̃: est igit̃ ex diffinitiõe line a.d.e.residuũ primũ aut quartũ: ergo per.86.⁊.89.linea potens in supficiem.c.e. ⁊ iõ in supficiẽ.a.sibi equalem est residuũ aut linea minor: qd ẽ ꝑpositum. Propositio .104.



Si de superficie mediali superficies rõnalis detrabatur linea in reliquã superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primũ: aut cum rationali componens mediale.

¶ Hec quoqꝫ sicut premissa ꝑbat̃. Erit eni tota.a.b.medialis.b. aũt rõnalis: ⁊ tunc dico qd in.a.residuum põt: aut est residuũ mediale primũ aut cum rõnali cõponens mediale. Cũ eni.c.g.equalis sit.a.b.erit per.20.linea.d.g.rõnalis in potentia tm̃: ⁊ cũ sit.f.g.equalis.b.erit per.16.linea.c.g. rõnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.e.residuũ scòm aut quintũ quare per.87.⁊.90. latus tetragonicũ superficiei .c .e.⁊ ideo superficiei.a.est residuũ mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.



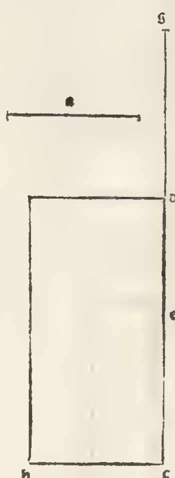
Propositio .105.

Si superficies medialis superficiei mediali detrabatur fueritqꝫ reliqua toti incõmensurabilis que in ipsam reliquã potest: alterutra erit duaꝝ irrõnaliũ videlicet aut residuum mediale scòm aut cum mediali componens mediale

¶ Si a duaꝝ premissaꝝ demõstratione non deuias concludes sine difficultate propositũ. Sint eni tota.a.b.⁊.b.mediales ⁊ sit.a.reliqua incõmensurabilis toti: aliter eni esset.a.medialis ex.21.⁊ eius lat⁹ tetragonicũ mediale ex.19 tunc dico ꝙ linea potens in.a.est residuũ mediale scòm aut cũ mediali cõponens mediale. nam cũ sit.c.g.equalis.a.b.erit ꝑ.20.linea.d.g.rõnalis in potentia tãtũ per candẽ quoqꝫ cum sit.f.g.equalis.b.erit etiã.e.g.rõnalis in potentia tm̃ ⁊ cum sit.a.incõmensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incõmensurabilis.c.g. ideoqꝫ per primã sexti ⁊. 10.huius erit etiã.e.g.incõmensurabilis.d.g. igit̃ a diffinitione linea .d.e. erit residuũ tertiũ aut sextũ: q̃re ꝑ.88.⁊.91.latus tetragonicũ supficiei.c.e.⁊ iõ supficiei.a.ẽ residuũ mediale scòm aut cũ mediali cõponẽs mediale.

Propositio .106.

Lineaꝝ irrõnaliũ que sunt residuũ ⁊ post ipsam subsecute vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoqꝫ binomij terminũ vel ordinẽ cõuenire non est possibile. ¶ Vult aũt ꝑ banc. 106.ꝙ residuũ ⁊ alie quinqꝫ linee



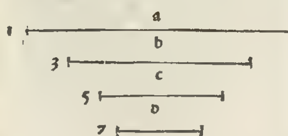
irrõnales eam sequentes differunt specie ⁊ dione abinuicẽ ⁊ nulla linea vna potest cẽ sub duabus neqȝ sub pluribus speciebꝰ harꝫ sex linearꝫ irrõnaliũ que sunt residuum ⁊ eius quinqȝ comites: ⁊ ꝙ oẽs spẽs residui differunt ab oibus speciebus binomij nec ẽ possibile lineã vnã simul esse residuũ ⁊ binomiũ cuiuscũqȝ speciei residui vel binomij: Pars prima sic ꝯstat: qm̃ supficies equalis quadratis residui ⁊ suarꝫ quinqȝ comitũ cũ adiũgant̃ ad lineã rõalẽ habẽt scðа latera necessario diuersa ab/inuicem ex.92. ⁊ quinqȝ eã sequentibus. sunt autẽ scða latera residuũ primũ ⁊ se/cũdũ ⁊ deinceps vsqȝ ad sextũ. Scða ps ꝯstat hoc modo: si eadẽ linea põt cẽ simul residuũ ⁊ binomiũ. sit. a. cuiꝰ quadrato adiũgat̃ ad rõnalẽ lineã. b. c. sitqȝ. b. d. eritqȝ ex. 54. linea c. d. binomiũ primũ ⁊ ex. 92. residuũ primũ. inquantũ ergo binomium primũ diuidat̃ in suas binomiales portiones ad punctũ. e. sitqȝ maior portio c. e. q̄ erat rõalis i lõgitudine p diffinitionẽ: iquãtũ aũt ẽ residuũ pmũ adiũgat̃ ei d. g. p cꝰ abscisionẽ fuerat residuũ primũ: eritqȝ etiã ex dione. c. g. rõalis i lõgitudie Cũ itaqȝ sit vtraqȝ duarꝫ linearꝫ. c. g. ⁊. c. e. rõnalis i lõgitudie erit ẽt p. 9. lĩea. e. g. rõnal̃ i lõgitudie: at qr linea. d. e. ẽ rõnalis i potẽtia tm̃ cũ ipsa sit p ypothe. minor portio binomij pmi: erit per. 68. linea. d. g. residuũ ⁊ qr ipsa erat rõalis i potentia tm̃ cũ per eius abscisionẽ cẽt linea. c. d. residuũ sequit̃ impossibile p. 68. Qð ut cla/rius pateat: esto supficies. b. d. adiuncta ad lineã rationalẽ. b. c. equalis q̄drato li/nee. d. g. cũ itaqȝ linea. d. g. sit rationalis in potentia erit per. 16. linea. c. d. rõna/lis in longitudine. at cũ etiã linea. d. g. sit residuũ erit ex. 92. linea. c. d. residuũ pmũ quod esse nõ potest cum linea que dicitur residuum sit irrõnalis per. 68.

Propositio .107.


Jnea que residuũ dicit̃ vllave irrationaliũ que post eam sunt nequit esse sub termino binomij aut sub termino ⁊ ordine vllius ceterarꝫ linearꝫ irrõnalium que binomiũ subsequũtur: cum aũt possibile sit linearꝫ irrõnaliũ seriẽ in in/finitum produci non est possibile vllã earum cum ea que precesserit in termino ⁊ ordine conuenire.

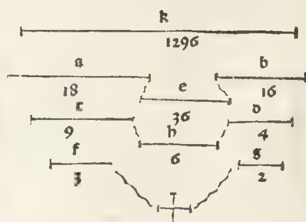
❡ Vult per hanc vltimã libri. 10. ꝙ. 13. irrõnales linee de quibꝰ in hoc decimo de/monstratũ ẽ ⁊ ipse sunt linea medialis binomiũ ⁊ eiꝰ quinqȝ comites residuuȝ ⁊ eiꝰ quinqȝ comites sint abinuicẽ singule a singulis specie differentes: ⁊ ꝙ nulla linea vna põt eẽ simul sub duabꝰ aut pluribus speciebus earꝫ: ⁊ ꝙ spẽs linearꝫ irrõnaliũ pñt i infinitũ ꝓduci q̄rꝫ nulla cũ alia ꝯuenit i dione ⁊ ordine. Qð aũt hec. 13. linee videlȝ medialis binomiũ ⁊ eiꝰ. 5. comites residũu ⁊ eiꝰ. 5. comites sint irrõales de/monstratũ esse superius memento: de mediali quidẽ ex. 19. de binomio aũt ⁊ eius quinqȝ comitibꝰ ex. 30. ⁊ quinqȝ eã sequẽtibus: at vero de residuo suisqȝ quinqȝ co/mitibus ex. 68. ⁊ quinqȝ eã sequẽtibus. Nullã aũt harꝫ. 13. linearꝫ irrõnalium posse ꝯuenire in specie cũ aliqua aliarꝫ linearꝫ sic collige. Esto eni vt ad vnã eãdẽqȝ lineã rõnalẽ in longitudine adiungant̃ superficies equales quadratis predictarꝫ. 13. line/arũ irrõnaliuȝ ꝺm ꝙ ordine se inuicẽ sequunt̃: eritqȝ ex. 20. secũdũ latus prime ista/rum. 13. superficierum ⁊ quinqȝ eam sequentiũ rationale in potentia tm̃. scða aũt latera scðe istarꝫ. 13. superficierꝫ ⁊ quinqȝ eam sequentiũ erũt omnes spẽs binomio/ruȝ p ordinẽ videlicet binomiũ primũ scðm ⁊ deinceps vsqȝ ad sextũ ex. 54. ⁊ quin/qȝ eã sequẽtibus demonstratũ esse memineris. scða vero latera octaue superficiei ⁊ quinqȝ eã sequẽtiũ sunt spẽs residuorꝫ in ordine videlicet residuũ primũ ⁊ residuũ

ſecundũ ⁊ deinceps vſq; ad ſextũ qd̓ ex.92.⁊ quinq; eã ſequẽtibus didiciſti. Cum
igit̃ ipa linea rõnalis i potẽtia tm̃ nõ cõueniat cũ aliq̃ ſpecie binomioꝝ aut cũ ali/
qua reſiduoꝝ quoniã omne binomiũ p.30.⁊ oẽ reſiduũ p.68 ẽ linea irrõalis ⁊ i lõ
gitudine ⁊ i potentia. Et cũ nulla ſpẽs reſiduoꝝ cõueniat cũ aliqua ſpẽ binomiorũ
ex ſecũda pte penul'.h° decimi: ſequit̃ ut oĩa ſcd̓a latera haꝝ.13.ſuperficieꝝ ſint ab/
inuicem diuerſa: ideoq; p primã ſexti ⁊ ipſe.13. ſuperficies ſunt diuerſe cũ caꝝ om
nium altitudo ſit vna quare etiã hec.13.linee irrõnales ꝓpoſite ſunt ſingule a ſin/
gulis diuerſe. ¶ Poſſunt aũt haꝝ.13.lineaꝝ irrõnaliũ ſpecies in infinitũ ꝓduci. in
finite enĩ ſũt ſpẽs lineaꝝ medialium. infinite quoq; binomioꝝ ⁊ ſic de ſingulis Qd̓
hoc modo ꝯſtat: eſto linea.a.medialis.ſumaturq; vnitas ⁊ quotlibet numeri p̃mi
vt.3.5 ⁊.7.⁊ ſint totidem linee.b.c.d.quot ſunt ſũpti numeri primi.ſintq; q̃drata
iſtaꝝ lineaꝝ.b.c.d.ad quadratũ.a.ſicut hi numeri primi ad vnitatẽ: eruntq; linee
b.c.d.mediales ex.21.qm̃ ipſe cõicant in potẽtia cũ linea.a.mediali. oẽs autẽ erũt
diuerſe in longitudine ab.a.⁊ a ſeinuicẽ p vltimã ptẽ.7.qm̃ nullius iſtorum nume
roꝝ ad vnitatẽ nec alicuius coꝝ ad alteꝝ per.16.⁊.8.⁊ correlariũ ſcd̓e octaui ⁊ pre
ſentis ypotheſis ẽ ꝓportio ſicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: erit ergo
a.⁊ omnes ſibi cõicantes in longitudine ſub p̃ma ſpecie lineaꝝ medialiũ.b.vero ⁊
oẽs ſibi cõicantes in longitudine ſub ſcd̓a.c.aũt ⁊ oẽs eidẽ cõicantes vel cõmenſu/
rabiles ſub tertia.d.quoq; ⁊ oẽs ſibi cõicantes in longitudine ſub quarta: ⁊ q: nu/
meri primi ſunt infiniti vt ex.21.noni didiciſti: neceſſe ẽ ſpẽs lineaꝝ medialiũ ẽe in
finitas. Qd̓ aũt ẽ dictũ de linea mediali itellige de binomio ſuiſq;.5.comitib⁹; ⁊ re
ſiduo ſuiſq;.5.comitib⁹: nã ſicut oĩs linea cõicans mediali ẽ medialis ſiue cõicet
ei in longitudine ſiue in potentia ut probatũ eſt in.21.ita etiam omnis linea com/
municans binomio aut alicui ſuaꝝ quinq; comitũ vel etiã reſiduo aut alicui ſuaꝝ
quinq; comitũ in longitudine vel in potentia eſt ſecũ ſub eadẽ ſpecie vt probatum
eſt in.60.⁊ quatuor eam ſequentibus ⁊.98.⁊ quatuor eam ſequentibus. Sunt igit̃
ſpecies haꝝ.13.lineaꝝ irrõnaliũ infinite quaꝝ nulla cõueniet cũ p̃cedenti in ordi/
ne vel dione. Conuenit quoq; dr̃e aliter ſpecies linearum irrõnaliũ eſſe infinitas
nam omne latus tetragonicũ ſuperficiei dicte a numero nõ quadrato eſt irrõnale
p vltimã ptẽ.7.⁊ p diffinitionẽ.cum itaq; tales numeri ſint infiniti: erunt etiã ſpe/
cies haꝝ lineaꝝ irrõnaliũ infinite. Tertio modo contingit ſcd̓am ptem huius vlti/
me concluſionis libri decimi ſic exponi: vt dicamus ab vnaquaq; linea rõnali i po
tentia tantũ infinitas lineaꝝ irrõnaliũ ſpẽs produci quaꝝ nullã cum aliqua carũ
que ipſã preceſſerint: poſſibile eſt in diffinitione ⁊ ordine conuenire. Verbi gratia
Sumatur aliqua ſupficies rõnalis dicta a numero nõ quadrato ut quiq;: eritq; la
tus eius tetragonicũ irrõnale in longitudine: qm̃ ipſũ ẽ incõmenſurabile lateris te
tragonico ſuperficiei rõnalis dicte a numero quadrato ex vltima pte.7. dico ergo
ꝙ hui⁹ lateris latus. itemq; ſcd̓i lateris latus ⁊ rurſus huius tertij lateris latus ⁊
ſic in infinitũ: ſunt linee irrationales tam in longitudine q̃; in potentia: ⁊ ꝙ nulla
earum conuenit diffinitione vel ſpecie cum aliqua que eã preceſſerit in ordine. eſtq;
latus tetragonicum premiſſe ſuperficiei quecunq; dicta fuerit a numero non qua/
drato earum omnium ſicut radix ⁊ principium ⁊ quelibet ipſaꝝ eſt principiũ oĩm
ipſam ſequentiũ: ⁊ quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei
proficiſcuntur diuerſe ſunt in longitudine ⁊ potentia ab omnibus que a quoquam
alio tetragonico latere talis ſuperficiei generantur ⁊ hoc dico cum ipſaꝝ ſupficieꝝ



non fuerit ꝓportio sicut numeroꝝ quadratoꝝ. hec aũt ut possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitqꝫ istud.

¶ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum lauts ipsius producti produces.



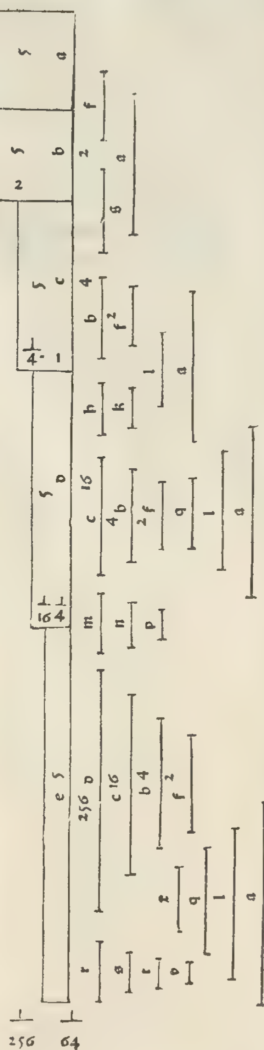
¶ Verbi gratia sit ut ex.a.in.b.sit.k.ad.c.⁊.d.sint latera tetragonica. a.⁊. b.fiat autẽ.e.ex.c.in.d.sintqꝫ iteꝝ.f.⁊.g.latera tetragonica.c.⁊.d.⁊ fiat.h. ex.f in.g.dico ꝙ.h.est latus tetragonicũ.e.⁊ ꝙ.e.rursus est latus tetragonicũ.k.cum eñi ex.f. in se ⁊ in.g.fiant.c.⁊.h.erit.c.ad.h.sicut.f.ad.g.sed ⁊ sit.h.ad.d. sicut.f. ad.g.eo ꝙ ex.g.in.f.⁊ in se fiunt.h.⁊.d. sint igitᷣ.c.h.d.continue ꝓportionales itaqꝫ ex.h. in se quantũ ex.c.in.d.quare.h.est latus tetragonicũ.c. eadẽ quoqꝫ rõne cũ ex.c. ĩ se sit.a.in.d.fit.e.⁊ ex.d.in se sit.b.erunt etiam.a.c.b.cõtinue ꝓportionales ĩ ꝓportiõe.c.ad.d.cũ igitᷣ ex.a.in.b.sit.k.sequitᷣ etiã ut ex.e. ĩ se sit.k.q̃re.e.est latus tetragonicũ.k.constat itaqꝫ qḋ dicitᷣ.restat itaqꝫ demonstrare qḋ propositum est. Sit igitᷣ supficies.a.rõnalis dicta a numero nõ quadrato.ut.5.sitqꝫ linea.a.ei⁹ tetragonicũ latus ⁊ sumanᷣ quotlibꝫ linee rõnales ĩ lõgitudĩe q̃ sint.b.c.d.e.Sint qꝫ dicte a numeris quoꝝ quisqꝫ precedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequentis: ut si.b.sit ⁊.c.4.d.16. e.vero.256.ad has aũt lineas rõnales in longitudine adiungatur supficies equalis.a.eruntqꝫ scḋa latera singulaꝝ rõnalia in longitudine per.16 ut scḋm latus.b.2.⁊ dimidiũ:secundũ.c.vnuꝫ ⁊ quarta:secundũ vero.d.vna quarta ⁊ vna.16. at vero superficiei.e.secundũ latus erit vna.64.⁊ vna.256.sit ergo.f. tetragonicũ latus.b: g.vero sit tetragonicũ latus scḋi lateris superficiei.b. eritqꝫ p premissam añs ut ex.f.in.g.sit.a.rursus sit.h.tetragonicum latus secundi lateris c.k.quoqꝫ sit tetragonicũ latus.h.eritqꝫ per predictũ añs ut ex.h.in.h.sit.a.⁊ ex.f in.k.sit tetragonicũ latus.a.qḋ sit.l.sit iteꝝ.m.tetragonicũ latus secũdi lateris superficiei.d.sed cũ.n.sit tetragonicũ latus.m.⁊.p.tetragonicum.n.eritqꝫ per predictũ antecedens ut ex.c.in.m.fiat.a.⁊ ex.h.in.n.l.⁊.ex.f.in. p. tetragonicuꝫ latus l.qḋ sit.q.Amplius aũt sit.r.tetragonicũ latus lateris secundi superficiei.e. sit quoqꝫ.s.tetragonicũ.r.⁊.f.⁊.t.s. sit et.u.tetragonicũ.t.sequitᷣ que per dictũ antecedẽs ut ex.d.in.r.fiat.a.⁊ ex.c.in.s.l. ⁊ ex.h.in.t.sit.q.⁊ etiam ex.f.in.u. tetragonicũ latus.q.qḋ sit.x. ⁊ sic in infinitũ: dico ergo has lineas.a.l.q.x.quaꝝ.a.est tanquã radicale principium esse irrationales.a.quidem in longitudine tantum: cetere vero in longitudine ⁊ in potentia ⁊ dico ꝙ nulla earum conuenit cũ alia in diffinitione vel ordine. Cuꝫ eñi ex.f.in.g.⁊.k.fiant.a.⁊.l.erit.a.ad.l.sicut.g.ad.k.⁊ q̃ ut pꝫ ex dictis ypothesib⁹.g.⁊.k.sũt incõmensurabiles in longitudine ⁊ in potentia. sequitur etiã ut.a.⁊.l.sint incõmensurabiles in longitudine ⁊ in potẽtia: eadem ratione.a.⁊.q.est enim.a.ad.q.sicut.g.ad.p.⁊ propter eandẽ causam etiã.a.⁊. x.cũ sint sicut.g.⁊.u.⁊ hac via quoqꝫ necesse est ut.l.⁊.q.sint simpliciter incõmensurabiles tã ĩ lõgitudine quã in potẽtia.cum eñi ex.f.in.k.⁊.p.fiant.l.⁊.q. erit.l. ad.q. ut.k.ad.p: at.k.ad.p.nec commensurabiles sint in longitudine nec in potentia. Si enim sint erunt.h.⁊.n.commensurabiles.sed non sũt: at vero.l.⁊.x.oportet eẽ vtroqꝫ modo incommensurabiles: est enim.l.ad.x.sicut.k.ad.u.eo ꝙ ex.f.in. k.⁊ u.fiunt.l.⁊.x.sunt autem.k.⁊.u.vtroqꝫ modo incommensurabiles.Sinautẽ accidet.d.⁊.h.esse commensurabiles quod est inconueniens: q.vero ⁊.x.ꝙ sint quoqꝫ incommensurabiles potentia ⁊ longitudine ex eo patet ꝙ ẽ.q.ad.x.sicut.p. ad.u.

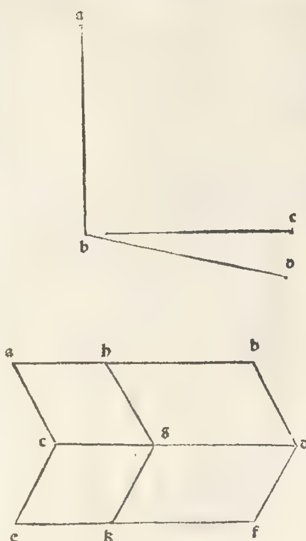
cōſtat autē ꝙ.p.⁊.u.ſunt incōmenſurabiles.nam ſi nō erunt.n.⁊.c. cōmenſurabiles.ideoq̧.m.⁊.s.ſed non ſunt. ¶ Manifeſtum eſt itaq̧ infinitas lineas irrationales in longitudine ⁊ in potentia incommenſurabiles ⁊ ideo diffinitiōe ⁊ ſpecie differētes produci ex linea.a.rōnali in potentia tantū. Reſtat aūt nunc oſtendere ꝙ quecūq̧ irrōnales linee ab aliqua linea rōnali in potentia tantū hac via generantur: diuerſe ſunt ab omnibus tam in longitudine q̄ȝ in potentia que a quali libet alia linea rōnali in potentia tm̄ quadratū cuius ad quadratuȝ prioris nō ſit ſicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunť: hoc quoq̧ ſic conſtat. Sint.a.⁊.b.rōnales in potentia tm̄ ſiue tetragonica latera duaruȝ ſuperficierum dictarum a numeris non quadratis.ſitq̧ ut illi numeri nō ſint i ꝓportione aliquorum numerorum quadratoruȝ: linee quoq̧ que procedunt hac via ab.a.ſint.c.d.e.⁊ a.b.procedant.f.g.h.dico ꝙ nulla ex lineis.c.d.e.communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h.cum enim ſint.c.⁊.f.tetragonica latera.a.⁊.b.at.d.⁊.g.tetragonica latera. c.⁊.f.⁊.e. ⁊.h. tetragonica.d ⁊ g.nō eſt poſſibile vt aliqua ex.c.d.e.cōicet cum ſua cōpari ex.f.g.h.vl' longitudine vel potētia. Si enim alterutro modo cōmunicet.e.cum.h.ſequitur ut.d.cōmunicet cum.g.⁊.c.cum.f.quare ⁊.a.cum.b.etiam in longitudine quod eſt cōtra ypotheſim. Uniuerſaliter autem verum eſt dicere quēlibet harū eſſe vtroq̧ modo incommenſurabilem cuilibet iſtarū. Dato nanq̧ ꝙ.d.communicet cum. h. etiam i potentia tantum.ſequitur ut.c.quoq̧ cōicet cum.g.⁊.a.cum.f.quod nō ē poſſibile. Attendere autem oportet ꝙ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄ȝ latus ſuperficiei denominate a latere priori. vnde tetragonicum latus linee.a. voco lineam illam que poteſt in ſuperficiem dictam a linea.a.talis autem ſuperficies eſt quā continet linea.a.⁊ linea rōnalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuſlibet linee.ſit linea.a.cuius tetragonicū lat⁹ volo inuenire.b.vero ſit linea rōnalis in longitudine dicta ab vnitate ⁊ ipſa eſt minima omnium linearum rōnalium numeratarum ab integris medio loco proportionalis inter eas.ſit.c.eſt igitur p.16.ſexti.c.tetragonicum latus.a.idem enim fit ex.a. in.b.⁊ ex.c.in ſe. At vero ex.a.in.b.fit ſupficies dicta ab.a. Quicquid enim a quo libet in vnum ducto producitur ab eo qd̄ vnum multiplicat denominatur. Et nota ꝙ cum.c.fuerit latus teteragonicum linee.a.indifferenter contingit lineam.c. eſſe maiorem linea.a.⁊ minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor. Explicit liber Decimus: incipit liber Undecimus.



Corpus eſt qd̄ longitudinem ⁊ latitudinem ⁊ altitudinē habet cui⁹ termini ſunt ſupficies. Linea erecta ſupra ſupficiē ē que cū ſingulis ſibi ꝯterminalibus lineis in ea ſupficie expāſis angulos rectos facit. linea aūt hec ſupra eā ſuperficiē perpendicularis eſſe ⁊ ad eādē orthogonaliter inſiſtere dicitur.

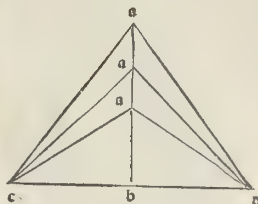
¶ Intelligať enī linea.a.b.exurgere ſupra planū: ita ꝙ pūctus.a.imagineť i aere ⁊.b.in plano ⁊ a pūcto b.ducanť plures linee in eodem plano ut.b.c. b.d.⁊ quotlibȝ alie. Si igiť ita fuerit ꝙ linea.a.b.cū linea b.c.⁊ cū linea.b.d.⁊ cū qualibet alia linea ꝓtracta a puncto.b.i plano illo angulū



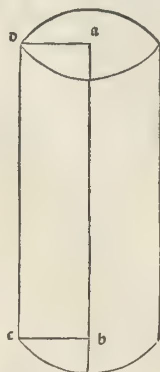


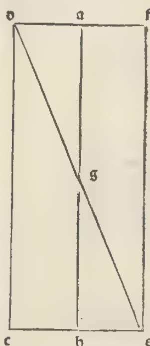
rẽctũ cõtineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illã superficiẽ in qua ꝓtracte sũt hee linee videlicet.b.c.⁊.b.d.⁊ alie cũ quibus ipsa ponit̃ continere angulũ rectũ.
¶ Superficies autẽ erecta sup̱ sup̱ficiẽ est quotiẽs puncto vno eodem linee que est cõmunis terminus illaꝝ sup̱ficieꝝ due perpendiculares cõterminales sup̱stant que rectũ cõtinentes angulũ in eisdẽ sup̱ficiebus site sunt. ¶ Verbi grã imaginemur sup̱ficiẽ.a.b.c.d.exurgere sup̱ficiẽ vero.c.d.e.f. iacere: ⁊ intelligamus lineam .c.d.esse communem terminum ambarum in ea itaq; signet̃ punctus.g.a quo ad lineã.c.d.extrahant̃ due linee perpendiculares vna vid; i superficie.c.d.e.f.que sit.g.k:⁊ alia i sup̱ficie.a.b.c.d.que sit.g.h si igitur angulus quẽ continent hee due linee perpendiculares videlicet.g.h.⁊.g.k. erit rectus sup̱ficies.a.b.c.d.dicitur orthogonaliter erecta super sup̱ficiẽ.c.d.e.f.
¶ Superficies equidistãtes sunt que in vtrãlib; partem protracte nõ concurrent et si in infinitum producantur. ¶ Intellectum est quod dicit̃. Scire tamẽ debes ꝙ omnes plane sup̱ficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnẽ partẽ ꝓtracte cõcurrent alicubi ⁊ super rectã lineã se secabunt lineas autẽ rectas nõ ẽ necessariũ vl' eẽ equidistantes vel in vtrãq; p̱te; protractas concurrere Quippe que in eadẽ sup̱ficie nõ sunt nec equidistant ab inuicẽ nec tñ quantũlibet protracte cõcurrent. ¶ Equa corpora sunt atq; similia quoꝝ terminales superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sint atq; similes similia corpora sunt que similibus superficiebus numero equalibus continentur. ¶ Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus ⁊ similib⁹ nõ intelligis ad diffinitionẽ similium superficieꝝ positã in principio sexti recurre. ¶ Corpus seratile dicitur qd̃ quinq; superficiebus quarum tres paralellograme sunt due vero triangule continentur.
¶ Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectũ vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ⁊ equidistanti suppositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit. ¶ Spera est transitus arcus circũferentie dimidij circuli quotiens sumpto vel suppremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.
¶ Super quãlibet lineã semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circũducatur corpus quod describitur spera nominat̃ cuius centrũ constat esse centrum semicirculi circũducti. ¶ Piramis laterata est figura corporea quã cõtinent superficies ab vna quaꝝ relique sunt ad vnũ oppositum punctũ sursum erecte. ¶ In omni laterata piramide cuncte sup̱ficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctũ subleuãtur qui conus piramidis dicitur suntq; omnes hee laterales sup̱ficies triangule: basis vero freq̃ter nõ est triangula. ¶ Piramis rotunda est figura solida: estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continẽtium fixo ⁊ donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circũducto. Si autem latus fixum lateri circũducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breui⁹ obtusiangula erit. Axis aũt ipsi⁹ figure ẽ latus fixũ. Basisq; sua circulus. Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.
¶ Sit trigonus.a.b.c.rectũ angulũ habens qui sit.b.figaturq; alteꝝ duoꝝ laterũ ambiẽtiũ rectũ angulũ.b.sitq; latus qd̃ figit̃.a.b.quo fixo circũducat̃ trigon⁹ quo/

usq; ad locū vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellat: cui⁹ tres sūt drie. Alia eni est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula Et prima quidē ē qñ latus.a.b.lateri.b.c.fuerit equale. Esto eni ut linea.b.c.cū rotatu trigoni puenerit ad situ linee.b.d.ita q puncti⁹.c.cadat sup pūctū.d.fiatq; linea vna.hoc ē vt ipsa tunc piungat situi a quo moueri cepit scdm rectitudinē: eritq; linea hic qsi.b.c.d.z qr ex.32.pmi z.5.eiusdē angulus .c.a.b.ē medietas recti erit angulus.c.a.d.rectus.ideoq; piramis hec dicitur rectangula. Si autē latus.a.b.sit longius latere.b.c.erit acutianguli: erit eni tunc ex.32.primi z.19.eiusdē angulus.c.a.b.minor medietate recti. ideoq; totus angulus.c.a.d.ē minor recto z acutus: quare piramis acutiangula. Qd si latus.a.b fuerit breuius latere.b.c.erit angulus.c.a.d.maior medietati recti ex.32.primi et 19.eiusdē z totus.c.a.d.qui ē duplus ad ipsū.c.a.b.maior recto z obtusus. igitur z piramis couenienter tūc dicit obtusiangula. Axis autē huius piramidis dicit linea.a.b. basis vero eius circulus quē describit linea.c.b.super centz.b.dicit quoq; hec piramis columne rotunde illi⁹ videlicet quā motu suo describeret palellogramum pueniens ex.a.b.z.b.c.latere.a.b.manente fixo.



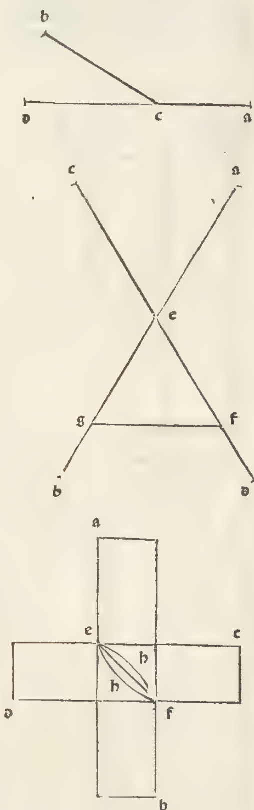
¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus z crassitudine idest altitudine equales est transitus paralellogrami rectanguli latere rectū angulum continente fixo ipsaq; superficies donec ad locū suū redeat circunducta diciturq; hec figura columna rotūda. Columne itaq; rotunde atq; spere circuliq; vnū atq; idē est centrū. ¶ Sit palellogramū rectangulū.a.b.c.d.figuratq; latus.a.b.z eo fixo totū palellogramū quousq; ad locū suū cadat vel redeat circūducat: corporea ergo figura huius palellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus.b.alter vero est quem motu suo designat linea.d. a.z eius centrum est punctus.a. Axis autem huius columne dicitur linea.a.b.que manet fixa in motu palellogrami. Qd si imaginati fuerimus paralellogram m.a.b .c.d.cum peruenerit rotatu suo ad situm.a.b.c .f.coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei plane: vt scilicet totū sit vnū palellogramū.d.c.e.f.z protraximus in eo diametrū. d.c. erit quoq; diameter .d. e.diameter colūne. Qd autē dicit columne z spere z circuli idem esse centrū: intelligi ds cū hoz vna ē eadēq; diameter. Verbi grā diximus eni q. d.e.ē diameter istius colūne Sperā igit atq; circulū quoz diameter est linea.d.e. necesse est idē centz habere cū centro ppositę colūne. Sit eni vt linea. d.e.secet lineam a.b.in puncto.g.eritq; .g.centz columne: diuidit eni axem colūne p equalia z diametz colūne p equalia qd ps p.25.primi nam angul. qui sunt.a.d.g. sunt equales ex.15.primi z anguli qui sunt ad.a.z.b.recti ex ypothesi: linea quoq;.a.d.ē equalis linee.b.e.itaq;.d.g.est equalis.e.g.z.a.g.equalis.g.b.cumq; anguli.c.z. f.sint recti si super punctū.g.scdm spaciū.d.g.ac super lineā.d.e.circulus describat trāsibit ex couersa prime ptis.30.tertij per puncta.c.z.f.itaq; punctum.g. est centrū circuli cuius diameter est diameter columne.ideoq; z spere: quare manifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq; columne rotunde speram esse circūscriptibiles. Sicq; patet q voluit istud theorema.





¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̄ duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem

conueniunt. ¶ Duo anguli plani angulum ſolidum perficere nequeunt ſicut nec due recte linee nequeunt ſuperficiem claudere. Angulos quoqʒ planos ſolidū angulum continentes in eadē ſuperficie nō conuenit eſſe ſitos ſed in diuerſis quēadmodū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit ſibi inuicem ſecūdū ſitū rectitudinis applicari. ¶ Similes ſunt figure corporee rotūde ſiue ſit colūne ſiue earū piramides quaꝝ axes diametris ſuarū baſiū ſunt proportionales. ¶ Propoſitis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis ſi fuerit proportio axis vnius eaꝝ ad diametrum ſue baſis ſicut axis alterius ad diametrum ſue baſis ille due columne aut piramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.



Propoſitio .1.

LInee recte partem eſſe in plano ⁊ partem in ſublimi ē impoſſibile.

¶ Sit linea.a.b..recta.dico φ non eſt poſſibile ut pars eius ſit in plano ⁊ pars ſurſum eleuata.ſi eni eſt poſſibile ſit pars ei⁹ que eſt.a c.ſita.in plano ⁊ pars eius que ē.c.b. in ſublimi poſita ⁊ protrahat̄ directe.a.c.in plano in quo ipſa ſita eſt vſqʒ ad.d.eritqʒ vt vni eidemqʒ linee que eſt linea.a.c.due linee penit⁹ diuerſe que ſūt linee.c.b.⁊.c.d.ex eadē parte directe adijciant̄ qḋ eſt ipoſſibile:ex.13.primi.

Propoſitio .2.

OMnes linee due quarum altera alteram ſecat in vna ſuperficie ſite ſunt omneſqʒ triangulus in vna ſuꝑficie totus conſiſtit.

¶ Sint due linee recte.a.b.⁊.c.d.ſe inuicem ſecantes in puncto.e.dico eas eſſe in ſuperficie vna ⁊ omnē triangulū dico eſſe in ſuperficie vna totū.ſignetur eni punctus.f.in linea.c.d.⁊ punctū.g.in linea.a.b.⁊ ducat̄ linea.f.g.Quia igitur impoſſibile eſt ꝑteʒ trianguli.e.f.g.eſſe in plano ⁊ ꝑtem i ſublimi quin etiam ſuarum terminaliū lineaꝝ vnius aut plurium pars ſimiliter ſit in plano.⁊ pars ſimiliter in ſublimi cum de lineis hoc ſit impoſſibile per premiſſam erit quoqʒ impoſſibile de triangulo.itaqʒ totus triangulus.e.f.g. eſt in ſuperficie vna.Ex hac igitur ſecūda parte ⁊ premiſſa cōſtat prima ꝑs huius ſecunde propoſitionis.

Propoſitio .3.

OMnium duarum ſuperficieꝝ ſe inuicē ſecantiū cōmunis ſectio eſt linea recta.

¶ De planis ſuperficiebus intellige ⁊ verum erit qḋ dicitur. Sint itaqʒ due ſuperficies plane.a.b.⁊.c.d.ſe inuicem ſecantes dico φ earuʒ cōmunis ſectio erit linea recta.Eſto eni duo pūcta.e.⁊.f.termini cōmunis ſectionis eaꝝ que cōtinuent̄ per lineā rectā que ſit.e.f.ſi igitur linea.e.f.eſt in vtraqʒ duaꝝ ſuꝑficieꝝ.a.b.⁊.c.d.ꝯſtat ꝓpoſitū:at vero ſi in neutra aut ſi nō in altera:cū ambo puncta.e.⁊.f.ſint in vtraqʒ ſuꝑficieꝝ.a.b.⁊.c.d .in ea ſuperficie in qua ipſa nō fuerit protrahat̄ linea recta que ſit.e.h.f.erūt igit̄ due recte linee.ef.⁊.e.h.f.hn̄tes duos terminos cōes qḋ ē ipoſſibile.ſic eni due recte linee includerēt ſuꝑficiē qḋ ē ꝯ petitionē vltimā ꝑmi libri.

Propoſitio .4.

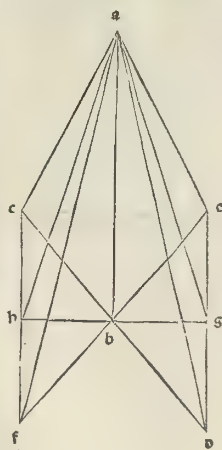
SI fuerit linea orthogonaliter ab inciſione duarum linearum erecta interſecantium ſe: ipſa ad earundem ſuperficiē perpendicularis erit.

¶ Sit linea.a.b. orthogonaliter erecta ſuper inciſionē duaꝝ linearū

c.d.⁊.e.f.secãtiũ se in puncto.b.de quibus ꝯstat ꝑ antepremissã ꝙ ipse sunt site in vna superficie dico ꝙ linea.a.b.ꝑpendicularis ẽ ad ipsaꝝ supficiẽ. Sint eni.c.b.⁊ b.d.equales at vero.f.b.⁊.b.e.equales ⁊ ꝓtrahant̃ linee.e.d.⁊.c.f.que erũt equales per.4.primi ⁊ equidistantes p.27.eiusdẽ.Signato itaqꝫ puncto aliquo i linea c.d.qui sit.g.ducat̃ linea.g.b.h.eritqꝫ ex.26.primi.e.g. equalis.f.h. igit̃ a puncto a.vel quouis puncto linee.a.b.demittant̃ ypothemisaliter linee.a.c.ad.a.e.a.f.a.g.a.h.eritqꝫ ex.4.primi.a.c.equalis.a.d.⁊.a.e.eq̃lis.a.f.Itẽ p.8.eiusdẽ eq̃lis erit agulus.a.c.d.eq̃lis ãgulo.a.f.e.ergo per.4.ipsiꝰ erit.a.g.eq̃lis.a.h.⁊ ideoqꝫ p.8.eiusdem erit angulus.a.b.g.equalis angulo.a.b.h.quare ex diffinitione vterqꝫ ẽ rectus ⁊ linea.a.b.ꝑpendicularis ad lineã.g.h.Simili quoqꝫ mõ ꝓbabis eãdẽ esse ꝑpendicularẽ ad oẽs lineas ꝓtractas a puncto.b.in supficie duaꝝ lineaꝝ.c.d.⁊.e.f.igit̃ ex diõne constat lineã.a.b.eẽ ꝑpendicularẽ ad supficiẽ i qua site sũt due linee c.d.⁊.e.f.seinuicẽ secãtes qḋ ẽ ꝓpositũ.

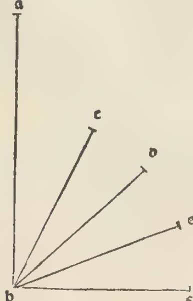
Propositio .5.

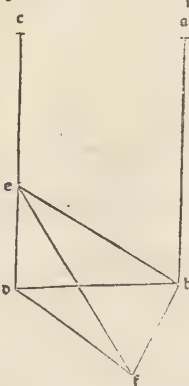
Si super tres lineas cõterminales cõi eaꝝ termino erecta linea quedã orthogonaliter insistat eedẽ tres linee i vna superficie site erunt. ¶Sit linea.a.b orthogonaliter erecta super cõem terminũ triũ lineaꝝ.b.c.b.d.b.e.angulariter se cõtingentiũ in puncto.b.quaꝝ nulla alij directe applicetur qḋ idem ẽ ac seinuicem secent in puncto.b. protracte eni se secabunt dico ꝙ tres linee.b.c.b.d.b.e.sunt in vna superficie site.Constat autẽ de quibusqꝫ eaꝝ duabꝰ ꝙ ipse sunt in vna superficie site per scḋam huiꝰ vel ꝑ primã ꝑtẽ.2.huiꝰ.si igit̃ linea.b.d.nõ fuerit in supficie duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊ b.e.sed ille duo i plano:hoc autẽ in sublimi:erit vt hec superficies in qua site sunt due linee.a.b.⁊.b.d.si protrahatur ⁊ ꝑ illud qḋ notũ est sup quartã secet illã in qua site sunt.b.c.⁊.b.e.eritqꝫ per.3.huius cõis eaꝝ sectio linea recta ⁊ ipsa sit.b.f.q̃ igitur ex premissa linea.a.b.ẽ ꝑpendicularis ad superficiẽ duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.b.e.sequit̃ ex diffinitione vt ipsa sit perpẽdicularis ad lineã b.f.quare angulus.a.b.f.est rectus cumqꝫ etiã angulus.a.b.d.sit rectus ex ypothesi.sequitur ipossibile videlicet ꝑtẽ suo toti eẽ equalẽ.

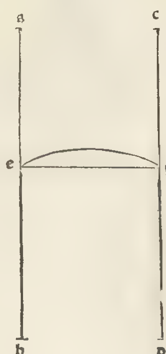


Propositio .6.

Si fuerint due linee super vnã supficiẽ ꝑpendiculares eas eq̃distãtes eẽ necesse est. ¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.ꝑpendiculares ad vnã superficiẽ dico eas esse equidistantes:protrahat̃ enim linea.b.d.eruntqꝫ ex diõne duo anguli.a.b.d.⁊.c.d.b.recti.si igit̃ due linee.a.b.⁊.c.d.sint in superficie vna ipse sunt equidistantes ꝑ scḋaꝫ partẽ.28.primi:ipsas autem esse in superficie vna sic collige:a puncto.b. super lineam.b.d.in plano cui perpendiculariter insistunt.a.b.⁊.c.d.ꝓtrahe orthogonaliter lineam.b.f.⁊ ex linea.c.d.sume.d.e.equalem.b.f.⁊ protrahe lineas.e.b.⁊.e.f.erunt igit̃ duo latera.e.d.⁊.d.b.trianguli.e.d.b.equalia duobꝰ lateribus.f.b.⁊ d.b.trianguli.f.d.b.⁊ angulus.e.d.b.equalis angulo.f.d.b.cũ vterqꝫ sit rectꝰ.itaqꝫ per quartã primi linea.b.e.ẽ equalis linee.d.f.itẽqꝫ cũ duo latera.e.b.⁊.b.f.trianguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus.f.d.⁊.d.e.trianguli.f.d.e.⁊ basis.e.f.cõis erit p.8.primi angulus.e.b.f.equalis angulo.f.d.e.cũ vterqꝫ sit rectꝰ:q̃ igit̃ angulꝰ.f.d.e.ẽ rectꝰ a diõne erit etiã angulꝰ.e.b.f.rectꝰ:itaqꝫ linea.f.b.ꝑpẽdiculariter ẽ erecta sup cõem terminũ triũ lineaꝝ.b.a.b.d.b.e.se ꝯtingẽtiũ angulariter i puncto.b.q̃re ꝑ p̃missã ipse sũt i supficie vna:cũ igit̃ ex p̃ma parte hꝰ scḋe linea.c.d







sit in eadem superficie: cum vtraqз linearum.e.b.⁊.b.d.sequitur.a.b.⁊.c.d.esse i superficie vna: Constat ergo propositum.

Propositio .7.



SI in duabus lineis equidistantibus duob⁹ punctis signatis ab altero ad alterū recta linea ducat̄: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoqз in eandem sitam eē necessario comprobatur.

¶Sint due linee. a.b .⁊. c.d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem ꝙ ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta e.⁊.f.⁊ producatur linea recta.e. f.dico itaqз lineam.e .f.esse sitam in superficie linearum.a.b.⁊.c.d.Sin autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens q̄ superficies si protrahatur secabit necessario superficiē in qua site sunt due linee.a. b.⁊.c.d.eritqз per.3.huius cōmunis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile.sic eni due recte linee cōcluderent superficiem.

Propositio .8.



SI in idem planū due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoqз ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

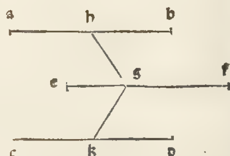
¶Hec est quasi conuersa sexte.Sint enim due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes et sit earum altera vt.c.d. erecta perpendiculariter super superficiē quālibet:dico reliquā earum que est.a.b.esse perpendicularem ad eandē superficiem. Fiat enim prorsus eadem dispositio que in sexta:eritqз ut ibi vterqз duoꝝ anguloꝝ.f.d.b.⁊. f.b.e.rectus: primus quidem per positionem.secūdus autē per.8.primi:quare p.4.hui⁹linea.f.b.ē ppendiculariter erecta super supficiem ī qua sunt due linee.b.d.⁊.b.e.cūqз per premissā due linee.a.b.⁊.c.d.sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d.⁊.b.e.sequitur lineā.f.b.esse ppēdiculariter erectā supra superficiē in qua est linea.b.a.a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus ⁊ qꝛ etiam angulus.d.b.a.est rectus per vltimā partē.29.primi :sequitur per quartam huius lineam.a.b.esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.⁊.b.f.quare constat propositum.

Propositio .9.



SI due linee vni non in vna superficie equidistāt eas quoqз sibi inuicem equidistare necesse est.

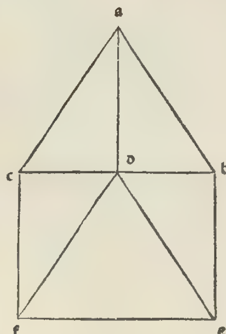
¶Sit vtraqз duarum linearum.a.b.⁊.c.d.equidistās linee.e .f. nec sint omnes in superficie vna: dico ꝙ eedem quoqз sibi inuicem sunt equidistantes:de his quidē que sunt omnes in supficie vna probatū est per.30.primi:at vero de his que in vna supficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur sursū erecta i sublimi. restat hoc loco probandū.signetur itaqз in ea pūctus.g.a quo educantur due perpēdiculares ad duas lineas .a.b.⁊.c.d.que sint.g b.⁊.g.k.eritqз per.4.huius linea.e.f.perpendicularis ad superficiē videlicet illam in qua sunt site due linee.g.h.⁊.g.k. itaqз per premissā bis assumptā vtraqз illaꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.c.d. ppendicularis ē ad eandē supficiē videlicet ad illā in qua site sunt dicte due linee.g. h.⁊.g.k.p sextā hui⁹ igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qđ est propositū.



Propositio .10.

SI due linee se angulariter contingentes duabus alijs se cõtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nõ aũt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli eque sibi inuicem esse comprobantur.

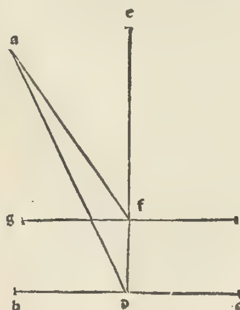
¶Sint due linee: a. b. ⁊. a. c. se angulariter contingentes in puncto. a equidistantes alijs duabus que sunt. d. e. ⁊. d. f. se quoq₃ angulariter contingentibus in puncto. d. nec sint cum eis i superficie vna: dico angulũ. a. esse equalẽ angulo. d. Esto enĩ linea. d. e. equalis linee. a. b. cui ipsa posita est esse equidistans. ⁊. d. f. equalis. a. c. cui etiã ipsa equidistare ponit̃ ⁊ ducant̃ linee. d. a. ⁊. e. b. ⁊. f. c. eritq₃ ex. 33. primi bis assumpta vtraq₃ duarum linearum. b. e. ⁊. c. f. equalis ⁊ equidistans linee. a. d. per conceptionẽ igitur ⁊ premissam eedẽ sunt equales ⁊ equidistantes sibi inuicem. ⁊ itaq₃ per. 33. primi denuo repetitã due linee. b. c. ⁊. e. f. sunt etiã equales ⁊ equidistãtes: igit̃ per. 8. primi cõstat ꝓpositũ.



Propositio .11.

PUncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere

¶Sit punctus. a. sursum in aere a quo volumus ad superficiẽ subiacentem perpendicularem ducere: ducat̃ igitur in plano illo: linea. b. c vtcũq₃ cõtigerit ad quã ab ipso puncto. a. ducat̃ perpẽdicularis. a. d scd̃m doctrinã. 12. primi rursusq₃ a puncto. d. in plano illo ad qd̃ ducenda est perpendicularis a puncto. a. extrahat̃ linea. d. e. que sit perpendicularis ad lineã. b. c vt docet. 11. primi. Ad hanc quoq₃ lineã. d. e. ducat̃ alia linea perpẽdicularis a puncto. a. que sit. a. f. hanc dico esse eã quã intẽdim⁹. Sit enĩ linea. f. g. equidistãs linee b. c. ⁊ q2 vterq₃ duorum angulorum. b. d. a. ⁊. b. d. f. est rectus: erit ex quarta hui⁹ linea b. d. perpendicularis ad supficiẽ in qua est triangulus. a. d. f. ideoq₃ etiã p. 8. hui⁹ erit linea. g. f. ꝑpendicularis ad candẽ superficiẽ: igit̃ a diffinitione erit angulus. g f. a. rectus: cũq₃ etiã angulus. d. f. a. sit rectus: sequit̃ ex quarta huius lineã. a. f. esse ꝑpendicularẽ ad superficiem in qua sunt due linee. d. f. ⁊. f. g. qd̃ est propositum



Propositio .12.

SUperficie ꝓposita punctoq₃ in ea assignato ab eo puncto ad datam supficiẽ lineã orthogonaliter erigere. ¶Cũ a puncto quolibet in superficie ꝓposita assignato ꝑpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandẽ supficiẽ ꝑpẽdiclarẽ quẽadmod̃ ꝑmissa docuit demittere que si i assignatũ punctũ ceciderit ipsa ẽ quã queris. Sin aũt ab ipsa assignato pũcto ad demissã perpendicularẽ equidistantem ducito: eã q₃ per. 8. huius probabis ẽe quam queris.

Propositio .13.

DUas lineas super pũctũ vnũ ad supficiẽ vnã orthogonaliter isistere ẽ ipossibileẽ. ¶Si enĩ possibile ẽ vt due linee vni eidẽ q₃ supficiei sup punctũ vnũ ꝑpendiculariter insistãt supficies i q̃ ipse ꝑpendiculares site sũt itelligat̃ ꝓduci quousq₃ secet supficiẽ cui dicte linee ꝑpendiculariter isistũt eritq₃ per. 3. hui⁹ cõmunis earum sectio linea recta: ⁊ q2 ex diffinitione vtraq₃ illarum duarũ perpendiculariũ cũ cõmuni sectione cõtinet angulum rectũ sequitur ut angulus rect⁹ sit ps anguli recti qd̃ est impossibile. Quẽadmodũ aũt demonstratũ est impossibile esse ab vno eodem puncto extra supficiem

duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodemq3 puncto extra superficiem signato ad eandē superficiem protractas ad ipsā esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex.6.huius qd est impossibile ex diffinitione lineaꝝ equidistantium. Constat igitur ex hac ꝙ si aliqua superficies plana aliā planā superficiem orthogonaliter secet ⁊ ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in cōmuni eaꝝ sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad cōmunē earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet.12.primi ⁊ a puncto i quo incidit cū cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandē cōmunē sectionē in superficie secta educatur ut docet.11.primi: eritq3 ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quē cōtinent hee due linee perpendiculares rectus: quare per quartā huius prima haꝝ duarum perpendicularium etiam est perpendicularis etiā ad superficiē sectā. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandē superficiem quod est impossibile: relinquitur itaq3 propositum nostrum.

Propositio .14.



SI linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiā in infinitū i quācunq3 partem protrahantur nunquā concurrēt.

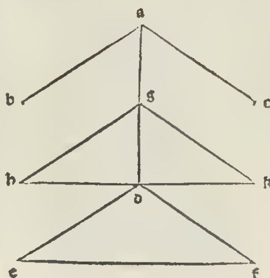
¶ Posita eni linea vna duabus superficieb⁹ orthogonaliter insistere si possibile ē supficies illas cōcurrere in eaꝝ cōi sectione que per.3.huius erit linea recta: punctusq3 quocunq3 modo signet᷑ a quo due linee in illis duabus supficieb⁹ ad lineā illā que ipsis ppendiculariter supstat ꝑtrahat᷑: eritq3 constitutus triangulus ex his duab⁹ lineis ⁊ perpēdiculari hui⁹ itaq3 trianguli vterq3 duorū angulorū qui super perpendicularē cōsistūt ē rect⁹ vt p3 ex dione linee supra supficiē ppendiculariter stantis hoc aūt ē ipossibile per.32.primi.

¶ Econuerso quoq3 videlicet si super duas superficies equidistātes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq3 perpendicularis erit ad reliquum. ¶ Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earū ppendiculariter superstat: dico ꝙ eadem linea relique superficiei ppendiculariter superstat. Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrātē eritq3 cōis sectio huius supficiei secātis ⁊ alteri⁹ sectarū videlicet illi⁹ cui linea penetrās ponit᷑ ppendiculariter insistere cōtinēs angulū rectum cū ipsa linea penetrāte ex dione linee ppēdicl'aris ad supficiē: si igit᷑ alia cōis sectio ipsi⁹ supficiei secātis ⁊ reliq̄ duarū sectarū cū eadē linea penetrāte nō ꝯtincat angulū rectū erit ex vltima petitione ꝑmi vt ille due cōes sectiōes i alterutrā ꝑtē protracte necessario ꝯcurrāt quare ⁊ supficies que posite sūt equidistantes necessario ꝯcurrēt. ⁊ q2 hoc ē ipossibile erit ille angul⁹ rect⁹ eodēq3 modo erit de qualib3 alia supficie easdē supficies eqdistātes secāte sup eandē lineā: igit᷑ ex q̄rta h⁹ ⁊ ex ista.14. constat verū ēē qd dixim⁹.

Propositio .15



SI fuerint due linee se continentes angulariter equidistantes alijs duabus se contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis contente due superficies in nulla parte quantūcunq3 producantur possunt concurrere.



¶Sint due linee.a.b.⁊.a.c.ſe angulariter contingentes in puncto.a. equidiſtantes duabus lineis.d.e.⁊.d.f.ſe angulariter contingentibus in puncto.d. ⁊ nō ſint in ſuperficie vna: dico eaꝝ ſuperficies ī quācūqꝫ ptē ⁊ quātūcūqꝫ protrahanī nunq̄ꝫ concurrere: protrahatur ⁊ eni a puncto.d.ꝓut docet.5.huius perpendicularis ad ſuperficiē duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.a.c.ſitqꝫ.d.g.⁊ a puncto.g.ducatur.g.h.equidiſtās.a.b.⁊.g.k.equidiſtans.a.c.eritqꝫ ex diffinitione vterqꝫ duoꝝ angulorum.d.g.h.d.g.k.rectus ⁊ per.9.erit linea.d.f.equidiſtans linee.g.k.⁊ linee.d.e.equidiſtans linee.g.h.quare ꝑ vltimā ptem.29.primi vterqꝫ duoꝝ angulorum.e.d.g.f.d.g.erit rectus: ideoqꝫ per quartā huius linea.d.g.erit ꝑpendicularis ad ſuꝑficiem duaꝝ lineaꝝ.d.e.⁊.d.f.cumqꝫ ipſa eadem ſit etiā ex ypotheſi perpendicularis ad ſuperficiē duarum linearum.a.b.⁊.a.c.igitur ex premiſſa liquet quod ē ꝓpoſitum

Propoſitio .16.

Si duas ſuperficies equidiſtantes vna ſuperficies ſecet cō munes eaꝝ ſectiones equidiſtantes erunt.

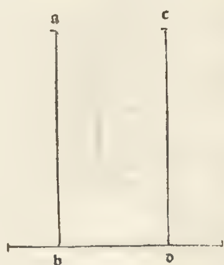
¶Conſtat equidem ex tertia ꝙ vna ſuperficie quaſcūqꝫ duas ſuperficies equidiſtantes ſecante cōmunes earum ſectiones erunt due linee recte: que cū ſint ambe ſite in ſuperficie ſecante. ſi ipſe nō fuerit equidiſtantes ponantur ad quotlibet vnum punctium concurrere: erit itaqꝫ vt vnꝰ atqꝫ idē punctus ſit in vtraqꝫ illaꝝ duaꝝ ſectionū cōmunium cumqꝫ vna illaꝝ communiū ſectionū ſit in vna duaꝝ ſuꝑficieꝝ ſectaꝝ ⁊ reliqua in altera. ſequiī ſuꝑficies illas que poſite ſunt eſſe equidiſtantes concurrere: hoc autem impoſſibile eſt. Erūt igitur cōes earum ſectiones equidiſtantes quod eſt propoſitū. ¶Ex hac ⁊ premiſſa potes elicere concluſionē vnā ſimilem.30.primi videlicet iſtam. Si fuerint due ſuperficies vni equidiſtantes ipſe quoqꝫ erunt adinuicē equidiſtantes. Poſitis enī tribus ſuperficiebus quarum vtraqꝫ duaꝝ extremarū equidiſtet medie dico ꝙ neceſſe eſt ipſas extremas equidiſtare adinuicem. ſecentur omnes illi tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoqꝫ inuicem ſecantibus: erūtqꝫ ex hac.16.cōmunes ſectiones duaꝝ extremaꝝ ſuperficieꝝ equidiſtantes ſectionibus medie: quare ex.30 primi ipſi etiā ſectiones duaꝝ extremaꝝ ſuperficieꝝ erant equidiſtantes adinuicē. Et quia ipſe contingunt ſe in cōmuni ſectione duaꝝ ſuperficieꝝ tres poſitas ſuperficies ſecantium ex premiſſa euidenter conſtat quod diximus.

Propoſitio .17.

Si ſuperficies tres vel plures equidiſtantes duas rectas lineas ſeinuicem contingentes vel equidiſtantes ſecēt illarum linearum portiones proportionales eſſe probantur.

¶Intelliganī eni due recte linee penetrantes qualitercūqꝫ cōtigerit tres ſuperficies equidiſtantes aut etiā plures tribus. dico itaqꝫ duas portiones illaꝝ linearum inter quaſlibet duas lineas ſuperficies interceptas proportionales eſſe quibuſque duabus inter alias duas ex illis equidiſtantibus ſuꝑficiebus interceptis. Coniunganī enim due extremitates illaꝝ duaꝝ lineaꝝ ducta inter eas linea vna diagonaliī: eritqꝫ hoc diagonalis cū vtraqꝫ illarū duaꝝ lineaꝝ penetrātiū ſuꝑficies ꝓpoſitas in ſuꝑficie vna illas equidiſtantes ſuꝑficies poſitas ſecāte. ſi ergo haꝝ ſuꝑficieꝝ cōes ſectiōes q̄ ꝑ premiſſā erūt equidiſtātes cogitatōe protraxeris ex prima parte ſecunde ſexti conſtabit propoſitum.

Propoſitio .18.

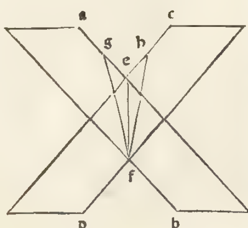


Si in ſuperficie aſſignata oꝛthogonaliter ſteterit: linea oīs ſuperficies a linea illa quoꝛſum libet ducta ad eandem aſſignatam ſuperficiem erit oꝛthogonaliter erecta.

℄ Sit enī linea.a.b.erecta perpendiculariter ſup aſſignatā ſuperficiē ⁊ a linea.a.b.ꝓducat̃ ſuperficies quoꝛſū libuerit: quā dico ſup ꝓpoſitam ſuperficiem eſſe perpendiculariter erectam.cum enim ipſa ſecet ſuperficiem aſſignatam: erit earum cōmunis ſectio linea recta ex.3.huius.ſitqꝫ.b.d.in hac ergo cōmuni ſectione ſignato puncto quolibet qui ſit.d.extrahatur ab eo In ſuperficie que producta eſt a linea.a.b.linea quedā ꝑpendicularis ad lineā.b.d. que ſit d.c.eritqꝫ ex ſecunda pte.28.pꝛimi linea.c.d. equidiſtans:linee. a.b. ideoqꝫ ex.8. huius linea.c.d.eſt etiā perpendicularis ad ſuperficiē pꝛopoſitā:quia ergo hoc modo quelibet linea pꝛotracta oꝛthogonaliter a quolibet puncto linee .b. d.ad ipſam lineam.b.d.in ipſa ſuperficie que pꝛoducta eſt a linea.a.b.eſt perpendicularis ad pꝛopoſitā ſuperficiem ex diffinitione ſuperficiei ſupꝛa ſuperficiē oꝛthogonaliter erecte:cōſtat veꝝ eſſe qḋ pꝛopoſitū eſt.

Pꝛopoſitio .19.

Si due ſuperficies ſe inuicē ſecantes ſupꝛa vnam ſuperficiem erecte fuerint oꝛthogonaliter cōmunis earum ſectio ad eandem ſuperficiem perpendicularis erit.



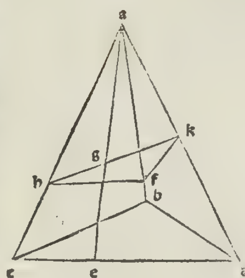
℄ Sint due ſuperficies.a.b.⁊.c.d.ſe inuicem ſecantes erecte oꝛthogonaliter ſuper aſſignatā ſuperficieꝫ:ſitqꝫ cōmunis eaꝝ ſectio linea recta.e.f.hanc dico eſſe perpendicularē ad aſſignatā ſuperficiem.alioquin a puncto f.qui eſt cōis termin⁹ ſectionū duaꝝ ſuperficieꝝ ſecantiū:⁊ tertie ſupficiei ſecte ꝓducat̃ vna linea recta que ſit.f.g.in ſuperficie.a.b.perpēdicularis ad ſupficiē aſſignatā.itēqꝫ ab eodē pūcto ducat̃ alia perpendicularis ad eandē ſupficiē que ſita ſit in ſuperficie.c.d.⁊ ipſa ſit.f.h.eruntqꝫ due linee.f.g.⁊.f.h.oꝛthogonaliter inſiſtentes ſuper punctū vnū ad ſupficiē aſſignatā:hoc aūt impōſſibile per. 13.huius Tales aūt lineas poſſe ꝓtrahi a puncto.f.in vtraqꝫ duaꝝ ſuperficieꝝ.a .b.⁊. c.d. cū.e.f.nō fuerit perpēdicularis ad aſſignatā ſuperficiē dubitare nō cōuenit. Intelligat̃ quidē linea.f.b.cōis ſectio ſuperficiei.a.b.⁊ ſupficiei aſſignate ⁊ linea.f.d.ſuperficiei.c.d.⁊ ſupficiei aſſignate.Si igit̃ linea.e.f.fuerit ꝑpendicularis ad vtranqꝫ duaꝝ lineaꝝ.f.b.⁊.f.d.ipſa etiā erit perpendicularis ad ſupficiē aſſignatā ex q̄rta huius.ſi aūt ad neutrā ſit.f.g.ꝑpendicularis ad.f.b.⁊.f.h.perpendicularis ad.f.d deinde a puncto.f.ꝓtrahe in ſuperficie aſſignata vnā lineā ꝑpendicularē ad lineā f.b.q̇ ex dione ſupficiei ſup aliā ſupficiē oꝛthogonaliter erecte cū linea.f.g.ꝯtinebit angulū rectū:ꝑ quartā igit̃ hui⁹ erit linea.f.g.ꝑpendicularis ad ſuperficiē aſſignatā Eodē quoqꝫ mō ꝓtracta alia linea a puncto.f.i ſupficie aſſignata q̇ ſit perpendicularis ad lineā.f.d.ſequet̃ ex dione pꝛedicta ⁊ ex quarta hui⁹ lineā.f.h.eē ꝑpēdicularē ad ſupficiē aſſignatā qḋ ē impoſſibile ꝑ.13.huius.Qḋ ſi ꝯfiteare lineā.e.f. eſſe ꝑpendicularē ad lineā.f.b.ſed nō ad lineā.f.d.ſequet̃ modo conſimili duas lineas.e.f.⁊.f.h.eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſſignatam:qḋ nihil minus ē impoſſibile.

Pꝛopoſitio .20.

Si tres anguli ſupficiales ſolidū angulū ꝯtineāt illoꝝ triū angulorum quiqꝫ duo ꝑiter accepti reliquo ſūt maioꝛes.

℄ Sint tres linee. a.b.a.c.a.d.piramidaliter erecte ſupꝛa ſuperficiem.b .c .d. continentes tres ſuperficiales angulos ex quib⁹ ſolidus

perficitur angulus in puncto.a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibꝰ angu/lis solidum angulum in puncto.a.constituentibus pariter acceptos tertio eē maiores. Si eni hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem eq̄les: aut si duo tantuꝫ equales tertio exñte minore vtrolibet duoꝝ equaliuꝫ: ꝯstat ꝑ cōem scientiā verum esse qḋ dicitur. Qḋ si eoꝝ vnus vtrolibet duoꝝ reliquoꝝ maior fuerit siue illi duo ponant̄ equales siue non equales: adhuc constat illum maiorem cum vtrolibet duorū reliquoꝝ pariter acceptoꝝ tertio esse maiorē. Sed ⁊ illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores: sic collige. esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulis.c.a.d. maior vtrolibet reliquorum duoꝝ. Ex ipso ergo abscindam angulum.c.a.d.equalem angulo. b.a.d. ꝯtracta linea.a.e.⁊ sumā ex hac linea.a.c.lineā.a.g.⁊ ex linea.a.b.lineā.a.f.quas ponam esse equales ⁊ protraham lineam a puncto.g.qualitercūqꝫ contingat in superficie duaꝝ linearuꝫ.a.c.⁊.a.d.quousqꝫ secet.a.c.in puncto.h.⁊.a.d. in puncto k.⁊ ipsa sit.h.g.k.⁊ producā lineas.f.h.⁊.f.k.cum sit igitur.a.f.equalis .a.g. posita.a.k.cōmuni erit per quartaꝫ primi.f.k.equalis.k.g.⁊ q2 ex.20.prime due linee h.f.⁊.f.k.sunt maiores linea.h.k.erit per cōceptionē.h.f.maior. h.g. ideoqꝫ per 25.primi cū sit linea.a.f.equalis linee.a.g.erit angulus.f.a.h.maior angulo.h.a.g.per cōceptionē igitur cōstat duos angulos.h.a.f.f.a.k.pariter acceptos eē maiores angulo.h.a.k.qḋ erat demonstrandū.

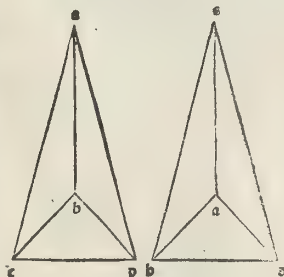


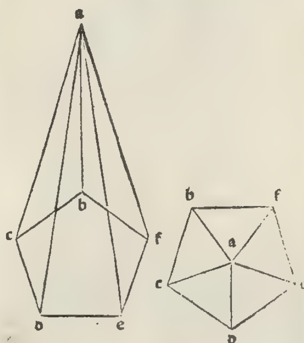
Propositio .21.



Omnis angulus solidus quatuor rectis āgulis minor esse probatur.

¶ Anguli solidi quantitas ex anguloꝝ superficialiū ipsū solidū con/tinentium quantitate determinatur: hac ergo.21.proportiōaliter ꝓ/ponit̄ quoqꝫ quoslibet sup̄ficiales angulos solidū quēlibet cōtinētes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit eni triangula piramis a.b.c.d.cuiꝰ supremus angulus cū possit esse quilibet suoꝝ anguloꝝ hic tñ sit.a.de quo dico ꝙ tres sup̄ficiales anguli ipsū.a.ꝯtinentes sint minores quatuor rectis. Constat eni ex.32.primi.9.angulos triū t̄anguloꝝ hanc piramidē circūstantium ⁊ ipsi sunt.a.b.c.a.c.d.a.d.b .esse equales sex angulis rectis: de tribꝰ aūt angulis basis eiꝰ que ē triāgulus.b.c.d .cōstat quoqꝫ ꝑ eandē ꝙ ipsi sunt equales duobus rectis.cum igitur sex anguli trium trianguloꝝ predictoꝝ hanc nostram piramidē de cuius supremo angulo disputamus circūdantiū: qui inq̄ꝫ sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequit̄ ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis: ex.nouē.igit̄ angulis trium trianguloꝝ piramidē circūdantiū his sex angulis demptis erunt ex cōmuni scia reliqui tres ⁊ ipsi sunt qui constituūt solidū angulū.a.miores.4.rectis. Si aūt angulꝰ.a.sup̄mus i assūpta piramide pluribꝰ angulis sup̄ficialibꝰ quā tribꝰ ꝯtineat̄ qḋ erit ꝺm multitudinē angl'oꝝ sue basis: cū igit̄ oēs anguli oim trianguloꝝ ipsā piramidē circūdātiū ꝑiter accepti sint ex.32 ꝑmi tot rectis angulis eq̄les quātꝰ ē numerꝰ angl'oꝝ sue basis duplicatꝰ: eo ꝙ tot necesse ē ēē triangulos piramidē circūdātes quot fuerit anguli sue basis. Cūqꝫ omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis eq̄les quantꝰ ē numerꝰ anguloꝝ suoꝝ dupli/catus: demptis inde.4.ut in.32.ꝑmi demonstratum est. Cumqꝫ igitur omnes an/



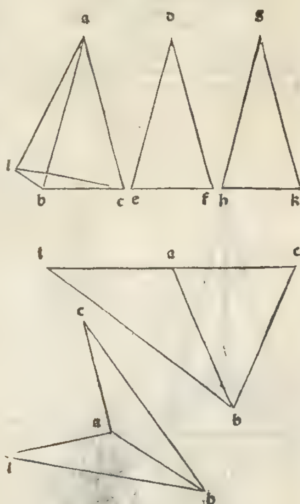


guli trianguloꝝ piramidē circūdātiū qui sup latera basis ipsiꝰ piramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt euidēter constat ex premissa totiēs quot angulos basis habuerit repetita.adhuc necessario sequitur ex cōi scia supficiales angulos solidū angulū.a. continentes piter acceptos esse minores quatuor rectis :eo inquā minores quo oēs anguli trigonoꝝ piramidem circūdantium qui sup latera basis statute piramidis consistant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos. Propositio .22.



Si tres anguli superficiales quoꝝ quinq; duo pariter accepti tertio sint maiores cunctis sibi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsaꝝ lineaꝝ equalium terminis subtendētibus triangulum substitui vel constitui possibile est:

¶ Sint tres supficiales anguli.b.a.c.e.d.f.h.g.k.vt ꝑponiť:tales videlicet ut qui q; duo coꝝ tertio sint maiores .sintq; sex latera eos continentia equalia que sint a.b.a.c. d.e.d.f.g.h .g.k.ꝛ subtēdanť eis tres bases que sint. b.c.e.f.h.k. Ex his ergo tribus basibus triangulū aio constitui posse.Esto eni angulus.b.a.l. equalis angulo.d.ꝛ linea.a.l.linee.d.e.ꝛ protrahantur.l.b.l.c.eritq; ex.4. primi linea l.b.equalis linee.e.f.ex ypothesi vero ꝯstat to talem angulū.a.esse maiorem angulo.g.erant eni quiq; duo ex tribus angulis.b.a.c.d.ꝛ.g.tertio maiores igiť ex.24 primi linea.l.c.linea.h.k.ē maior.cunq; sint ex.20.primi due linee.l.b.ꝛ.b.c.maiores linea.l.c.sequitur duas lineas.l.b.ꝛ.b.c.esse multo fortius maiores linea.h.k. quia igitur.l.b.est equalis.e.f.erunt due linee .b.c.ꝛ.e.f.maiores linee.h.k. Constat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis .b.c.e.f .h. k. esse longiores tertia:igiť ex.22.primi constat verum esse qȯ dicitur:hoc dūtaxat addito ꝙ si duo anguli.b.a.c.ꝛ.d.pariter accepti sint equales duobus rectis erunt due linee l.a.ꝛ.a.c. ex. 14.primi linea vnaꝛque cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis.g h.ꝛ.g.k.que ex.20.primi longiores sunt linea.h.k.cunq; ex eadē linee due.l.b.ꝛ.b c.sint longiores linea.l.c.sequitur vt prius.b.c.ꝛ.e.f.piter acceptas eē longiores h.k.At vero si duo predicti anguli sunt maiores duobus rectis:erunt ex. 21.primi due linee.a.l.ꝛ.a.c.ideoq; ꝛ due.g.h.ꝛ.g.k.breuiores duabꝰ q̄ sūt.l.b.ꝛ.b.c. quare vt prius.b.c.ꝛ.e.f.pariter accepte sunt longiores linea.h.k.

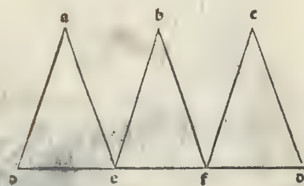


Propositio .23.

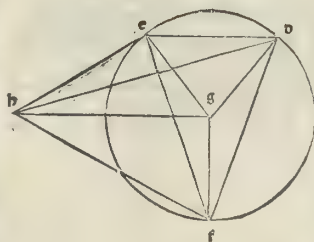


Tribus angulis supficialibus propositis quoꝝ quiq; duo piter accepti tertio sunt maiores omnes aut tres simul quatuor rectis angulis minores:ex tribus illis equalibꝰ qualescunq; sint solidum angulum constituere.

¶ Sint ꝑpositi tres anguli supficiales qui sunt.a.b.c .de tribus illis equalibus volumus vnū solidū angulū constituere oportet: igiť ex.21.hꝰ vt quiq; duo coꝝ pariter accepti tertio sint maiores ꝛ ex.21.huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita:latera vero eos continētia cuncta adinuicem sint equalia eisq; subtendantur tres bases ꝛ ipse sint d.e.e.f.ꝛ.f.d.eritq; ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalibꝰ triāgulum constitui.Sit igiť ex eis cōstitutꝰ ſm doctrinā.22.primi triangulus.d.e.f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circūscribať circulus. d.e. f.supra centrum.g.ꝛ ꝑtrabāť:g.d.g.e.g.f.que cū sint adinicē eq̄les ex diōne circuli lateraq;

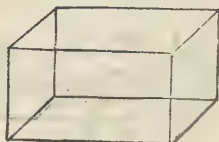


tres ꝓpositos angulos ambientia equalia ex ypothesi necesse est vt eaꝝ quelibet quolibet illorum laterū sit minor equalē aūt aut maiorē esse est impossibile Si eni linea exiens a centro.g.ad circūferētiam circuli.d.e.f.esset equalis alicui lateꝝ.a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sūt annuente.8.primi tres angulos.a.b.c.ꝓpositas esse equales tribus angulis.d.g.e.e.g.f.f.g.d. cūq; hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile p; ex.13.primi:protracta paulisp vna lineaꝝ exeuntiū a centro ad circūferentiam in continuum ꝛ directū:essent etiā tres anguli.a.b.c.equales etiā quatuor rectis qđ est cōtra posita. Qđ si esset maior superpositis tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.trib⁹ triāgulis diuidentibus triangulum.d.e.f. vnoquoq; illi cū quo cōicat in basi itaqꝫ bases supponanť basibus equales videlicet equalibus ꝛ anguli.a.b.c.cadant ad ꝑtem puncti. g. sequereť ex.21.ꝑmi tres āgulos.a.b.c.esse maiores trib⁹ qui sūt.d.g.e. e.f.g.f. g.d. eēnt itaq; maiores q̄tuor rectis qđ ē ampli⁹ ꝯtrariū positis Relinquiť itaq; vnūquodq; ex sex lateribus tres ꝓpositos angulos ābientibus maius esse linea egredi ente a centro.g.ad circūferentiā.d.e.f.ideoq; etiā potentius.Sit igitur potentius i linea.g. h.que sit scdm.12.h⁹ orthogonaliter erecta sup supficiē anguli vel circuli d.e.f.demittāturq; tres ypothemise.h.d.h.e.h.f.quas dico cōtinere angulos tres superficiales equales tribus propositis constituentes angulū solidum in puncto.h cū eni quadratū linee.a.d.sit equale duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.g.ꝛ. g.h.ex ypothesi At quadratū linee .d.h.sit equale eisdē ex penultima primi necesse est lineā.a.d.esse equalem linee.d.h eodēq; modo ꝛ lineā.a.e.linee.e.h.igiť ex.8.ꝑmi cū bases etiā sint equales erit angulus.a.equalis angulo.d.h.e .silr quoq; nō erit angulus.b.equalis angulo.e.h.f.ꝛ angulus.c.equalis angulo.f.h.d. quare cōstat factū eē quod facere disposuimus.



Propositio .24.

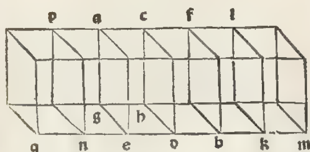
Si superficiebus equidistantibus solidum cōtineatur eius opposite supficies sibi inuicē equales sunt ꝛ equidistantiū laterum. ¶ Quicquid dicant alij solidū equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est cōtineri que sicut cē nō possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat eni columnā exagonā posse. 8.superficiebus que bine ꝛ bine opposite sibi inuicem equidistant contineri:sic quoq; octogonā.10.ꝛ decagonam.12.ꝛ ad istaꝝ similitudinē in infinitū.sꝫ hoꝝ omniū solidoꝝ equidistantibus superficiebus contentoꝝ que infinita esse pronuncio solū illud diciť paralellogramū cuius omnes superficies ipsū ambientes palellograme sunt ꝛ istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri:de tali itaq; qđ sex tm̄ supficiebus ambiť dico debere itelligi ꝙ hec.24.ꝓponit:sic igiť tale solidum corpus.a.b.cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente cōprehendas:patebitq; tibi vnāquāq; earū quatuor ex reliquis secare cuius quatuor latera cum sint cōmunes sectiones ipsius secantis ꝛ quatuor sectaꝝ.Sint autē ille quatuor secte bine ꝛ bine hm ꝙ adinuicem opponunť equidistantes ex ypothesi:sequiť ex.16.bis assumpta ut quatuor latera hui⁹ supficiei secantis ꝛ quatuor sectaꝝ sint adinuicē bina ꝛ bina equidistātia. Cōstat itaq; scdm. At vero ex.34.primi manifestū ē oia latera opposita istaꝝ sex supficieꝝ eē equalia:erūt igiť bina latera angulū planū cōtinētia cuiusq; eaꝝ equalia binis lateribus angulū planū in supficie sibi opposita ꝯtinētib⁹.anguli quoq; ab illis binis ꝛ binis lateribus ꝯtenti equales p.10.h⁹: igiť ex ꝯuersa penultime cōis

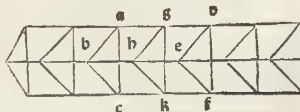


ſcīe in primo libro poſite neceſſe eſt quaſqꝫ duas ſuperficies in ſolido.a.b.oppoſitas eſſe ſibi inuicē equales qđ eſt propoſitū.

Propoſitio .25.

SI ſuperficies quedā ſecet ſolidū paralellogramū eq̄diſtāter duabus ipſius ſolidi ſupficiebus oppoſitis duo partialia corpora que ad illam ſecantem ſuperficiē velut ad cōmunē terminū copulant̄ ſuis baſibus ſunt proportionalia ❡Sit corpus.a.b.ſolidū palellogramū ꝛ ſecet ipſum ſupficies.c.d. equidiſtanter duabus eius oppoſitis ſupficiebus que ſunt.a.e.ꝛ.f.b.ꝛ ſit ſupficies g.h.baſis ipſius ſolidi.a.b.de qua conſtat per premiſſā ꝙ ipſa ſit equidiſtantium lateꝝ ꝛ ſit cōis ſectio duaꝝ ſupficieꝝ.c.d.ꝛ.g.h.linea.h:d.de qua conſtat p. .huius ꝙ ipſa ſit linea recta ꝛ p.16.huius ꝙ ipſa ſit equidiſtans.g.e. ideoqꝫ ſunt due ſuperficies.g.d.ꝛ.h.b.equidiſtantiū lateꝝ ꝛ ipſe ſunt baſes duoꝝ ptialiū corpoꝝ in que ſupficies.c.d.diuidit ſolidum.a .b. dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio ſolidi.a:d.ad ſolidū.b.c.ē ſicut baſis.g.d.ad baſim.h.b.protrahant̄ eni vtrinqꝫ quātū libuerit.quatuor linee penetrantes ſupficiē.c.d. ſup eius angulos ꝛ ipſe ſunt.a.f.ꝛ.e.b.cū duabus reliquis ſibi equidiſtantibus. Sumant̄qꝫ ex eis omnib⁹ portiones ex pte puncti.b.quot libuerit que ponant̄ ſingule eq̄les linee.b.d. ꝛ ex parte puncti.c.alie ſilr̄ quot libuerit que ponant̄ equales linee.e.d.ſup quas vtrinqꝫ ꝯſtituāt̄ ſolida palellograma ſcđm ſuaꝝ longitudinē exigentiū.Sintqꝫ ex p te puncti.b.ſolida.f.k.ꝛ.l.m.ꝛ ex pte puncti. e.ſolida. a.n.ꝛ.q. a.eritqꝫ ex diōne corpoꝝ equaliū atqꝫ ſimiliū vnūqđqꝫ ſolidoꝝ.f.k.ꝛ.l.m.equale ſolido.e.b. ꝛ vnūqđqꝫ.a.n.ꝛ.p.q. ē equale a.d.fiat igit̄ argumētū queadmodū i prima ſexti ē eni ſolidū.c.m.ita multiplex ſolidi.b.c.ſic baſis.h.m.baſis.h.b.ꝛ ſolidū.q.c.ita mltiplex ſolidi.a.d.ſic baſis.q.h baſis.g.d.ꝛ ſi baſis.h.m.ē eq̄lis baſi.q.h.ſolidū.c.m.eſt eq̄le ſolido.q.c.ex diōne corpoꝝ equaliū atqꝫ ſimiliū ꝛ ſi baſis ē minor baſi ꝛ ſolidū ē min⁹ ſolido ꝛ ſi maior maī⁹.qđ pꝫ ex diōne eadē reſecata maiori baſi ad eq̄litatē minoris ꝛ deſcripto ſup eam ſolido palellogramo.itaqꝫ ex diōne icōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio ſolidi a.d.ad ſolidū.c.b.ſicut baſis.g.d.ad baſim.h.b.qđ eſt ꝓpoſitū. Qđ ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſeratile equidiſtanter duabus eius triangularibus ſupficiebus oppoſitis duo partialia corpora que ad illā ſecantē ſuperficiē velut ad cōem terminum copulant̄ ſuis baſib⁹ erūt proportionalia.❡Sit eni.a.f.corpus ſeratile cuius ſint due trigone ſupficies.a.b.c.d.e.f.Cōſtat igit̄ ex diōne ſeratilis vnāquāqꝫ trium ſupficieꝝ que ſunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.cē paralellogramū: ſecet igit̄ ſupficies.g.h.k. iſtud ſeratile equidiſtanter duabus eius oppoſitis ſupficiebus q̄ ſunt a.b.c.d.e.f.dico ꝙ ꝓportio ſeratilis.a.k.ad ſeratile.g.f.ē ſicut baſis.a. k.ad baſim.g.f.qđ ſicut de ſolidis palellogramis ꝓbat̄ ꝓtractis eni in vtrāqꝫ ptē lineis.a d.b.e.c.f.factiſqꝫ inter eas ex pte puncti.e.ſeratilibus equalibus ſeratili. g.f. ꝛ ex pte puncti .b.alijs equalibus ſeratile.a.k.vtrinqꝫ quouis numero ex diōne incontinue ꝓportionalitatis.ſi cuncta vigili mente pluſtres nō erit tibi difficile cōcludere quod diximus.



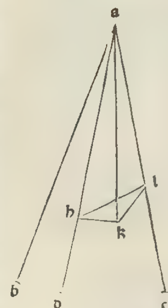


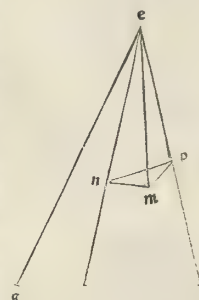
Propoſitio .26.



SUper datum punctū date linee angulo ſolido propoſito equalē angulū ſolidū conſtituere. ❡Solidus angulus propoſitus ſit.a.qui cōtineat̄ tribus lineis.a.b.a.c.a.d.tres ſuperficiales angulos ipſū ſolidū pficientes cōtinentib⁹ cui ſup punctū.e: linee.e.f.ꝓpoſite que ad libitū ꝓponentis iaceat:aut in ſublimi cōſurgat iubemur

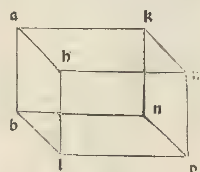
equalē angulum solidū cōstituere qualiscūq3 sit situs linee.e.f.a puncto.g.vbicūq3 volueris signato: ꝑducito lineā.g.e.eruntq3 ex scd̄a bꝰ due linee.e.f.⁊.g.e.i sup͡fi/cie vna.in hac itaq3 superficie super punctū.e.datū in assignata linea scd̄m ꝯsiliū 23.primi constitue angulū equalē angulo.b.a.c.⁊ ipse sit.f.e.g. dehinc ex linea.a.d.abscinde lineam.a.b.sicut volueris ⁊ a puncto.b. producito perpendicularem b.k.ad superficiē in qua sunt due linee.a.b.⁊.a.c.qd̄ qualiter faciendum sit.11.hu ius docuit:nec sit igitur tibi cura de puncto .k. Nihil eni refert vtꝝ ꝑpendicularis b.k.occurrat sup͡ficiei in qua sunt due linee.a.b.⁊.a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in eaꝝ altera ducito tñ lineā.a.k.positoq3 puncto.l.in linea.a.b.vbicūq3 volu eris ꝑtrahe lineas.k.l.⁊.l.b.⁊ pone angulū.f.e.m.in sup͡ficie lineaꝝ.e.f.⁊.e.g. equalē angulo.b.a.k.⁊ lineā.e.m.equalē linee.a.k.⁊ ex linea.e.f.sume lineā .e.p. equalē linee.a.l.⁊ a puncto.m.educ lineā.m.n.ꝑpendicularē ad superficiē in qua sunt due linee.e.f.⁊.e.g.⁊ pone eā equalē.b.k.⁊ protrahe lineas.e.n.n.p.⁊.p.m. dico igit̄ tres lineas.e.f.e.g.e.n.cōtinere angulū solidū in puncto.e.equalē angu/lo.a.proposito: cū sint eni ex ypothesi duo latera.a.k.⁊.k.b.triāguli.a.k.b.equa lia duobus lateribus.e.m.⁊.m.n.trianguli.e.m.n.⁊ anguli qui sunt ad.k.⁊ ad.m recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra sup͡ficiē erunt ex quarta p̄/mi due linee.a.b.⁊.e.n.equales:per candē quoq3 erunt due linee.k.l.⁊.m.p.equa les.ideoq3 etiā p eandē.b.l.⁊.n.p.equales:cum sint.b.k.⁊.k.l.equales.m.n.⁊.m p.⁊ anguli.b.k.l.⁊.m.n.p.recti p.8.igit̄ primi erit angulus.n.e.p. equalis angu/lo.b.a.l.Simili quoq3 modo ꝓbabis angulū.g.e.n.esse equalē angulo.c.a.d.con stat itaq3 nos effecisse qd̄ volumus:hic si studiosus institeris quotcūq3 lateribus a.solidus angulus ꝓpositus cōtineat̄ qd̄ a te petit̄ sine offēdiculo perficere poteris





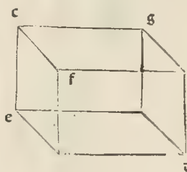
Propositio .27.

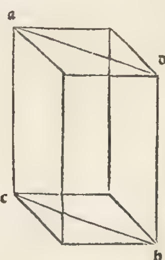
Super assignatā lineam dato solido equidistantium sup͡fici erum simile solidum constituere.¶Sit assignata linea.a .b.de cuius situ vtrū in plano iaceat vel sursum exurgat nihil curet̄:sitq3 as signatū palellogramū solidū corpus.c.d.cui sup lineā.a.b.iubemur simile solidū fabricare.Sint igit̄ tres linee ꝯtinentes superficiales an gulos ex quibus ponit̄ solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g.At scd̄m p̄/cepta premisse super punctū.a.linee.a.b.cōstituat̄ angulus solidus equalis. c.quē cōtineāt tres linee.a.b.a.h.a.k.⁊ auxilio. 10.sexti sit ꝓportio.c.e.ad.a.b.⁊.c.f.ad a.h.⁊.g.c.ad.a.k.ꝓportio vna : dehinc a tribꝰ punctis.b.h.k.ꝑtrahant̄ sex linee b.l.equidistans linee.a.h.⁊.b.m.equidistans linee.a.k.iteꝝ.h.l.equidistās linee a.b.⁊.h.n.equidistans linee.a.k.rursus quoq3.k.n.equidistans.a.b.⁊.k.m. equi distans.a.h.amplius aūt ꝑtrahant̄.m.p.equidistans.h.l.⁊.p.l.equidistans.h.m ꝑtrahat̄ quoq3 ⁊ linea.p.n .eritq3 cōpletū solidū palellogramū.a.p. quod dico eē simile solido.c.d.hoc aūt ex dione silium sup͡ficieꝝ ⁊ dione silium corpoꝝ si earum memineris facile cōcludes.



Propositio .28.

Si sup͡ficies aliqua solidū palellogramū sup duas quaslib3 oppositas sup͡ficies eius terminales ⁊ sup eaꝝ duas dia/metros secet eādē sup͡ficiē corpꝰ illud p equalia secare ne/cesse est.¶Sit corpus.a.b.solidū palellogramū de quo sit positum ꝙ sup͡ficies.a.b.c.d.secet ipsū sup diametros duaꝝ superficierū op/positaꝝ ipsū solidū termināntiū q̄ sint .a. d.⁊.c.b .dico ꝙ ipsa diuidit istud solidu3





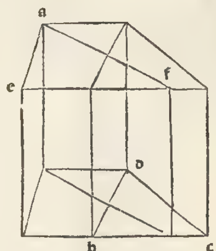
ꝓpositũ per equalia.cõſtat eni ꝙ ipa diuidit illud ſolidũ in duo ſeratilia quoꝝ ſup ficies quadrilateras binas ⁊ binas ad inuicẽ relatas ſcõm ꝙ ipſe ſunt opposita la/ tera ſolidi ꝓpoſiti manifeſtũ ẽ ex.24.huiꝰ eẽ equales cũ ſolidum de quo loquimur poſitũ ſit eſſe palellogramũ:ex eadẽ quoqꝫ ⁊.41.primi cõſtat trilateras ſupficies di ctoꝝ ſeratiliũ eſſe equales:igiť a diõne ſolidoꝝ equaliũ liquet quod propoſitum eſt

Propoſitio .29.



Uncta ſolida equidiſtantium ſuperficieꝝ eque alta atqꝫ ĩ eadẽ baſi ſup vnã lineã conſtituta probantur eſſe equalia.

¶ Ueꝝ ẽ ꝙ ſolida equidiſtantiũ lateꝝ eque alta ſiue ĩter ſupficies eq̃ diſtantes ſuper vnã ⁊ eãdẽ baſim cõſtituta ſunt adinuicẽ equalia ſi/ cut de ſuperficiebus equidiſtantiũ lateꝝ ſuper vnã baſim ⁊ inter line as equidiſtantes ꝯſtitutis ut in.35.primi demonſtratũ eſt.ſed talium ſolidoꝝ que dã dicunť conſtitui ſuper lineã vnã ⁊ ſunt illa quoꝝ ſuppremaꝝ ſupficieꝝ duo op/ poſita latera ſunt ſm rectitudinẽ ꝓtracta linea vna:⁊ de talibus hec.29.proponit demonſtrandũ ipſa oĩa eſſe equalia adinuicem.ſunt aũt eoꝝ alia que nõ dicuntur cõſtituta ſuper lineã vnã ⁊ ſunt illa quoꝝ ſuppremaꝝ ſuperficieꝝ duo latera oppo ſita quecũqꝫ ſumanť ſm rectitudinẽ ꝓtracta nõ ſunt linea vna ⁊ de talibꝰ ſequens demonſtrandũ ꝓponet ipſa quoqꝫ oĩa eẽ adinuicẽ equalia. Sint itaqꝫ duo ſolida palellograma eque alta ſiue inter ſupficies equidiſtantes.a.b.⁊.a.c.cõſtituta ſup vnã baſim que ſit.a.d.quoꝝ ſuppreme ſupficies ſint.e.b.⁊.f.c.Sintqꝫ haꝝ ſupp̃/ maꝝ ſupficieꝝ duo latera oppoſita cũ ſcõm rectitudinẽ ꝓtrahanť linea vna ⁊ ipſa ſunt.e.f.⁊.b.c.dico itaqꝫ ꝙ ſolida.a.b.⁊.a.c.ſunt equalia:hoc aũt ſi figurã eiꝰ ſm ꝙ oportet actu vel cogitatione fabricaueris ⁊ quẽadmodũ in.35.primi proceſſeris idem faciens hic de ſeratilibus qð ibi de triangulis facile cõcludere poteris occur/ runtqꝫ tibi hic eedem diuerſitates in ſolidis que ibi in ſupficiebꝰ occurriſſe nouiſti

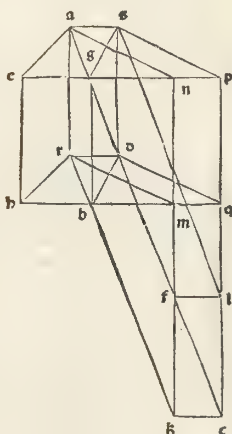


Propoſitio .30.



Uncta ſolida equidiſtantiũ ſupficieꝝ eque alta que ĩ eadẽ baſi nõ aũt ſup lineã vnã fuerint ꝯſtituta ꝓbanť eſſe eq̃lia.

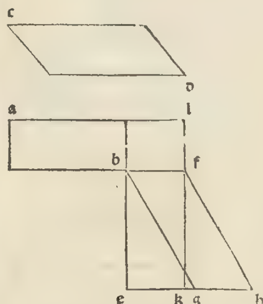
¶ Sint nũc duo ſolida palellograma eque alta ſiue inter ſupficies eq̃ diſtantes ſintqꝫ ſup vnã ⁊ eãdẽ baſim ſed nõ ſup lineã vnã ꝯſtituta: dico iteꝝ ea eẽ equalia.Eſto eni duo ſolida palellograma.a.b.⁊.a.c. eque alta ſiue inter ſupficies equidiſtãtes ꝯſtituta ſup vnã baſim que ſit.a.d.ſꝫ nõ ſuper vnã lineã:ſintqꝫ eoꝝ ſuppreme ſupficies.e.b.⁊.f.c.quaꝝ oppoſita latera ſm rectitudinẽ ꝓtracta nõ erũt linea vna.cũqꝫ ipſa ex ypotheſi ſint ĩ vna ſuperficie eo ꝙ ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies equidiſtnates:neceſſe ẽ vt duo latera vni us earum ꝓtracta ſcõm rectitudinẽ ſecẽt duo alterius eaꝝ ꝓtracta ſcõm rectitudi/ nẽ:protrahãť itaqꝫ duo oppoſita latera ſuperficiei.e.b.que ſint.e.g.⁊.h.b.⁊ duo oppoſita ſuperficiei.f.c.que ſint.k.f.⁊.c.l.⁊ ſecent ſe ſup quatuor pũcta.m.n.p.q eritqꝫ ſuperficies.m.n.p.q.equidiſtantiũ lateꝝ equalis vnicuiqꝫ triũ ſuperficierũ. quaꝝ vna ẽ baſis ꝓpoſitis ſolidis cõis ⁊ ipſa ẽ.a.d.⁊ due relique ſũt ſuppreme ſu/ perficies eorundẽ ſolidoꝝ ⁊ ipſe ſunt.e.b.⁊.c.f.ductis itaqꝫ lineis a quatuor pun/ ctis.m.n.p.q.ad quatuor angulos baſis.a.d.ſibi ſcõm directã habitudinẽ relatos/ q̃ ſit.n.a.m.r.p.ſ.q.d.perfectũ erit ſolidũ paralellogramũ.a.q.ĩ eadẽ baſi cũ vtro qꝫ duoꝝ prioꝝ ⁊ eque altũ ⁊ ſup lineã vnã cũ vtroqꝫ ipſoꝝ: per premiſſaꝫ igiť vtrũ/ libꝫ duoꝝ ſolidoꝝ ꝓpoſitoꝝ que ſũt.a.b.⁊.a.c.ẽ equale ſolido.a.q.ꝑ ꝯceptionem



ergo est solidũ.a.b.eq̃le solido.a.c.q̃re constat ꝓpositũ. ¶ Potes quoq; cõuersas huius & premisse ꝓbare si libet ducendo ad impossibile: pones eni quelibet duo solida palellograma eẽ eq̃lia & cõstituta super eandẽ basim equidistãtia & demõstrabis ea eẽ eque alta. Utrũq; hec & premissa tuc demõstrationis mediũ: impossibile aũt ad quod duces erit: partẽ suo toti esse equalẽ: qḋ euidenter patebit si de illo solido qḋ altius eẽ mentit̃ aduersarius cũ tñ ambo posita sint equalia & sup candẽ basim cõstituta vnũ solidũ paralellogramũ eque altũ demissiori absciderìs: hoc autẽ abscisum equale esse demissiori cõuinces ex hac & premissa. ideoq; & toti illi a quo ipsum absciderìs ex cõi scia. Propositio .31

Olida equidistantiũ supficieꝝ in basibus equis cõstituta si fuerint eque alta lineeq; eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq; veꝝ ẽ ꝙ oia solida paralellograma in equis basib⁹ atq; inter superficies equidistantes siue eque alta constituta sunt ad inuicẽ equalia sicut de superficieb⁹ equidistantiũ laterũ super equales bases & inter lineas equidistãtes constitutis in.36.primi probatũ ẽ. At taliũ solidoꝝ alia sũt quoꝝ angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt̃ de quib⁹ hec.31. ꝓponit demõstrandũ esse ea eẽ equalia. Alia vero sunt quoꝝ angulares linee super suas bases nõ sunt orthogonaliter erecte: de quibus sequẽs demõstrãdũ proponit ea eẽ equalia: intelligant̃ itaq; super duas bases.a.b.&.c.d.que sint equales & equidistantiũ lateꝝ nõ tñ vnius creationis. sed sit.a.b.tetragonus longus.&.c.d. simile helmuaym duo solida equidistantiũ laterũ cõstituta eque alta sintq; linee erecte super angulos ꝓpositaꝝ basiũ ꝑpendiculares ad ipsas. dico hec duo solida ad inuicẽ esse equalia protrahant̃ itaq; duo latera basis.a.b.& sint illa que cõtinẽt angulum.b. vsq; ad.f.&.e.& fiat angulus.f.b.g.equalis angulo.c.basis.c.d. & sumãt due linee.b.f.&.b.g.equales duobus lateribus basis.c.d.que cõtinent angulũ.c.& perficiat̃ superficies equidistantium laterum.b.h.que erit equalis & silis basi. c.d. dehinc ꝓtrahat̃.b.e.equidistans.b.f.&.f.k.equidistans. b.e. eritq; quadrilatera superficies.b.k.equidistantiũ laterũ equalis.b.h.ex.35.primi: cũq;.b.h.sit equalis.c.d.erit per cõceptionẽ.b.k.equalis.a.b. Cõpleat̃ itaq; superficies equidistantium laterum.b.l. protracta linea.k.f.quousq; cõcurrat cũ vno ex lateribus continentibus angulũ.a.in puncto.l.age ergo super tres superficies equidistantiũ laterum que sunt.b.h.b.k.b.l.cõstituãtur eque alta solida solido cõstituto super basim a.b.sintq; linee omniũ solidoꝝ istorum erecte super bases perpendiculares ad ipsas & appellentur bases & solida super eas cõstituta eisdẽ nominibus: manifestum est ergo ex diffinitione solidoꝝ equalium atq; similium ꝙ duo solida.b.h.&.c.d. equalia atq; similia sunt: de solidis aũt.b.h.&.b.k.constat ex.29.ꝙ ipsa sũt equalia: sunt eni eque alta & cõstituta super vnã & eandẽ basim & ipsa ẽ superficies erecta super lineã.b.f.& super lineã vnã: ẽ aũt p.25.proportio solidi.a.b.ad solidum b.l.sicut basis.a.b.ab basim.b.l.& per eandem solidi.b.k.ad solidum.b.l.sicut basis.b.k.ad basim.b.l.cumq; sit vtriusq; duarum basium.a b.&.b.k.ad basim.b.l. vna proportio: ex prima parte.7.quinti erit vtriusq; duoꝝ solidorum.a.b.&.b.k. ad solidum .b.l.proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo solida.a.b.&.b.k.equalia: at quia solidũ.b.k.est equale solido.b.h.solidũq;.b.h.solido.c.d.sequit̃ ex cõi scia solidum.a.b.eẽ eq̃le solido.c.d.quod est propositum.



Propositio .32.

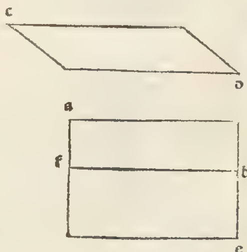


SI solida equidistantiū superficieꝝ in equis basibus con/stituta eque alta fuerint linee autē angulares supra bases orthogonaliter nō steterint: ipsa eē equalia necesse est. ¶ Fabricatis duobꝰ corporibus vt proponitur videlicet q̄ sint equidistantiū terminoꝝ ⁊ eque alta ⁊ sup bases equas perpendiculariter nō aūt super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremaꝝ superficieꝝ ipsoꝝ ad bases suas perpēdiculares ducantur q̄ ex 6. erūt singulares equidistantes ⁊ etiā ex ypothesi singule singulis equales ipse enī solidoꝝ ꝓpositoꝝ altitudinē diffiniunt: ⁊ si inter eas solida equidistantiū laterum pficiant̄ constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse adinuicē equalia. Cumq̃ duoꝝ prioꝝ ⁊ duoꝝ posterioꝝ sint eedem bases videlicet eoꝝ superficies suppreme: constat ex. 29. vel. 30. et hac cōmuni sciētia: quecūq̃ equalibus sūt equalia sibi inuicē sunt equalia veꝝ esse qđ ꝓpositū est. Ex his potes cōuersas huius ⁊ premisse eisdē mediantibꝰ indirecte demōstrare si libet eodē mō ⁊ ad idē icōueniēs sicut in cōuersis duaꝝ istas antecedentiū deducēdo: pones enī duo solida paralel/lograma eē equalia ⁊ sup equales bases ⁊ cōuinces ea esse eque alta vel pones ea eē eque alta ⁊ eq̄lia ⁊ cōuinces ea eē sup bases eq̄les.

Propositio .33.



OMnia solida equidistātiū superficieꝝ eque alta suis ba/sibus sunt proportionalia. ¶ Sint duo solida equidistātiū sup ficieꝝ eque alta cōstituta super duas bases. a. b. ⁊. c. d. dico ꝙ ꝓpor/tio illoꝝ duoꝝ solidorum vnius ad alterum est sicut ꝓportio suarū basium que sūt. a. b. ⁊. c. d. vniꝰ ad alterā. Cōstat quidē ex. 24. vtrāq̃ baꝝ duarū basiū esse equidistantiū laterū: duo igitur latera opposita ⁊ equidistā/tia in superficie. a. b. ꝓtrahant̄ ⁊ inter ea fiat superficies equidistantiū laterū que sit. f. e. equalis. c. d. dehinc supra supficiem. f. e. cōpleatur solidum palellogramum equealtū ei qđ cōstitutū est sup basim. a. b. sitq̃ amboꝝ cōis terminus illa supfici/es que exurgit sup lineā. b. f. hec aūt solida ⁊ sue bases eisdem nuncupent̄ nomini/bus. q2 igit̄ basis. f. e. ē equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidū. f. e. equale solido. c d. At q2 totale solidū. a. e. secat superficies exurgens super lineā. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. ꝓportio solidi. f. e. ad solidū. a. b. sicut ba/sis. f. e. ad basim. a. b. cumq̃ sint. c. d. ⁊. f. e. tam bases q̄3 solida equalia: bases qui/dē ex ypothesi: solida autē ex. 31. vel. 32. Sequitur ex. 7. quinti bis assumpta semel ꝓ basibus ⁊ semel ꝓ solidis ꝙ solidoꝝ. a. b. ⁊. c. d. basiumq̃. a. b. ⁊. c. d. sit ꝓpor/tio vna qđ demōstrare volumus: Huius quoq̃ ꝯuersam eadē ipsa mediāte demō strare queadmodū ꝯuersas precedentiū nō ē difficile. pones enī duo solida para/lellograma eē suis basibus ꝓportionalia ⁊ ꝯuinces ea eē eque alta abscisoq̃ ab eo qđ altiꝰ mētiet̄ aduersariꝰ vno solido palellogramo eque alto demissiori erūt absci/sū ⁊ demissiꝰ suis basibꝰ ꝓportionalia ex ypothesi ⁊ ex hac. 33. cūq̃ etiā eēnt totale altiꝰ a quo ptiale abscidisti ⁊ ipsū demissiꝰ eisdē basibꝰ ꝓportionalia ex ypothesi sequit̄ ex p̄ma pte. 9. quinti totale qđ aduersariꝰ dicit altiꝰ ⁊ ptiale qđ ab eo abscidisti esse equalia.

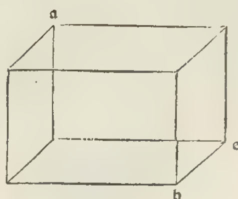


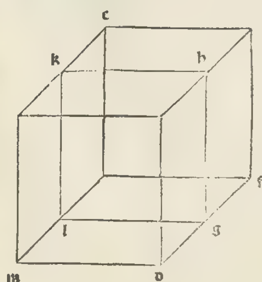
Propositio .34.



SI duo solida equdistantiū superficieꝝ lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eoꝝ bases eorūdē altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint

due bases suis altitudinib⁹ mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse necesse est. ¶ Quocunq3 sint duo solida equidistantiū superficierꝫ equalia eoꝫ bases ꝛ altitudines necesse est esse mutekesias ꝛ econuerso queadmodū de superficiebus equidistantiū laterꝫ equiangulis. 13. sexti ꝓposuit. Attamē hac. 34. istud demōstrandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basib⁹ palellogramis orthogonaliter insistūt. ea vero que sequitꝰ ꝓponit idē de ceteris. Sint ergo nūc duo solida palellograma. a. b. ꝛ. c. d. equalia quoꝛ bases sint a. e. ꝛ. c. f. lineeq3 altitudinū ipsoꝛ sint super has bases orthogonaliter erecte ꝛ sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. ꝛ solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due linee. e. b. ꝛ. f. d. determinantes ipsoꝛ solidoꝛ altitudines equales adinuicē: cum ipsa quoq3 solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex cōuersa. 31. bases eoꝛ que sunt. a. e. ꝛ. c. f. eq̄les. ideoq3 bases ꝛ altitudines erunt mutue: sicq3 cōstabit ꝓpositi prima ps. ꝛ ecōuerso cōstabit scda vt si altitudines ꝛ bases sint mutue: ponanꝰ altitudines equales erūt quoq3 bases equales. ideoq3 p. 31. ꝛ solida equalia ꝛ sic cōstat secunda ps. At vero si linee. e. b. ꝛ. f. d. nō fuerint equales sit. f. d. maior ꝛ ex ea resceceꝰ. f. g. ad equalitatē. e. b. tribusq3 ceteris lineis que sunt altitudinis solidi. c. d. ad eādē mensurā in punctis. h. k. l. resecatis perficiaꝰ solidū palellogramū. c. g. eque altū solido a. b. eritq3 ex premissa. a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. cū itaq3. c. d. sit equale. a. b erit ex prima pte. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. p premissā aūt ē ꝓportio. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. qd p3 si vna ex lateralib⁹ supficieb⁹ solidi. c. d. ꝛ ipsa sit. f. m. intelligaꝰ basis ipsi⁹. at per primā sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoq3 per 7. quinti. sicut. d. f. ad. b. e. igiꝰ. a. c. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. cōstat itaq3 prima ps. Scdam ptē cū sit cōuersa prime cōuerso mō ꝓbabis: sit eni eadē dispositione manente ꝓportio. a. c. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tunc solida. a. b. ꝛ. c. d. eē equalia: erit eni ex. 7. quinti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex p̄missa ē. a. b. ad. c. g. sicut a. e. ad. c. f. igiꝰ ē a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima aūt sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut m. f. ad. f. l. ꝛ ex p̄missa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq3. c. d. ad. c. g. sicut. a. b. ad. c. g. igiꝰ ex. 9. 5. a. b. ꝛ. c. d. sūt eq̄lia: qd ē propositū.





Propositio .35.

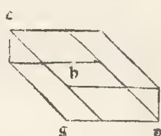
Si duo solida equidistantiū terminoꝛ fuerint equalia eoꝛ bases eorūdē altitudinibus erūt mutue Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpa equidistantium superficierum probātur esse equalia.

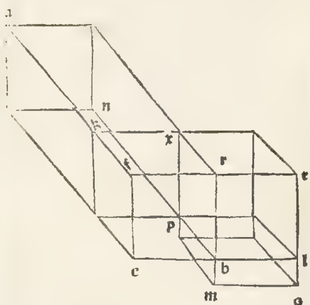
¶ Qd premissa ꝓposuit de solidis palellogramis quoꝛ linee altitudinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. ꝓponit indistincte de omnibus: demōstrare aūt cōuenit hāc ex premissa queadmodū demonstrauim⁹. 32. ꝛ 33. Fabricatis eni duobus solidis equidistantiū laterū quibuscūq3 si linee altitudinū suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat veꝛ esse qd diciꝰ ex p̄missa. Sin autē a quatuor angularib⁹ punctis suppremaꝛ supficieꝛ in vtroq3 solido quaterne linee demittanꝰ perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus infimarum supficieꝛ quaterne eriganꝰ: iter quas duo solida palellograma pficianꝰ eque alta solidis prioribus. eruntq3 ex. 29. ꝛ. 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum ꝛ eoꝛū sint eedē bases ꝛ eedē altitudines: sit aūt ex premissa de posterioribus verum est quod hec. 35. proponit verum erit idē eriā de prioribus

Propositio .36.

I duo solida equidistantium superficierum fuerint similia proportio erit vtriusqȝ ad alterū tanq̄ȝ cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius ꝓportio triplicata.

¶Sint eni duo solida .a.b.⁊.c.d.palellograma ⁊ silia: dico ꝙ ꝓportio vnius coꝝ ad alteꝝ ē sicut vnius lateris eius ad vnū latus alteri⁹ qḋ sib i referẗ ꝓportio triplicata: quēadmodū duaꝝ supficieꝝ silium ꝓportio est sicut suoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ ꝓportio duplicata ut in.18.sexti demonstratū ē. nā si solida.a.b.⁊.c.d.fuerint equalia cū ipsa ponanẗ silia erunt ex diffinitionib⁹ siliuȝ corporū ⁊ similiū supficieꝝ cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alteri⁹ ideoqȝ cū duaꝝ quantitatum equaliū ꝓportio triplicata aut quotienslibet sumpta nō efficiat nisi equalitatis ꝓportionē: constat in hoc casu veꝝ eē qḋ proponiẗ. Si autē inequalia: sit .a.b.maius cuius longitudo sit.b.e.latitudo. e.f.altitudo. f.a. basis.c.r.⁊ supprema superficies.a.n.Solidi vero.c.d.sit longitudo.d.g.latitudo g.h.altitudo.h.c.cōstat itaqȝ ex dione similiū corpoꝝ ⁊ ex diffinitione similiū supficierū ⁊ p̄senti ypothesi ꝙ ꝓportio.a.f.ad.c.h.⁊.f.e.ad.h.g.⁊.e.b.ad.g.d.sit ꝓportio vna.sumaẗ igiẗ ex linea.a.f.quā manifestū ē ēe maiorē.c.h.linea. f.k.equalis.h.c.ceterēqȝ tres determinantes altitudinem solidi.a.b.resecentur ad equalitatem eius ⁊ inter eas cōpleatur solidū palellogramū.k.b.eque altū solido.c.d.⁊ ꝓtrahanẗ due linee basis.e.b.vsqȝ ad.l.⁊.r.b.vsqȝ ad.m.sitqȝ.b.l.equalis.g.d.⁊.b m.equalis.h.g.⁊ perficiaẗ supficies equidistantiū laterū.m.l.que erit equalis ⁊ similis.h.d.sup eā igiẗ erigaẗ solidū palellogramū .p.q.ꝓm altitudinē prescisam ex altitudine solidi.a.b.eritqȝ.p.q.equale ⁊ sile solido.c.d.rursusqȝ inter lineas.t .b.⁊.b.l.ꝑficiaẗ superficies equidistantium laterum.b.t.sup quā quoqȝ erigatur solidū paralellogramū.x.l.eque altū vtriqȝ duoꝝ solidoꝝ.k.b.⁊.p.q.replendo alterutrum duoꝝ anguloꝝ hyantium inter ea: cū aūt duo solida.a.b.p.q.sint silia co ꝙ ābo posita sint silia solido.c. d.corpa vero vni ⁊ eidē corpori silia iter se sunt silia vt pȝ ex dione silium corpoꝝ ⁊.20.sexti manifestum ē ex.25.ter assumpta ꝙ inter duo solida.a.b.⁊.p.q.ꝓm continuā ꝓportionalitatē cadunt duo solida. k.b.⁊.x.l. opportune ergo cōstituta vel constructa figura: ypotesibusqȝ memorie firme conmendatis ex prima sexti facile ꝯcludes propositū. Excute torporē ⁊ diligenter attēde sciesqȝ ex.25.huius ꝓportionē solidi.a.b.ad solidū.k.b.eē sicut supficiei .a.r. ad superficiē.k.r.iōqȝ ex prima sexti sicut linee.a.f.ad lineā.k.f.⁊ ꝓportionē solidi.k.b.ad solidū.x.l.sicut supficiei.k.r.ad supficiē. x.t.iōqȝ sicut linee.f.r. ad lineam.r.t.⁊ ꝓportionē solidi.x.l.ad solidū.p.q.sicut superficiei.r.l.ad supficiē. l.m: ideoqȝ sicut linee.r.b.ad lineā.b.m.Ex ypothesi vero liquet ꝙ ꝓportio linee.f.r. ad lineā.r.t.⁊ linee.r.b.ad lineā.b.m.ē sicut linee.a.f.ad lineā.k.f.itaqȝ ex dione ꝓportionis triplicate posita in ꝓhemio quinti: cōstat ꝙ ꝓportio solidi.a.b.ad solidum.p.q.ideoqȝ etiā ad solidū.c.d.ē sicut linee.a.f.ad lineam.k.f.triplicata ⁊ qr linea.k.f.posita est equalis linee.c.h.pȝ veꝝ esse quod diciẗ. ¶Scire aūt oportet ꝙ quicquid ꝑ hanc.36.⁊ ꝑ.7.eā cōtinue precedentes demonstratū ē de solidis palellogramis.idē quoqȝ veꝝ ē de seratilibus quoꝝ bases cōiter sunt trigone aut cōmuniter tetragone.hoc aūt ex.28.⁊ hac.36.⁊.7.eā cōtinue precedentibus cōstabit ingenioso inspectori.Si eni fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandē basim vel sup bases equales coiter tm̄ trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidoꝝ paralellogramorum suarum altitudinū ex.28.ipsa erūt equalia ex.29.⁊ trib⁹



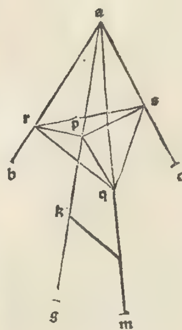


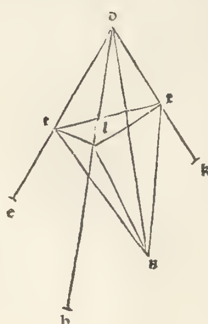
cā ſequētibus:ex his eni conſtat ſolida paralellograma ipſis ſeratilibus dupla eē equalia. Sil'r quoqȝ ſi fuerint duo ſeratilia ſup baſes cōiter ꝉgonas aut cōiter tetragonas eque alta ipſa erunt ſuis baſibus ꝓportionalia queadmodū de ſolidis paralellogramis ex. 33. habeť ipſa eni ſunt ex. 28. dimidia ſolidoꝝ palellogramorum ſue altitudinis:ſolidoꝝ aūt palellogramoꝝ ſue altitudinis coꝛūqȝ baſiū ē vna proportio ex. 33. cum itaqȝ ſit ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ꝓportio ſicut ſeratiliū qꝛ ſicut ſimplū ad ſimplū ſic duplū ad duplū ex. 15. quinti atqȝ baſiū ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ē proportio ſicut baſiū ſeratiliū:aut eni eedē erūt baſes ſeratiliū ⁊ ſolidorum paralellogramoꝝ:⁊ hoc quidē erit cū baſes ſeratiliū fuerit tetragone tunc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdē baſes erūt ſolida palellograma cōplenda:aut baſes ſeratilium erūt ſubduple ad baſes ſolidoꝝ palellogramoꝝ:⁊ hoc quidē erit cū baſes ſeratilium fuerint cōmuniter trigone:tunc eni erunt ex ſeratilibus ſolida palellograma cōplenda adiunctis ad baſes ſeratiliū ſuperficiebus trigonis vt fiant baſes ſeratiliū cū ꝉgonis adiūctis ſupficieb⁹:ſupficies eqdiſtātiū laterū. ſeqť ut ſit ꝓportio ſeratiliū ſicut ſuaꝝ baſiū. Eodēqȝ mō ſi ſeratilia fuerint eq̄lia fueritqȝ cōmuniter ſuper baſes trigonas vel cōiter ſuper baſes tetragonas:baſes eoꝝ altitudinibus ipſorum mutue erunt. Qđ ſi baſes eoꝝ ſuis altitudinibus fuerint mutue ipſa ſeratilia erunt equalia queadmodū de ſolidis palellogramis. 34. ⁊. 35. ꝓponunt:hoc autem facile pȝ ex his que dicta ſunt in. 35. ſi vero ſeratilia fuerit adinuicē ſil'ia:erit proportio minus ad alterū. ſicut ꝓportio lateris vni⁹ ad ſuum reliquum latus alterius ꝓportio triplicata:queadmodū de ſolidis palellogramis. 36. ꝓponit qđ ex eadem 36. facile tibi patebit. ſi ex illis ſeratilibus ſil'ibus ſolidis palellogramis completis. ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia:qđ ex diffinitione ſimiliū coꝛpoꝝ ⁊ ſil'ium ſuperficierum ⁊ ex hoc ꝙ ſeratilia ponunť adinuicē ſil'ia ex. 34. primi leue ē negociari.

Propoſitio .37.



SI fuerint duo anguli plani equales ſuper quos due ypothemiſe in aere ſtatuanť cum lateribus anguloꝝ ſubiacentium ſingulos ſingulis equos angulos continentes atqȝ ī illis ypothemiſis duo puncta ſignentur a quib⁹ punctis due ꝑpendiculares ad ſuperficies angulorū propoſitoꝝ demittanť a punctis aūt ſuper que ꝑpendiculares ceciderit ad eoſdē duos angulos planos due recte linee ducanť duo anguli qui ab illis duabus lineis atqȝ duabus ypothemiſis cōtinenť equi ſibi inuicē eſſe ꝓbantur. ¶ Sint duo anguli plani. a. ⁊. d. equales contenti lineis. a. b. ⁊. a. c. ⁊. d. e. ⁊. d. f. ⁊ ſuper eos erigantur due linee ypothemiſaliter. a. g. ⁊. d. h. ſitqȝ angulus g. a. c. equalis angulo. h. d. f. ⁊ angulus. g. a. b. equalis angulo. h. d. e. atqȝ in duabus ypothemiſis. a. g. ⁊. d. h. ſigneť q̄moilibet duo puncta. k. ⁊. l. a quib⁹ ſm precepta. 11. huius demittantur ad ſuperficies angulorum. a. ⁊. d. due perpendiculares que ſint. k. m. ⁊. l. n. ⁊ protrahantur due linee. a. m. ⁊. d. n. dico igitur angulum g. a. m. eſſe equalem angulo. h. d. n. ſi linea. a. k. eſt equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. ſumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur perpendicularis ad ſuperficiem anguli. a. linea que ſit. p. q. manifeſtum eſt igitur ꝙ punctum. q. eſt in linea. a. m. quod ex. 6. huius ⁊ diffinitione linearum equidiſtantium q̄s neceſſe ē eē in ſupficie vna facile ꝯſtat ſtudioſe intuenti debic:a pūcto. q. ducāť ꝑpendiculares due vna ad lineā. a. b. que ſit. q. r. ⁊ alia ad lineā. a. c. q̄ ſit. q. ſ. Sil'r





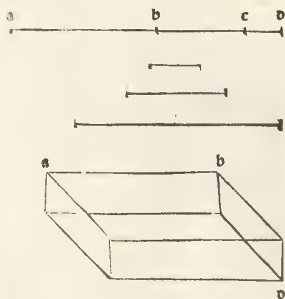
quoqꝫ a puncto.n.ducant̄ due alie perpendiculares vna ad lineā.d.e. q̄ sit.n. t.⁊ alia ad lineā.d.f.que sit.n.x.⁊ ꝓtrahant̄.r.ſ.⁊.t.x.iterūqꝫ a punctis.p .⁊.l.demit tant̄ ypothemiſe. p.q.p.r .p.s.⁊.l.n.l.t.l.x.his itaqꝫ poſitis figuraqꝫ prudēt di/ſpoſita demonſtrationē ꝓpoſiti ſic collige:cōſtat ex penultia primi ꝙ quadratum linee.a.p.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.q.⁊.p.q.ac ex eadē ꝙ quadratū .a.q ē equale quadratis duaꝝ linearū.a.ſ.⁊.ſ.q.itaqꝫ quadratū.a.p.ē equale quadra/tis triū linearū.a.ſ.ſ.q.⁊.q.p.Sed ex eadē quadratū.ſ.p.ē equale quadratis dua rū linearū.ſ.q.⁊.p.q.ergo quadratū.a.p.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. a.ſ.⁊.ſ p.ideoqꝫ ex vltima primi angulus.a.ſ.p.ē.rectus:ſiliqꝫ mō ꝓbabis vnūquēqꝫ triū anguloꝝ.d.x.l.a.r.p.d.t.l.ē rectū.cū igitur ex ypotheſi ſit angulꝰ.ſ.p.a.equal̄ an/gulo.x.d.l.⁊ linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.primi linea.d.x.equalis.a.ſ.⁊.x.l. eq̄/lis.ſ.p.eodē quoqꝫ mō cū ex ypotheſi ſit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l. erit ex eadē linea.a.r.equalis.d.t.⁊.r.p.equaliſ.t.l.quare ꝑ quartā primi linea.r.ſ.erit eq alis linee.t.x.⁊ angulus.a.r.ſ.equalis angulo.d.t.x.⁊ angulus. a.ſ.r. angulo eſt enim ex ypotheſi angulus.a.equalis angulo.d.a cōceptione igitur erit angulus ſ.r.q.equalis angulo.x.t.n.⁊ angulus.r.ſ.q.angulo.t.x.n.ſunt eni reſidui duorū rectorū demptis equalibus neceſſe ē itaqꝫ ex.26.primi vt linea.r.q.ſit equalis. t.n ⁊.q.ſ.equalis.n.x.Cūqꝫ ex penultima primi quadratū linee.r.p.ſit equale q̄dra/tis duarum linearum.r.q.⁊. q.p.⁊ quadratum linee.t. l.equale quadratis duarūꝫ linearum .t.n.⁊ .l.n .ſint autem due linee.r.p .⁊.t.l.equales:duo quoqꝫ que ſunt r.q.⁊.t .n.equales:ſequitur ex communi ſcia duas que ſunt.p.q.⁊. l.n.eē equales Eodē mō cū quadratū linee.a.p.ſit equale quadratis duaꝝ linearū que ſūt.a. q.⁊ q.p.ſilr quadratū linee.d.l.quadratis duarū lineaꝝ que ſūt.d.n.⁊.n.l.ſi aūt.a.p. equalis.d.l.⁊.p.q.equalis.l.n.ſequit̄ ex cōi ſcia.a.q.eē equalē.d n.ex.8.igit̄ primi cōcludo ꝓpoſitū videlicet angulū.p.a.m.eē equalem angulo.l.n.d.

Propoſitio .38.

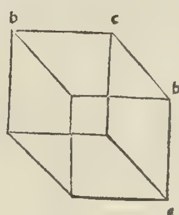


Olidū tribus lineis ꝓportionalibus cōtentum equū erit ſolido qđ a medie linee equis lateribus continet̄.ſi anguli ſui amborum ſibi inuicem equales fuerint.

¶ De ſolidis paralellogramis intelligat̄:de his eni qualiacūqꝫ ſint dū tamē equiangula verū ē ꝙ cōtentū a tribus lineis ꝓportionalibus equale ē ei qđ a media earū cōtinet̄ quēadmodū de ſupficiebus rectangulis proba/tum eſt in.16.ſexti ⁊ de non rectangulis elicitur euidenter ex ſecunda pte.13.eiuſdē Sint igit̄ tres linee.a.b.b.c.⁊.c.d.continue ꝓportionales fiatqꝫ ex eis vnus angu lus ſolidus ad libitū ⁊ pficiat̄ ſolidū equidiſtantiū laterū cuiꝰ linea.a.b. ſit lōgitu/do.b.c.vero altitudo.ſed.c.d.latitudo ⁊ ipſum ſolidum dicatur. a.d. ſumpta quo qꝫ alia linea qualibet equali.b.c.que etiā vocetur.b.c.ſup ipius extremitatē q̄ ē.b. ꝯſtituat̄ angulus ſolidus equalis angulo ſolido. a. ſm qđ docet.26.lineeqꝫ cetere ſolidū angulū.b.cōtinētes reſecent̄ ad equalitatē linee.b.c.⁊ pficiat̄ ſolidū equidi/ſtantiū ſuperficierū cuius longitudo latitudo ⁊ altitudo ſit linea.b.c .⁊ ipſum ap/pellet̄.b.c.dico itaqꝫ duo ſolida.a.d.⁊.b.c.eē equalia. manifeſtum ē eni ꝙ cuncte ſupficies vnius ſunt equiangule ſuis relatiuis ſuperficiebꝰ alteriꝰ qđ ex.34.pmi pa tere pōt.nā cū ſolidꝰ angulꝰ.b.ponat̄ eq̄lis ſolido angulo.a.neceſſe ē vt vnꝰ angl̄s vniuſcuiuſqꝫ ſupficiei ſolidi.a.d.ſit eq̄lis vni āgulo ſue relatiue ſupficiei in ſolido b.c.itaqꝫ per.34.primi eoꝝ oppoſiti erunt equales .At q2 vniuſcuiuſqꝫ ſuperficiei



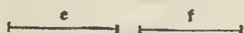
quadrilatere oēs anguli ſunt equales quatuoꝛ rectis ex.32.pꝛimi:neceſſe ē duos reliquos vnius eſſe equales duobus reliquis ſue relatiue. cumq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiā adinuicē equales cōuincitur neceſſario vt vnāq̄q; ex ſupficiebus ſolidi.a.d.ſit equiangula ſue relatiue i ſolido.b.c.quare ex ſcōa pte.13.ſexti baſes duoꝝ ſolidoꝝ ꝓpoſitoꝝ erunt eq̄les.ſūt eni equiangule ⁊ laterū mutuoꝝ.Si itaq; linee altitudinū ſuper baſes ipſoꝝ oꝛthogonaliter inſiſtunt conſtat ex.31.ipſa eſſe equalia.cū eni hee linee ſint equales ⁊ ipſe determinent altitudinē ſolidoꝛū erunt ſolida eque alta.At ſi linee altitudinū ipſoꝛū nō inſiſtunt ſuis baſibus oꝛthogonaliter ab ipſaꝝ ſūmitatibus ad baſes perpendicularibus demiſſis erunt ex p̄miſſa hee ꝑpendiculares adinuicē equales ipſe eni erūt ſicut erant ⁊ in pꝛemiſſe demonſtrationis figura due linee.p.q.⁊.l.n.quas demōſtrauimus opoꝛtere eē equales. Quia igit̄ omniū ſolidoꝝ altitudo ex ꝑpendicularibus a ſūmitatibꝰ ipſoꝝ ad ſuas baſes deſcēdēribꝰ diffinit̄ erūt ex.32.duo ſolida.a.d.⁊.c.b.equalia. Cōuerſa quoq; huius poſſumus ſi delectat cōuerſo mō ꝓbare vt ſi palellogramū coꝛpus. a.d. ſit equale ⁊ equiangulū coꝛpoꝛi palellogramo.b.c.⁊ coꝛpus.b.c.cōtineat̄ a media triū linearū cōtinentiū coꝛpus.a.d.erunt tres linee cōtinētes coꝛpus.a.b. cōtinue ꝓpoꝛtionales.cū eni duo ſolida palellograma.a.d.⁊.c.b.ſunt equalia ⁊ eque alta ex ypotheſi ipſa erūt ſuper baſes equales ꝑ cōuerſas.31.⁊.32.⁊ qꝛ ipſe baſes eoꝛū ſunt equiangule ſequit̄ ex pꝛima pte.13.ſexti ꝙ ipſe ſunt mutuoꝛū laterū itaq; pꝛopoꝛtio.a.b.ad.b.c.ſicut.b.c.ad.c.d.quare cōſtat pꝛopoſitum.

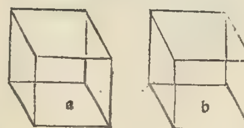


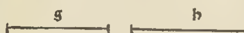
Pꝛopoſitio .39.

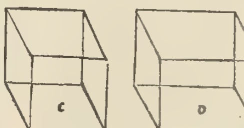
Si fuerint quotlibet linee ꝓpoꝛtionales ſolida quoq; ſua equidiſtantium atq; ſimilium vniuſcuiuſq; creationis ſuperficieꝝ erūt ꝓpoꝛtionalia.ſi vero ſolida equidiſtantiū atq; ſil'ium vniuſcuiuſq; creatiōis ſupficieꝝ fuerint ꝓpoꝛtionalia linee quoq; a quibus ipſa ſolida continent̄ erunt ꝓpoꝛtionales. Sil'e ꝓponit vigeſima pꝛima ſexti de ſuperſciebus.

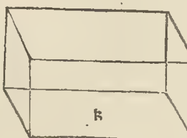
¶Sint eni.4.linee.a.b. ⁊.c.d.ꝓpoꝛtiōales ⁊ ſup has fabꝛicent̄ quatuoꝛ ſolida palellograma eiſdē noibus dicta q̄ ſint exp̄ſſe ſilia.duobus eni ad libitū fabꝛicatis ſuper duas lineas.a.⁊.c.cetera ſm̄ p̄cepta.27.cōſtituenda erūt.dico hec.4. ſolida eē ꝓpoꝛtionalia ⁊ ecōuerſo.ſubiungant̄ eni duabus lineis.a.⁊.b.in continua ꝓpoꝛtione due:q̄ ſunt.e.⁊.f.quēadmodū docet.10.ſexti ex duabus lineis.c.⁊.d.alie due que ſint.g.⁊.h.conſtat igit̄ ex.36. et ex diffinitione ꝓpoꝛtionis triplicate que poſita ē in pꝛincipio quinti ⁊ ex hac ypotheſi ꝙ ſolida.a.⁊.b.ſibi inuicem ⁊ ſolida.c.⁊.d.ſibi adiuicē ſunt expꝛeſſe ſil'ia ꝙ ꝓpoꝛtio ſolidi.a.ad ſolidū.b.ē ſicut ꝓpoꝛtio linee.a.ad lineā.f.ſolidi quoq;.c.ad ſolidū.d.ſicut linee.c.ad lineā.h.⁊ quia ꝑ.22. quinti pꝛopoꝛtio linee.a.ad lineā.f.eſt ſicut linee.c.ad lineā.h.erit ex.11.quinti ſolidū.a:ad ſolidū.b.ſicut ſolidū:c.ad ſolidū.d.ꝯſtat igitur pꝛima pars. Secunda ſic ſint duo ſolida.a.⁊.b.ſibi adinuicē duoq; que ſint.c.⁊.d.ſibi adinuicē expꝛeſſe ſimilia.Sintq; cuncta palellograma ⁊ ponāt̄ ꝓpoꝛtionalia.dico ꝙ linee.a.b.⁊.c.d. ſup q̄s ſūt ꝯſtituta ſūt ꝓpoꝛtiōales .ſit eni ex.10 .ſexti ſicut linea.a.ad lineā.b.ita linea.c.ad lineā.k.⁊ fiat ſm̄.27.hꝰ ſup lineā.k.ſolidū exp̄ſſe ſil'e ſolido.d. qō etiā dicat̄.k.eritq; ex diffinitionibꝰ ſil'iū coꝛpoꝛū ⁊ ſil'iū ſupficieꝝ ⁊.20. ſexti coꝛpꝰ.k. exp̄ſſe ſil'e coꝛpi.c.iōq; ꝑ pꝛimā ptē huius.39.iā ꝓbataq; erit ꝓpoꝛtio ſolidi.a. ad ſolidum.b.ſicut ſolidi.c.ad ſolidum.k. ⁊ quia eadem erat ſolidi. c.ad ſolidum .d.







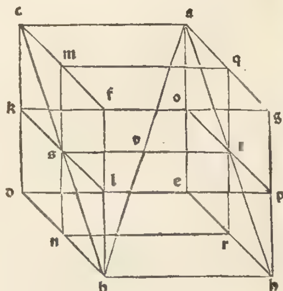




erit ex secunda parte noni quinti solidum. k.equale solido. d.cunqꝫ esset sibi ex/
presse simi le sequitur lineam. k. esse equalem linee .d. Equalitas enim non pro/
ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali:
igitͬ ex scđa pte.7.quinti constat etiã hͦmõi ps scđa.decipis aũt si arbitraris opor
tere vnũqđqꝫ quatuor solidoꝝ.a.b.c.d.eẽ silͤ cuilibet alioꝝ:necesse ẽ eni duo so/
lida.a.ꝛ.b.sibi adinuicem.itẽqꝫ duo.c.ꝛ.d.sibi adinuicẽ eẽ similia:solida aũt.c.ꝛ
d.solidis.a.ꝛ.b.esse similia contingens est:necessariũ autẽ nõ. Idẽ ex hac.39.de
seratilibꝰ facile poteris concludere.

Propositio .40.

SI inscisa fuerint latera duaꝝ oppositaꝝ supficierum cubi vnũquodqꝫ in duo media:exierintqꝫ a punctis sectionum due supficies se vicissim secantes ꝛ cubum cõem eaꝝ sectionẽ diametrum cubi per equalia secare ꝛ ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

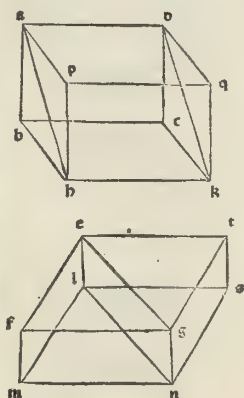


❡Statue cubũ qui sit.a.b.de quo constat per dionem ꝙ omnes linee ipsũ conti/
nentes sint equales ꝛ ciꝰ superficies rectangule:tale eni:corpus cubũ dicimꝰ:huiꝰ
igitͬ basis sit superficies.a.c.d.e.supficies vero eius supprema.b.f.g.h .dextra ve
ro eius superficies sit.a.c.g.h.sinistra aũt superficies sit.b.f.c.d.citerior quoqꝫ sit
d.e.b.h.sed vlterior.a.c.g.f.cuiusqꝫ diameter sit.a.b.diuidantͬ itaqꝫ oia latera dua
rũ quarũlibet supficieꝝ oppositaꝝ ciꝰ per equalia:ꝛ sint nũc supficies quaꝝ latera
diuidãtͬ dextra atqꝫ sinistra: diuidantͬ inquã quatuor latera:dextre quidẽ sup qua/
tuor puncta que sunt.o.p.q.r.sinistre vero super quatuor que sint.k.l.m. n.ꝛ ꝯiũ
gantͬ puncta in his superficiebus opposita ductis lineis.o.p.ꝛ. q.r. que secent se i
puncto.t.itemqꝫ.k.l.ꝛ.m.n.que secent se in puncto.s.ꝛ perficiantur due superfi/
cies secãtes se inuicẽ ꝛ cubũ:ꝓtractis itẽ lineis.o.k.ꝛ.p.l.q.m.ꝛ.r.n.sitqꝫ haꝝ du
arũ superficieꝝ cõis sectio linea.s.t.dico igitͬ ꝙ linea.s.t. diuidit diametꝝ.a. b.et
diuiditͬ ab eadẽ diametro ꝑ eq̃lia:qđ pꝫ vtraqꝫ eni eaꝝ transit ꝑ centꝝ cubi. ❡Qꝛ
vero ꝯuenit qđ ꝓpositũ ẽ demõstrare ꝓducantͬ eni due linee.t.a.ꝛ.t.h.ꝛ item due
s.c.s.b.eritqꝫ ex.4.p̃mi.a.t.equalis.t.h.ꝛ.s.c. equalis.s.b.cõstat aũt ex prima pte
29.primi:ꝙ angulus. p.t.q.ẽ equalis angulo.a.q.t.ꝛ ex.4.primi angulus.h. t.p.
ẽ equalis angulo.t.a.q.itaqꝫ ex.32.primi totus angulus. h.t.q. cũ angulo. q.t.a.
valet duos rectos quare ex. 14.primi linea.a.h.erit linea vna:silͬr quoqꝫ linea.a.b.
erit linea vna At qꝛ ex.9.hꝰ linea.a.c.ẽ equidistans linee.b.h.vtraqꝫ eni ẽ equidi
stãs linee.d.e.cũqꝫ ipse sint equales qꝛ latera cubi:sequitͬ ex.33.primi duas lineas
a.h.ꝛ.c.b.esse equales ꝛ equidistãtes.ideoqꝫ ꝑ cõceptionẽ eaꝝ medietates que sũt
a.t.ꝛ.b.s.erunt equales:ex.7.aũt huius manifestũ ẽ ꝙ linea.s.t.ẽ i superficie dua
rũ lineaꝝ.a.h.ꝛ.b.c.ꝛ ex eadẽ linea.a.b.que est diameter cubi.ẽ etiã diameter sup
ficiei paralellograme.a.c.b.h.itaqꝫ linea.s.t.secat diametrũ.a.b.secet ergo ipsam
i pũcto. u.dico ergo lineã.s.u.esse equalẽ linee.u.t.ꝛ linea etiã.a.u.linee.u.b.intel
ligantur duo trianguli.a.t.u.b.s.u.quoꝝ anguli qui sunt ad.t. ꝛ.s. sunt equales
adinuicem:similiter anguli eorũdem qui sũt ad.a.ꝛ.b.equales adinuicem ex p̃ma
parte.29.primi: ꝓpter id ꝙ linea.a.t.equidistat linee.s.b.ꝛ quia etiã ipse sũt adi/
uicẽ equales: sequitͬ ex.26.primi ꝙ ꝓpositũ ẽ. ❡Idẽ quoqꝫ eodẽ mõ cõcludatͬ ꝛ si
solidum.a.b.nõ sit cubus sed solidũ corpus ꝑalellogramũ siue equalibus lineis si/
ue nõ equalibꝰ cõtentũ fuerit siue quoqꝫ sup basim orthogonaliter erectũ siue etiã

ꝛ super ipſã inclinatũ. Unde ampliat̃ in hac. 40. figuratio cubi ad oẽs figuras pa/ ralellogramas solidas.

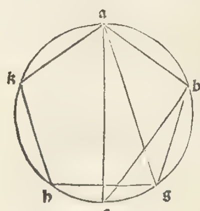
Propositio .41.

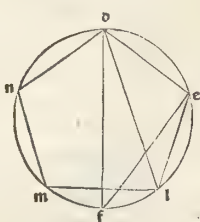

I duo corpora seratilia quoꝝ alteꝝ basim triangulã alte rũ vero basim habeat equidistantiũ laterũ ipſi basi trian gule duplã eque alta fuerunt illa duo corpora necesse ẽ eẽ equalia. ¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistãtiũ laterũ dupla trila/ tere superficiei. e. f. g. ꝛ super has duas superficies fiãt duo corpora seratilia eque alta: sitqꝫ seratile qd̓ est supra basim q̃drangulã. a. b. h. d. c. k. cuiꝰ ba/ sis est superficies equidistantiũ lateꝝ ꝓposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidi stantiũ lateꝝ ẽ. a. h. d. k. tertia vero ẽ. b. h. c. k. due aũt eiꝰ triãgulares sup̃ficies sũt altera quidem triangulus. a. b. h. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile aũt qd̓ est super basim triangulã. e. f. g. sit. e. f. g. l. m. n. cuiꝰ altera duaꝝ trilateraꝝ superficieꝝ ẽ basis predicta: reliqua vero triangulus. l. m. n. triũ aũt sup̃ficieꝝ eiꝰ equidistãtiuꝫ lateꝝ: prima quidẽ ẽ. e. f. l. m. scd̓a vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. dico itaqꝫ hec duo seratilia ꝓposita esse adinuicẽ equalia: perficiant̃ eni duo solida p̃alellograma adiungendo vtriqꝫ duoꝝ propositoꝝ seratiliũ aliud seratile sibi equale: primo qui dẽ seratili super eandẽ basim sitqꝫ adiunctũ seratile. a. p. h. d. q. k. cuius due trila/ tere superficies sunt. a. p. h. d. q. k. tres aũt quadrilatere: prima quidẽ. a. h. d. k. qui ẽ terminus cõis sibi ꝛ ei cui adiungit̃: scd̓a vero. a. d. p. q. t̃cia quoqꝫ. p. q. h. k. scd̓o aũt seratili adiungat̃ aliud seratile sibi equale hoc modo: adiungat̃ primo triangu lo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita ꝙ tota sup̃ficies. e. f. g. r. sit equi distãtiũ laterũ ꝛ super hunc triangulũ fiat seratile. e. g. l. r. l. n. t. qd̓ cũ illo cui ad/ iungit̃ perficiat corpus p̃alellogramũ huius seratilis adiuncti: due trilatere super/ ficies sunt. e. g. r. l. n. t. tres aũt p̃alellograme sunt: prima quidẽ. e. l. r. t. scd̓a. e. l. g. n. ꝛ ipſa ẽ cõmunis terminus sibi ꝛ ei cui adiũgit̃: tertia vero. g. r. n. t. manifestum igitur ex diffinititione solidoꝝ equaliũ atqꝫ similiũ ꝙ duo seratilia paralellogamũ cõponentia solidũ. a. k. sibi inuicem. itẽqꝫ duo cõponentia solidum paralellogra/ mum. e. n. sibi ad inuicẽ sũt eq̃lia. At vero ex. 31. vel ex. 32. huiꝰ duo solida. a. k. ꝛ. e. n. sunt sibi inuicẽ equalia: q̃ꝛ ergo hoꝝ solidoꝝ medietates sunt seratilia ꝓposita per cõem sciam ꝯstat ea esse equalia: quecunqꝫ eni fuerint equalia eoꝝ medietates necesse ẽ esse equales: liquet itaqꝫ qd̓ ꝓpositũ ẽ. Explicit liber Undecimꝰ Incipit liber Duodecimus.

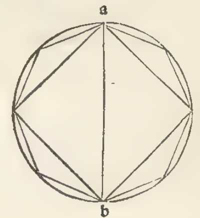


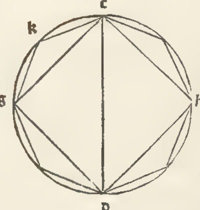
Propositio .1.


Mniũ duaꝝ sup̃ficieꝝ siliuꝫ multiangulaꝝ ĩter duos circulos descriptaꝝ ẽ ꝓportio al/ terius ad alterã tãq̃ꝫ ꝓportio q̃dratoꝝ q̃ ex diametris circuloꝝ eas circũscribẽtiũ ꝓue/ niunt. ¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. quibꝰ inscribã tur due quelibet figure poligonie q̃ ponant̃ adiuicẽ siles: sintqꝫ nũc penthagone inscripte vt docet. 11. q̃r ti ꝛ ipſe sint. a. b. g. h. k. aliud penthagonũ. d. e. l. m n. diametri quoqꝫ circuloꝝ sint. a. c. ꝛ. d. f. dico itaqꝫ ꝙ proportio penthagoni. a. b. g. h. k. ad pẽthagonũ d. e. l. m. n. ẽ. sicut q̃dratũ diametri. a. c. ad quadratũ diametri. d. f. protrahantur enim in vtroqꝫ circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris penthagoni diametro nõ conterminalis se inuicẽ cancellantes infra ipſum











pẽthagonũ ĩ hoc quidẽ.a.g.⁊.c.b.ĩ illo ãt.d.l.⁊.f.e.eritq̃ʒ ex.6.sexti triangul⁹.a.b g.equiangulus triangulo.d.e.l.nã cũ pẽthagoni ponant̃ adinuicẽ siles erũt ex diffinitione silium sup̃ficieꝝ angulus.b.equalis angulo.e.⁊ latera ipsos continentia ꝓportionalia videlicet ꝓportio.a.b.ad.d.e.sicut.b.g.ad.e.l.cũ sint autem ex.20. tertij duo anguli.f.⁊.l.sibi inuicẽ equales. Itẽq̃ʒ duo alij.c.⁊.g. sibi inuicẽ equales erunt duo qui sunt.c.⁊.f.adinuicẽ equales ex hac cõi scia: que equalibus sunt equalia sibi quoq̃ʒ equa esse necesse est. Et q2 ex prima p̃te.30.tertij vterq̃ʒ duoꝝ anguloꝝ.a.b.c.d.e.f.est rectus sequitur ex.32.primi duos triangulos.a.b.c.d.e.f.esse equiangulos quare per quartã sexti ꝓportio diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.ẽ sicut lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportio duplicata ⁊ per eandẽ.cũ itaq̃ʒ ex scdã p̃te.18.sexti ꝓportio duoꝝ penthagonoꝝ ẽ sicut ꝓportio lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportiõ duplicata ⁊ ꝑ eandẽ ꝓportio quadrati diametri.a.c.ad quadratũ diametri.d.f.sit sicut diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.duplicata per hanc cõem sciam: quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoq̃ʒ adinuicẽ esse equalia. manifestum est qḋ propositum est.

Propositio .2.

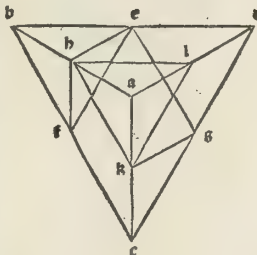


Omniũ duoꝝ circuloꝝ ẽ proportio alterius ad alteꝝ tanq̃ʒ ꝓportio quadrati sue diametri ad quadratũ diametri alterius. ℂ Sit duo circuli.a.b.⁊.c.d.quoꝝ diametri quoq̃ʒ dicãt̃.a b.⁊.c.d.dico itaq̃ʒ ꝙ ꝓportiõ circuli.a.b.ad circulũ.c.d.ẽ sicut q̃drati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.manifestũ eñi ẽ ex hac cõmuni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquã secundã tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam ꝙ proportio quadrati diametri.a.b. ad quadratum diametri.c.d.est sicut circuli.a.b.ad superficiem aliquã que sit.e. cuiuscũq̃ʒ figure aut forme ponat̃: hanc autem impossibile ẽ maiorẽ esse aut minorem circulo.c.d.Si eñi est possibile ipsã eẽ minorẽ circulo.c.d.sit itaq̃ʒ minor ĩ superficie.f.itaq̃ʒ circulus.c.d.sit equalis duabus superficiebus.e.⁊.f. p̃iter acceptis constat igit̃ ex prima.10.ꝙ totiens possit ex circulo.c.d. suisq̃ʒ residuis subtrahi maius dimidio quousq̃ʒ relinquat̃ quantitas aliqua minor.f. inscribatur ergo sibi vt docet.6.quarti quadratũ.c.d.g.h.de quo constat ꝙ ipsum sit maius medietate circuli: quadratũ eñi quod est duplum ad ipsum ẽ circulum circũscribens vt patʒ ex penultima primi ⁊.7.quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati p̃iter accepte fuerint minus superficie.f.sufficit. Sin aũt quatuor arcus existentes super dicta latera per equalia diuidantur ⁊ puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus lateꝝ cõtinent̃ per lineas rectas.verbi gratia arcus.c.g.diuidat̃ per equalia in puncto.k.⁊ ꝓtrahant̃ linee.k.c.k.g.sicq̃ʒ de ceteris. Eritq̃ʒ quilibʒ trianguloꝝ descriptoꝝ sup latera q̃drati maior medietate portionis ĩ q̃ existit eo ꝙ oĩs triangul⁹ ysocheles ẽ medietas p̃alellogrami sue basis per.41.primi. Sint itaq̃ʒ portiones existentes super latera octogonij inscripti p̃iter accepte minus superficie.f.si eñi nondũ hoc esset: nõ cessarẽ diuidere arcus quoꝝ latera vltime descripte figure sunt corde per equalia: ⁊ ĩscribere figuram equilateram duplo plurium laterũ prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius dimidio quousq̃ʒ ꝑ p̃mã.10.portiões super latera alicui⁹ talis figure circło ĩscripte existẽtes p̃it̃ accepte erũt min⁹ superficie.f.sint ḡ nũc q̃ dicte sũt: eritq̃ʒ ex ꝯceptiõe octogonũ.c.d.maius superficie.e.in circulo igit̃.a.b.eadeʒ via inscribat̃ sile octogonum: quod dicatur.a.b. sitq̃ʒ ex premissa proportio octogoni.a.b.ad octogonum

c.d.ſicut quadrati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.iōq3 p.11.quinti ſicut ꝓportio circuli.a.b.ad ſupficiē.e.itaq3 pmutatim poligonij.a.b.ad circulū.a.b.ſicut poligonij.c.d.ad ſupficiē.e.cūq3 ſit poligoniū.c.d.maius ſupficie.e. erit poligoniū.a.b.maius circulo.a.b.hoc aūt īpoſſibile nō ē:ergo ſupficies.e.minor circulo.c.d.Sed nec maior.Eſto enī ſi poſſibile ſit:cū igr̄ ſit ꝓportio q̄drati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.ſicut circuli.a.b.ad ſupficiē.e.erit ecōuerſo quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b.ſicut ſuperficiei.e.ad circulū.a.b.⁊ ꝯſtat ex cōi ſcia in principio huius demonſtrationis poſita ꝙ eadē ē circuli. c.d. ad aliquā ſupficiē que ſit.f.eritq3 ex.14.quinti ſupficies.f.minor circulo. a.b.itaq3 ꝓportio quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b eīt ſicut circuli.c.d.ad ſupficiē.f.minorē circulo.a.b.ſed ex hoc demōſtrauimus paulo ante ſequi impoſſibile videlicet poligoniū inſcriptū circulo maius eſſe circulo:ſicut ergo ſuperficies e.nō pōt eſſe minor circulo.c.d.ita nec maior:erit: ergo neceſſario equalis quare ꝑ ſcōam partē.7.quinti liquet qḋ ꝓpoſitū ē.

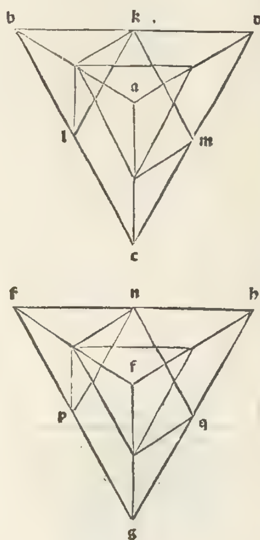
Propoſitio .3.

OMnis piramis cuius baſis triangula ſcindi pōt in duas equas piramides ſibi inuicem totiq3 piramidi ſil'es vnaq3 in duo ſeratilia q̄ ambo ꝑiter accepta dimidio totius piramidis neceſſe eſt eſſe maiora. ¶Sit piramis.a.b.c.d.ſup baſi3 triangulū.b.c.d.eiuſq3 vertex ſolidus angulus.a.a quo demittāt̄ tres ypothenuſe.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos baſis:⁊ diuidant̄ oīa latera baſis ꝑ equalia in tribus punctis.e.f.g.tres quoq3 ypothemiſe per eq̄lia in tribus punctis.h.k l.⁊ protrahant̄ in baſi due linee.e.f.⁊.e.g.eritq3 baſis eius diuiſa in tres ſuperficies quaꝝ due ſunt duo trianguli.b.e.f.e.g.d.quos ex ſcōa parte ſcōe ſexti ⁊ diffone ſiliū ſuperficieꝝ ꝯſtat eē ſil'es ſibi iuicē ⁊ toti baſi ⁊ equales ad inuicem ex.8.p̄mi tcia ē tetragona:palellograma ⁊ ip̄a c.e.f.g.c.quā ꝯſtat eē duplā ad t̄āgulū.c.g.d ex.40.⁊.41.p̄mi:demittant̄ ergo rurſus a pūcto.h.due ypothemiſe.h.e.f.h.⁊ a pūcto.k.ypothemiſa.k.g.⁊ ꝓtrahant̄ linee.h.k.k.l.⁊.l.h.diuiſa ē itaq3 tota piramis a.b.c.d.in duas piramides que ſint.h.b.e.f.⁊.a.h.k.l.⁊ duo ſeratilia quoꝝ vnū ē.e.h.f.g.k.c.⁊ ē ſuper baſim quadrangulā.c.f.g.e.⁊ aliud ē.e.g.d.h .k.l. ⁊ eſt ſuper baſim triangulā.e g.d.de duabus aūt piramidib⁹.h.b.e.f.a.h. k.l. ꝙ ip̄e ſūt eq̄les adinuicē ſibiq3 ⁊ toti piramidi.a.b.c.d.ſil'es:ꝯſtat ex diffone corpoꝝ equaliū ⁊ ſiliū ⁊ ex.10.11.libri ⁊ ex ſcōa parte.2.ſexti: de duob⁹ aūt ſeratilib⁹ ꝙ ipſa ſint eq̄lia.ꝯſtat ex vltiā.11.libri.Qḋ vero ambo ſeratilia ꝑiter accepta ſint mai⁹ medietate toti⁹ piramidis:ex hoc manifeſtū ē ꝙ vtrūq3 illoꝝ diuiſibile ē ī duas piramides quaꝝ altera triāgula eq̄lis vni duaꝝ in quas ⁊ ſeratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula q̄ dupla ē ad reliquā quare p3 ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eē totalis piramidis diuiſe:hāc ꝓportionē ſi ſcire deſideras. ſextā huius.12.libri ꝯſule.ſed ſufficit tibi ſcire quantū ad ꝓpoſitū illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas ⁊ ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas quātalibet quātitatē excedere.



Propoſitio .4.

SI due piramides eque alte quaꝝ baſes triāgule ſingule ī binas piramides eq̄les ſibi iuicē ac toti ſimiles binaq3 ſeratilia eq̄lia diuidant̄ erit ꝓportio baſis vni⁹ ad baſim alteri⁹ tāq3 ꝓportio duoꝝ ſeratiliū ſuoꝝ ad duo ſeratilia alteri⁹.eritq3 palā oīa ſeratilia q̄ fuerīt in vtralib3 illaꝝ



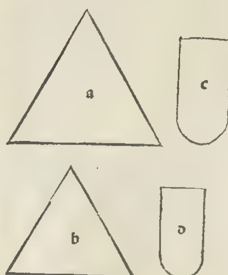
piramidū piter accepta ad cūcta seratilia q̄ i altera piramide fuerit in eādē hr̄e ꝓportionē q̄ꝫ basis ei⁹ piramidis ad basi alteri⁹ piramidis.
¶Sint due piramides quaꝝ bases triangule eque alte hec quidē.a.b.c.d.cuius conus punctus.a.basis triangulus.b.c.d.ypothemise.a.b.a.c.a.d.illa vero.e.f.g.h cuius conus punctus.e.basis triangulus.f.g.h.ypothemise.e.f.e.g.e.h. hec antē due piramides diuidant̄ sicut in premissa.Sintqꝫ bases eaꝝ diuise hec quidē protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint.k.l.ꝛ.k.m. illa vero protractis lineis que sint.n.p.n.q.dico ergo ꝙ ꝓportio basis.b.c.d.ad basiꝫ f.g.h.est sicut duoꝝ seratiliū piramidis.a.pariter acceptoꝝ ad duo seratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifestū est aūt ex.18.sexti pte scd̄a ꝙ ꝓportio trianguli.b.c.d.ad triangulū.k.m.d.ē sicut linee. b.d.ad lineā.k.d.duplicata p eandē quoqꝫ ē ꝓportio trianguli.f.g.h.ad triangulū.n.q.h.sicut linee.f.h.ad lineā. n.h duplicata.Cūqꝫ sit linea.b.d.ad lineā.k.d.sicut linea .f.h.ad lineaꝫ.n.h.vtrobiqꝫ eni ē dupla ꝓportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulū.k.m.d.sicut triangulus.f g.h.ad triangulū.n.q.h.ꝛ pmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulū. f.g.h. sicut triangulus.k.m.d.ad triangulū.n.q.h.triangulus aūt.k.m.d.ad triangulū.n.q. h.ē sicut seratile existens super ipsū ad seratile exn̄s sup illū p.33.vndecimi huius quoqꝫ seratilis ad illud ē sicut amboꝝ seratiliū piramidis.a.piter acceptoꝝ ad ambo seratilia piramidis.e.pariter accepta ex.15.quinti:necesse ē eni vt sit duplū ad duplum quēadmodū simplū ad simplū.itaqꝫ cōclude ex. 11.quinti qd̄ ꝓpositū est. Dormitas aūt si dubitas seratilia vnius baꝝ piramidū eque alta esse seratilib⁹ piramidis alterius.cū eni sint piramides eque alte:sit quoqꝫ vtraqꝫ eaꝝ diuisa i duas piramides equales sibi totiqꝫ similes ꝛ in duo seratilia equalia ꝛ sunt due ptiales piramides eque alte eo ꝙ similes ꝛ equales qd̄ facile patebit demissis a verticibus ptialium piramidū ppendicularibus ad bases ipsaꝝ:de quibus perpendicularibus ex.37.vndecimi constat esse equales.Cūqꝫ altitudines haꝝ partialiū piramidum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuise. Sintqꝫ ambo seratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que sup ptialem triangulum basis totalis piramidis cōponit̄ non est phas ambigere seratilia vnius eaꝝ piramidū esse eque alta seratilibus alterius eaꝝ. Correlariū vero ex eo manifestū ē ꝙ similiter bases partialiū piramidū sic se habeant ad inuicē sicut bina seratilia vni⁹ ad bina seratilia alterius.ꝛ q2 bases partialium sic se habent ad inuicē sicut bases totalium ex scd̄a pte. 18.sexti ꝛ permutata ꝓportione constat ex.13. quinti verū eē quod correlarium proponit.

Propositio .5.


Omnes due piramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sunt proportionales.

¶Qd̄.33.vndecimi ꝓposuit de solidis palellogramis ꝛ i fine.36.vndecimi veꝝ esse demonstrauimus:de seratilibus.hec quinta.12.ꝓponit de piramidibus triangulis. Intelligātur eni due piramides eque alte quaꝝ bases sunt duo trigoni.a.ꝛ.b.dico ꝙ ꝓportio piramidis.a.ad piramidem.b.est sicut basis. a.ad basim.b.qd̄ eodem demōstrationis vel argumētatiōis genere demōstrandū ē quo scd̄am hui⁹ demōstrauimus.sit eni ut basis.a. ad basim.b.ita piramis.a.ad corpus.c.de quo dico ꝙ ipsū nō erit minus neqꝫ maius piramide.b.nā si possibile ē vt sit min⁹ esto min⁹ i solido.d.vt piramis.b.sit eq̄lis duobus corporibus.c.ꝛ.d.pariter acceptis diuisa itaqꝫ piramide.b.vt ꝓponit̄.3.

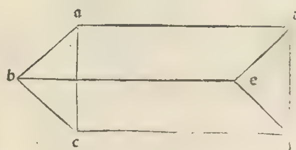
detrahantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemq3 ex vtraq3 duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur ꝛ fiat hoc totiens quousq3 ex piramide.b.cogatur aduersarius per primam.10.confiteri relinqui minus solido.d. eruntq3 ex communi scientia seratilia detracta maius.c.fiat igitur a piramide.a. similis seratilium detractio.ꝛ intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a.quot detraximus ex piramide.b. eritq3 ex correlario premisse sicut basis.a. ad basim.b.ita seratilia detracta a piramide.a.ad seratilia detracta a piramide.b.sic sed erat piramis.a.ad corp⁹.c.itaq3 seratilia piramidis.a.ad seratilia piramidis b.sicut piramis.a.ad corpus.c. ꝛ pmutatim seratilia piramidis.a.ad piramidē.a sicut seratilia piramidis.b.ad corpus.c.Cumq3 sint seratilia piramidis. b.maius corpore.c.erunt seratilia piramidis.a.maius piramide.a.Et quia hoc ē impossibile nō erit corpus.c.minus piramide.b.sed nec maius.hoc eni posito cum sit ꝓportio basis.a.ad basim.b.sicut piramidis.a.ad corpus.c.erit ecōuerso basis.b. ad basim.a.sicut corporis.c.ad piramidē.a.Eritq3 eadē ex cōmuni scia piramidis b.ad aliqd corpus qd sit.d.sequet̄q3 ex. 14.quinti ꝙ corpus.d.sit minus piramide a.eo ꝙ piramis.b.ponit̄ minor corpe.c.Erit igit̄ basis.b.ad basi3.a.sicut piramis b.ad corpus minus piramide.a.Ex hoc aūt demonstratū ē sequi impossibile vide licet seratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide,a qua detrahunt̄ ideoq3 relinquit̄ corpus.c.esse equale piramidi.b.cum nec minus ea possit eē nec maius ꝛ ꝓportionē piramidis.a.ad piramidem.b.esse sicut basis.a.ad basim.b. hoc aūt erat demonstrandū.



Propositio .6.

Omne corpus seratile in tres piramides equales basesq3 triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit seratile.a.b.c.d.e.f.ipsū dico esse diuisibile in tres piramides triangulas equales ꝓtrahat̄ eni in vnaquaq3 suaꝝ triu3 superficierū palellogramaꝝ linea diagonalis ita ꝙ vna eaꝝ diagonaliū sit cōterminalis reliquis duabus ut si ꝓtrahas lineas.b.d.b.f.ꝛ.f.a.quas ꝓpter cōfusionē protrahere cōtempsi:eritq3 totum seratile in tres triangulas piramides diuisū quas ex premissa bis assumpta facile cōstat eē equales.Qm̄ aūt euclides nihil demonstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis his quaꝝ sunt bases triangule vt omniū cognitionē ex elemētis q̄ ponit:sufficienter elicere possimus:quedā arbitramur nō inutile demōstrationibus hic positis adiungere :solis eni elemētis contentus euclides multa p̄termisit que quāuis ex eis consequant̄ non tamen sine difficultate patent studentibus:hoꝝ primum est hec.



¶Si duo solida quoru3 alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulā:piramis vero super trigonā que quadrangule basis seratilis sit dimidiu3 constituta fuerint eque alta seratile piramidi triplum esse conueniet

¶Si seratile ꝓpositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide ꝓposita sup propriam basim perficiatur seratile piramidi ꝓposite eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adijciatur triāgulus ex quo ꝛ basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quā ex ipsa

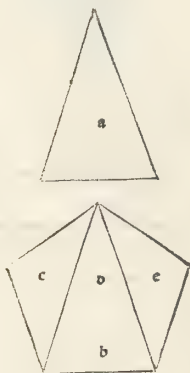
piramide compleatur seratile piramidi e ue altum: q2 igit istud seratile seratili priori est eque altum & vtrorumq; bases sunt equales ex ypothesi. sequitur ipsa ee equalia. hoc eni demonstratu est in. 36. vndecimi. at qm ex. 6. hui⁹. 12. libri seratile scom triplum est ad piramide ppositã. nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas ipsum seratile diuidit. Erit quoq; per cõmunem scientiam propositam seratile triplum ad propositam piramidem.

Si quotlibet piramides quarum bases triangule super vnã eandemq; basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse adinuicẽ inequales necesse est. Fabricato eni vno seratili eque alto piramidib⁹ propositis sup basim triangulã equalẽ basib⁹ propositarũ piramidũ aut sup basim quadrangulã duplã basibus earũdẽ: erit ipsũ seratile triplũ ad piramides singlas. hoc eni constat ex premissa addita siue interposita: igit ex cõi scia cũcte proposite piramides sunt vt diximus adinuicẽ equales.

Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales. Fiant super bases propositarum piramidum aut sup alias trigonas equales aut super palellogramas duplas seratilia ipsis piramidibus eque alta eruntq; ob hoc seratilia sibi adinuicẽ eque alta & q2 seratilia suis basibus sunt pportionalia ut probatum ẽ in. 36. vndecimi. 33. ipsius mediante. Cũq; ex prima harum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad propositas piramides vnũqdq; videlicet ad suã relatiuam: basesq; ipsorũ equales aut duplas esse basibus ipsarum. sic autem ex. 15. quinti vt triplum ad triplum ita simplum ad simplum erunt quoq; proposite piramides suis basibus proportionales.

Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritq; alterius basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte super duas bases. a. & b. sitq; basis. a. triangula. b. vero penthagona. Et dicantur hee piramides. a. & b. itaq; dico proportionem piramidum. a. & b. esse sicut basium. a. & b. distinguatur quidem penthagonus. b. i tres triangulos. c. d. e. critq; tota piramis. b. distincta in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiã dicãtur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio piramidis. c. ad piramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. & piramidis. d. ad piramidem. a. sicut trigoni. d. ad trigonum. a. itemq; piramis. e. ad piramidem. a. sicut trigoni. e. ad trigonum. a. ex. 24. quinti bis assumpta sequitur q sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus. c. d. e. & ipsum est piramis. b. ad piramidem. a. sicut aggregati ex omnibus trigonis. c. d. e. & ipsum est penthagonus. b. ad trigonum. a. constat igitur quod volumus.



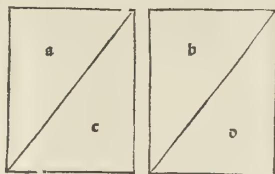
Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportionales esse probantur.

Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos & ipsa piramide i piramides triangulas: erit ex premissa interposita proportio vniuscuiusq; harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliquã sicut sue basis ad basim alterius. itaq; per 24. quinti quotiens oportet assumptam: constat verum esse quod diximus.

Propositio .7.

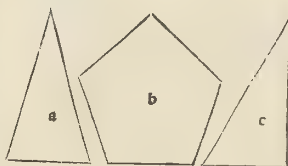
Si due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases ꝛ altitudines fuerit mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

¶ Qd̄ trigesima quarta ꝛ trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: ꝛ nos in .36. eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hec septima. 12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. Intelligātur enī duo piramides equales super duos trigonos vel triangulos .a. ꝛ .b. que dicantur .a. ꝛ .b. dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. ꝛ si hoc fuerit dico piramides .a. ꝛ .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. ꝛ .b. duo alij qui sint .c. ꝛ .d. vt fiant ambe superficies .a.c. ꝛ .b.d. equidistantium laterum et ex ipsis piramidibus super bases .a.c. ꝛ .b.d. cōpleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a.c. ꝛ .b.d. manifestū igitur est ex sexta huius. 12. ꝙ piramis .a. ē sexta pars solidi .a.c. ꝛ piramis .b. sexta solidi .b.d. itaqꝫ ex .35. vndecimi argue propositum: primā quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda.



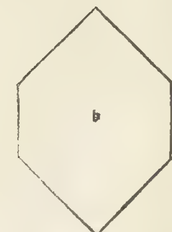
¶ Qd̄ si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse oportet.

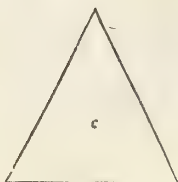
¶ Si bases vtrarūqꝫ fuerint triangule demonstratum est verum esse qd̄ diximus. Si altera tm̄: sit igitur .a. basisqꝫ alterius piramidis sit .b. ꝛ sumatur trigonus .c. eq̄lis poligonio .b. fiatqꝫ super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. ꝛ sint .a b.c. equiuoca nomina piramidum ꝛ basium. Quia igitur ex ypothesi duo piramides .a. ꝛ .b. sūt equales ꝛ ex vltima interpositarꝫ ad sextam huius dueqꝫ piramides b. ꝛ .c. sunt equales: ꝛ erūt ex communi scientia due piramides .a. ꝛ .c. equales: igit̄ bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumqꝫ bases .b. ꝛ .c. sint equales: altitudines quoqꝫ piramidū .b. ꝛ .c. equales erunt ex prima pte ꝛ secunda .7. quinti bases .a. ꝛ .b. mutue altitudinib⁹ piramidum .a. ꝛ .b. Scd̄a pars cōuerso modo probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. erit ex .2. parte ꝛ prima .7. quinti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaqꝫ ex secūda pte hui⁹ .7. duo piramides .a. ꝛ .c. sunt eq̄les quare ꝑ cōmunē scientiam due quoqꝫ piramides .a. ꝛ .b. sunt equales. Si vero neutra propositarū piramidum fuerit trigona sed vtraqꝫ poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur .a. ꝛ .b. sumatur similiter triangulus .c. equalis exagono .b. super quem fiat piramis eque alta piramidi .b. eruntqꝫ due piramides .b. ꝛ .c. equales. ideoqꝫ due que sunt .a. ꝛ .c. etiam per cōceptionem equales quare basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .c. ad altitudinem piramidis .a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis .a. ad basim .b. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis .a. ad basim .b. fuerit vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a.





erit quoqꝫ ex ſeptima quinti baſis.a.ad baſim.c.vt altitudo piramidis.c. ad altitudiné piramidis.a.ideoqꝫ ut patet ex prioribus erunt due piramides.a.⁊.c.eq̄les quare etiã ex cõmuni ſcientia ⁊ due que ſunt.a.⁊.b.erũt etiã equales.Et hoc é propoſitum.





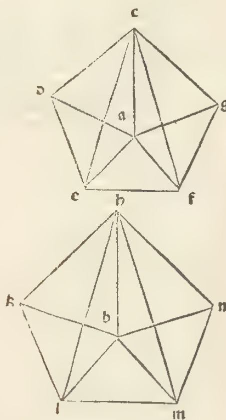
Propoſitio .8.

Mnium duarum piramidum ſimilium quarum baſes triangule é proportio alterius ad alteram tanq̄ꝫ lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

¶ Propoſitis duabus piramidibus baſes triangulas habentibus ſimilibus ex ipſis perfice duo ſolida paralellograma quemadmodũ dictum eſt in demonſtratione premiſſe:eruntqꝫ hec duo ſolida paralellograma ſimilia eo ꝙ piramides ponuntur ſimiles ad inuicem.nã duo ſolidi anguli qui ſunt cõmunes piramidibus ⁊ ſolidis paralellogramis ſuperficialibus angulis numero ⁊ quantitate equalib⁹ continentur: ⁊ latera quoqꝫ illos angulos ſuperficiales continentia ſunt proportionalia quare ex.34.primi tres ſuperficies ſolidorum paralellogramorum cõmunes angulos ſolidos conſtituentes ſunt equiangule ⁊ laterũ proportionalium.ideoqꝫ ſimiles ex diffinitione ſimilium ſuperficierum: quare ex 24.⁊.13.quinti cuncte ſex ſupficies hoꝝ duorum ſolidoꝝ paralellogramoꝝ ſunt ſimiles adinuicé:igitur a diffinitione corporum ſimilium erunt ipſa ſolida ſimilia: quare cum proportio ſolidorum ⁊ piramidũ ſit vna ex.15.quinti.nam ſolida ſunt ſexcupla piramidibus ex ſexta huius.cumqꝫ ſit proportio ſolidoꝝ vna ſicut ſuorum relatiuoꝝ laterum triplicata ex.36.vndecimi libri:ſunt aũt latera ſolidorum eadeꝫ quoqꝫ latera piramidũ.erit quoqꝫ ex. 11.quinti proportio propoſitaꝝ piramidum ſicut ſuoꝝ relatiuoꝝ laterum proportio triplicata:quod eſt propoſitum.

¶ Ꝗđ ſi fuerint due quelibet piramides laterate ſimiles erit ꝓportio alterius ad alteram ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

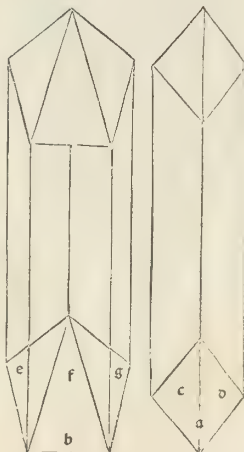
¶ Sint due laterate piramides quaꝝ coni.a.⁊.b.ſimiles ſintqꝫ ſuper baſes penthagonas que ſunt.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico ꝙ ꝓportio caꝝ eſt ſicut ſuoꝝ relatiuorum laterum triplicata .Conſtat enim ex diffinitione ſimiliũ ſuperficieꝝ ⁊ corporum ꝙ penthagoni qui ſunt baſes propoſitarum piramidũ ſibi ad inuicé cunctiqꝫ relatiui alr̄ reliqui triãguli ipſas ãbientes ſibi inuicé ſũt ſimiles.diuidant̄ itaqꝫ baſes ambaꝝ in triangulos ſil̄es ⁊ numero equales ꝑut. 18.ſexti ꝓponit eſſe poſſibile:protractis in hac quidé lineis.c.e.⁊.c.f.i illa vero.h.l.⁊.h.m .dico igit̄ iſtas piramides eſſe diuiſas in piramides triangulas ſil̄es ⁊ numero equales.Conferãt̄ enim adinuicem due piramides.a.c.d.e.b.h.k.l.quaꝝ coni ſunt.a.⁊.b .cõſtat autem ex ypotheſi triangulũ.c.a.d.eſſe ſimilé triangulo. h.b. k.⁊ triangulũ.d .a.e. triangulo. k.b.l.⁊ q2 etiã ex ypotheſi angul⁹.d.é equalis angulo.k.⁊ latera .c.d.⁊ d.e.cõtinẽtia angulũ.d.ſunt ꝓportionalia lateribus.h.k.⁊.k.l.cõtinẽtibus angulũ.k.erunt ex.6.ſexti duo trianguli.c.d.e. ⁊. h.k .l.equianguli. ideoqꝫ per.4.ſexti erit ꝓportio.c.d.ad.h.k.ſicut.c.e.ad.h.l.cũqꝫ ex ypotheſi ſit ꝓportio.c.a. ad.h.b.⁊ etiã.a.e.ad.b.l.ſicut.c.d.ad.h.k.erit ex. 11.quinti.c.a.ad.h.b.⁊.a.e. ad.b.l. ſicut.c.e.ad.h.l.igit̄ ex.5.ſexti ⁊ diffinitione ſimiliũ ſuperficieꝝ triangulus.c.a.e. erit ſil̄is triangulo.h.b.l.manifeſtum eſt itaqꝫ ex diffinitione ſil̄ium corporum ꝙ piramis.a.c.d.e.é ſimilis piramidi.b.h.k.l.ſil̄r quoqꝫ cõſtat piramidé.a.c.e.f.eé



silem piramidi .b.h.l.m.& piramidē.a.c.f.g.piramidi.b.h.m.n.q̄ ergo ex hac.8 ꝓportio piramidis.a.c.d.e.ad piramidē.b.h.k.l.ē sicut lateris.c.d.ad latus.h.k. triplicata & etiā piramidis.a.c.e.f.ad piramidē.b.h.l.m.sicut.e.f.ad.l.m .triplicata.ac etiā piramidis.a.c.f.g.ad piramidē.b.h.m.n.sicut.c.g.ad.h.n.triplicata cū sit ex ypothesi ꝓportio.e.f.ad l.m.&.c.g.ad.h.n.sicut.c.d.ad.h.k. sequitur ex 13.quinti vt ꝓportio totaliū piramidū.a.&. b.sit sicut vnius haꝝ ptialium ad aliā vnā.igitur ex hac.8.& vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

¶ Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt ꝓportionales.

¶ Verū ē qd̄ dicitur sup qualescūq3 bases poligonias sint.colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝝ bases & supficies suppreme sunt siles & equales.cuncte vero reliquc superficies ipsa solida circūstantes:sunt equidistantiū laterum Talium autē solidoꝝ prima spēs ē seratile cū super vnā suaꝝ trilaterarū supficieꝝ intelligitur eē statutū Scd̄a vero spēs ē colūna cuius basis sit q̄drilatera quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā:& tertia ē cuius basis ē pentagona & ipsa ex tribus seratilibus pficitur .Simpliciter aūt dico q̄ ois laterata colūna in tot corpora seratilia pōt distingui in quot triāgulos sua basis Intelligantur itaq3 due colūne laterate.a.&.b.ꝯstitute sup duas bases.a.&.b.eque alte.dico q̄ ꝓportio colūnaꝝ.a.&.b.ē sicut basiū.a.&.b.distinguātur nāq3 hee bases i triāgulos & hee columne in seratilia:basis quidē.a.que ponatur esse quadrangula in duos trigonos.c.&.d.& colūna.a.in duo seratilia.c.&.d.basis vero.b.que sit pentagona distinguatur in tres trigonos.e.f.g.& colūna.b.in tria seratilia que silr vocentur.e .f.g. Manifestū ē igitur ex his que in.36.vndecimi dicta sunt q̄ ꝓportio seratilis .c.ad seratile.e.est sicut basis.c.ad basim. e.& iterū seratilis.d.ad seratile.e. sicut basis d.ad basim. e. quare per.24.quinti erit columne .a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim. e.eadem ratione erit columna.a.ad seratile.f.sicut basis.a .ad basim.f.at rursus columne.a.ad seratile.g. sicut basis.a.ad basim.g .igitur ex.24.quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile cōcludes propositū.constat itaq3 ex hoc q̄



¶ Omnes colūne laterate super candē basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

¶ Cum eni vt proximo probatum est eque alte colūne laterate sint suis basibus ꝓportionales.ponantur aūt bases esse aut easdē aut equales necesse ē ex.24.quinti vt etiam colūne sint equales.constat quoq3 q̄.

¶ Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia & laterate colūne eque alta ipsa quoq3 suis basibus proportionalia eē necessario cōprobantur.

¶ Omnia enim hee species sunt lateratāꝝ columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶ Distinguatur basis columne in triangulos & sm̄ numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia & piramis columne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium. constat itaq3 vnumquodq3 seratile ad eā piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse.hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri:igitur ex. 13 quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumq3 ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna et

et ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erūt. Si vero bases earum ⁊ altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo ꝙ omnis laterata colūna ē tripla ad suā piramidē. si autem piramides fuerint equales sue bases suis altitudinibus mutue erunt quēadmodū demonstratum est in septima huius: quia igitur columnarum suarumqꝫ piramidū eedem sunt bases ⁊ altitudines sunt eedem. constat prima pars ꝓpositi. Sint igitur bases ⁊ altitudines ꝓpositarum columnarum lateratarum mutue: dico ꝙ columne erunt equales. cum eni eedem sint bases eedemqꝫ altitudines colūnaꝝ suaꝝqꝫ piramidum: erunt bases ⁊ altitudines piramidū ꝓpositaꝝ colūnarum mutue. si hoc vt positū est veꝝ fuerit de columnis. erunt itaqꝫ piramides equales ꝓut in septimo huius demonstratum ē igitur ⁊ columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secūda pars eius quod propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq̄ꝫ lateris ad suam relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similiū corporum bases earum ceteręqꝫ superficies eas ambientes silēs Diuidant̄ itaqꝫ bases earum in triangl'os similes ⁊ numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: ⁊ ipse columne diuidant̄ in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius eē similia: qđ facile probabis ex ypothesi ⁊ sexta ⁊ quarta ⁊ quinta sexti: et diffinitione similium superficieꝝ ⁊ diffinitione similium corporum hoc autē probato erit ex .36. vndecimi proportio vniuscuiusqꝫ seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius ꝓportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna: quare per .13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta ⁊ quia vtrobiqꝫ omnia seratilia pariter accepta componunt columnas ⁊ relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

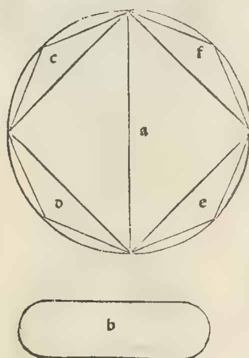
Propositio .9.



Omnis columna rotunda piramidi sue triplex esse cōprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligantur vna columna ⁊ vna piramis secūdum eandē suā altitudinē erecte: dicanturqꝫ equiuoce ipsa piramis et columna ⁊ circulus nomine vno scꝫ .a. dico itaqꝫ ꝙ colūna .a. est tripla ad piramidē .a. cuius ꝓbatio ē quia neqꝫ maior neqꝫ minor pōt esse q̄ꝫ tripla Sit eni primū si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita ꝙ si .b.

corp⁹ dematur de colūna.a.erit resid ū ei⁹ triplū ad piramidē .a.Inscribat̄ ergo quadratū circulo.a.sup qd̄ erigantur duo seratilia eque alta colūne.a. de quibus duobus seratilibus piter acceptis cōstat ꝙ ipsa sūt plus medietate colūne.a .quē/admodū ipsum quadratū constat esse plus medietate circuli.a.Si eni ex ipsis seratilibus perficiantur solida palellogramia quoꝝ ipsa sunt medietates:erit ipsa colū/na ps ipsoꝝ duoꝝ solidoꝝ piter acceptoꝝ:deinde super latera quadrati inscripti p ficiā quatuor triangulos duum equaliū lateꝝ in portionibus circuli quaꝝ portioni nū latera quadrati sunt chorde diuisis arcubus illaꝝ portionū p equalia ꝛ sint illi trianguli.c.d.e.f .super quos etiā erige seratilia ad altitudinē colūne.a.ꝛ manife/stū est ꝙ hec seratilia sunt maius medietate portionū columne super portiōes cir/culi consistentiū quēadmodū ꝛ ipsi trianguli sunt maius medietate portionū circu li.Fiat aūt hoc totiens quousq̄ p primā . 10.cogat̄ aduersarius cōfiteri portiones colūne piter acceptas esse minus corpore.b.Erit igit̄ columna laterata octogona quā cōponunt omnia seratilia pariter accepta quaꝝ bases sunt trianguli diuiden/tes poligoniū inscriptū circulo .a.mai⁹ triplo piramidis rotūde.a. ꝛ q2 ipsa latera ta colūna ē tripla ad suā piramidē sicut demonstratū e in eis que premissa sunt. se quitur ex scđa pte. 10.quinti libri vt rotunda piramis.a.sit minor laterata pirami de laterate columne cuius basis ē inscriptū poligoniū basi rotunde piramidis.a. qd̄ est impossibile.Est eni piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde :nō ē igit̄ piramis.a.min⁹ tertia pte sue columne.sed nec plus tertia.Si eni possibile ē:sit pi ramis.a.plus tertia pte columne.a.quātitate corporis.b.ita ꝙ detracto corpore.b de piramide.a.sit residuū ipsius piramidis tertia pars colūne.a.igit̄ quēadmodū prius ex piramide.a.intelligat̄ detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratū circulo.a.inscriptū quā lateratam piramidem constat esse plus dimi/dio piramidis rotunde.Item de residuo piramidis.a.rursus intelligant̄ detrahi piramides eque alte statute super triangulos.c.d.e.f.qui sunt in portionibus ba/sis ꝛ hoc totiēs fiat vt ex prima decimi relinquat̄ ex piramide.a.minus corpore.b erit itaq̄ piramis laterata inscripto poligonio supstans quā cōponunt laterate pi ramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colūne.a. ꝛ quia ut probatū ē in p̄cedentibus hec piramis laterata ē tertia ps sue columne laterate a.sequit̄ denuo ex scđa pte. 10.quinti libri columnā rotundā.a.esse minorē colūna laterata eiusdē altitudinis cuius basis ē poligoniū basi rotunde piramidis inscri/ptū:hoc aūt impossibile:nā hec colūna rotunda laterata ps ē colūne rotūde. Cum igitur columna rotunda nō possit eē minus triplo sue piramidis neq̄ maius:erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

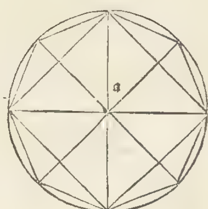


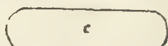
Propositio .10.

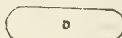


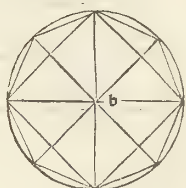
Omnium duarum rotundaꝝ piramidum similiū columnarumve rotundarum similium ē proportio alterius ad alteram tanq̄ diametri sue basis ad diametrū basis alteri⁹ proportio triplicata.

¶ Sint duo circuli.a.ꝛ.b.super quos constituantur due rotūde piramides simles dueq̄ columne rotunde similes ꝛ dicantur circuli ꝛ piramides ꝛ co/







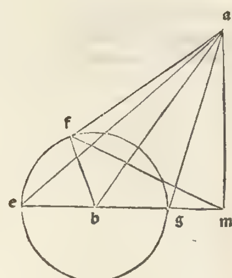


lumne ꝛ diametri circulorum his nominibus.a.ꝛ.b.equiuoce:dico itaq̃ ꝙ ꝓportio duarum piramidum.a.ꝛ.b.duarũq̃ columnaꝝ.a.ꝛ.b.ē sicut duaꝝ diametroꝝ a.ꝛ.b.proportio triplicata:hoc autem si de piramidibus constiterit:de columnis autem constabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam piramidē:de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile.Est eni per cōmunē sciam positā in principio scđe demōstrationis huius.12.libri: que proportio diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata: eadem piramidis.a.ad aliqđ corpus:illud igiť corpus sit.c.de quo dico ꝙ ipsum non pōt esse minus neq̃ maius piramide.b.Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis.d.ita ꝙ duo corpora.c.ꝛ.d.piter accepta sint quãtum piramis.b.itaq̃ quē admodũ in scđa pte premisse ex piramide.b.detrahať laterata piramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptũ circulo.b.ꝛ ex residuo eius detrahanť piramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli.b. fiat ita q̃ hoc totiens quousq̃ cogente prima.10.sit residuũ piramidis.b. minus corpore d.eritq̃ ex cōi scia laterata piramis detracta quã cōponunt partiales piramides detracte maius corpore.c.Inscribať itaq̃ circulo.a.poligoniũ simile illi quod est basis laterate piramidis detracte a piramide.b.ꝛ ad angulos huius poligonij inscripti circulo.a.demitte lineas a cono piramidis.a.perficiens super illud poligonium lateratã piramidē eque altã rotunde piramidi.a.hanc igiť studeas demonstrare esse silem laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.qđ hoc mō facies:in vtraq̃ piramide eriges axem ipsius que erit ex diffinitōne linea cōtinuans verticē piramidis cũ cētro basis ꝛ erit perpendicularis ad basim:dehinc a centris basium protrahas in vtroq̃ circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq̃ poligonij inscripti.cunq̃ ex diffinitione similium piramidum rotundarum sit ꝓportio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alteri⁹.ideoq̃ etiã ex.15.quinti ꝛ equa ꝓportiōalitate sicut semidiametri ad semidiametrũ.sint aũt vtrobiq̃ omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti.necesse ē ex sexta ꝓpositione sexti libri ꝛ quarta eiusdē ꝛ diffinitiōe similium superficieꝝ ꝛ similiũ corpoꝝ diffinitione vt laterata piramis.a.sit similis laterate piramidi.b.quare p additã ad.8.huius ꝓportio laterate piramidis.a.ad lateratam.b.ē sicut lateris vnius ad suũ relatiuũ latus alterius ꝓportio triplicata. ideoq̃ ꝛ sicut diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata.igiť quoq̃ sicut rotunde piramidis.a.ad corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate piramidis.a.ad rotundã piramidē.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.ꝛ q2 laterata piramis.b.maior ē corpore.c.erit laterate piramis.a.maior rotunda piramide a.qđ ē impossibile cũ sit ps eius:nō est ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b Restat itaq̃ ꝓbandũ ꝙ nec maius.si eni aduersarius dicat ipsũ eē mai⁹ tunc arguatur ex cōuersa proportionalitate ꝓportionē diametri.b.ad diametrum.a.triplicatã esse sicut corpis.c.ad rotundã piramidē.a.sed ex cōceptione eadē est rotunde piramidis.b.ad aliqđ corpus aliud qđ sit.d.ꝛ q2 ex ypothesi corpus.c. maius ē rotunda piramide.b.sequiť ex.14.quinti ꝙ rotunda piramis.a.sit maior corpore.d. itaq̃ proportio rotunde piramidis.b.ad corpus qđ ē minus rotunda piramide.a videlicet ad.d.est sicut sue diametri.b.ad diametꝝ alterius ꝓportio triplicata.hoc aũt est impossibile .nã ex hoc demōstrauim⁹ sequi ꝙ ps sit maior suo toto.cũ ergo

corpus.c.nō possit min⁹ eē neqꝫ mai⁹ rotunda piramide.b.erit necessario sibi eq̄/le.ideoqꝫ ex scđa pte.7.quinti constat ꝓpositū. Nō lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dūtaxat colūnas ꝛ piramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insistunt: tales enī diffinite fuerūt i principio vndecimi: cum tamē passio hic demonstrata cōmuniter conueniat omnibus columnis rotundis similibus piramidibusqꝫ rotundis similibus siue eaꝝ axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: ꝛ appellenī differentie cā hee rotunde colūne ꝛ pirammides q̄rum basib⁹ axes orthogonaliter superstant erecte: relique vero dicanī inclinate: ꝛ qꝛ in principio. 11. non sunt diffinite colūne aut piramides rotunde nisi ille tm̄ quas erectas vocam⁹: hee quidē per motū palellogrami rectanguli. illi vero per motū trigoni rectāguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas ꝛ piramides diffinitionib⁹ cōmuniter ꝛ vniuoce conuenientibus erectis ꝛ inclinatis columnis ꝛ piramidibus rotundis. Cum igiī extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punct⁹ qui cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousqꝫ ad locum vnde moueri inceperit. circūducaī: corpus qđ a curua supficie quā motu suo describit hec linea ꝛ ab ipso circulo cui circūduciī cōtineī voco piramidē rotundā. et circulū cui linea hec circūducitur voco basim ipsius piramidis. fixum aūt punctū extra circulū supficiem signatū voco conū piramidis: lineamqꝫ rectā cōtinuantē centrū basis cū cono piramidis appello axem seu sagittā piramidis. Cunqꝫ hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico piramidē esse erectam. cū vero inclinata dico etiā piramidē inclinatam. cum aūt fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana supficies ꝑ eoꝝ centra transiens secuerit fuerintqꝫ continuate per lineā rectā due relatiue sectiones duarum circūferentiarum ipsoꝝ circulorū. Si linea hec in circūferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter sitni a quo moueri inceperit quousqꝫ ad locū suum redeat circūducaī: corpus qđ a curua supficie quā motu suo describit hec linea ꝛ a duobus ꝓpositis circulis contineī: voco columnā rotundam. cuius axis siue sagitta ē linea recta centra duoꝝ circuloꝝ cōtinuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusqꝫ duorum circulorum: dico columnam esse erectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnam esse inclinataꝫ. Cunqꝫ fuerint due rotunde piramides aut columne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintqꝫ anguli quos axes ꝛ communes sectiones harum superficierum ꝛ basiuꝫ continent ad inuicem equales: ꝛ fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alteri⁹: tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse. his diffinitionibus positis demonstrandū est ꝙ omnium duarum rotundarum piramidum similium columnarū ve rotundarum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

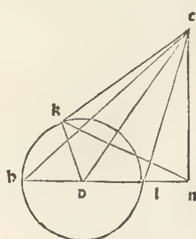
Nota ꝙ eū. s. nō est verū de columnis inclinatis: sic declarat. Jo. de mōteregio.

Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranqꝫ quaꝝ

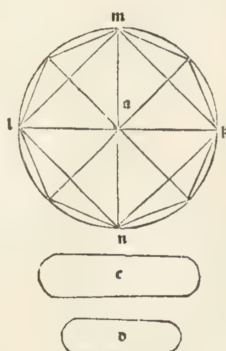


due plane sup erficies super axem secent fueritq; haꝝ duaꝝ supficieꝝ altera in vtraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes ⁊ due communes sectiones basium ⁊ earum superficieꝝ que sup bases nō ponūť orthogonaliter erecte cōtinēt adinuicē eq̄les

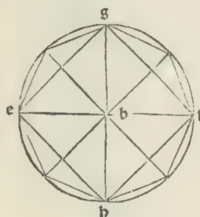
¶ Sint due rotunde piramides.a.b.⁊.c.d.quaꝝ bases sūt circuli.e.f.g.⁊.h.k.l.et axes due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ diametri basiū.e.g.⁊.h.l.centra basiū sint duo pūcta b.⁊ d.coni piramidū.a.⁊.c.similes ad inuicē:⁊ ab earum conis ad superficiē basiū protrahanť vt docet.11.vndecimi libri due ꝑpendiculares que sunt.a m.⁊.c.n. ⁊ continuentur puncta .m.⁊.n.cū centris basiū ꝓtractis lineis .b.m.⁊.d.n. eritq; ex.18.vndecimi supficies.a.b.m.que egrediť ab axe.a.b.erecta sup basim piramidis.a.b.orthogonaliter.Eodē modo supficies.c.d.n.que egrediť.a.b.axe.c.d.erit erecta super basim piramidis .c.d.orthogonaliter.sint itaq; duo arcus.f.g.⁊.k.l. similes:⁊ intelliganť due superficies.a.b.f.c.d.k.egredi ab axibus ⁊ secare piramides .a.b.⁊.c.d. siľes:dico igitur duos angulos.a.b.f.c.d.k.esse adinuicem equales.protrahanť eni due linee.f.m.⁊.k.n.q2 igiť due piramides.a.b.⁊.c.d.sunt similes ⁊ due supficies.a.b.m.c.d.n.stantes orthogonaliter super bases egrediunť ab earum axibus:erit ex diffinitione similiū piramidū angulus.a.b.m.equalis angulo.c.d.n:⁊ q2 ex diffinitione linee supra supficiem ꝑpendiculariter erecte vterq; duoꝝ āguloꝝ .a.m.b.c.n.d. ē rectus erunt ex.32.primi ⁊ .4. sexti duo primi trianguli .a.b.m.⁊.c.d.n.laterū ꝓportionaliū vt ꝓportio linee.a.b.ad lineā.c.d.sicut b.m.ad.d.n. ⁊ sicut.a.m.ad.c.n.⁊ q2 ex diffinitione siliū piramidū ꝓportio axis a.b.ad axem.c.d.ē sicut semidiametri.b.f.ad semidiametꝝ.d.k .erit ex.11.quinti proportio .b.f.ad.d.k.sicut.b.m.ad.d.n.Cumq; sint duo anguli.f.b.m.⁊.k.d.n. equales eo ꝙ duo arcus .f.g.⁊.k.l. sunt similes ex ypothesi:erit ex sexta ⁊ quarta sexti proportio .f.m.ad.k.n. sicut.b.m.ad.d.n:ideoq; sicut .a.m.ad.c.n. ⁊ quia iteꝝ ex diffinitione linee super superficiē perpendiculariter erecte vterq; duorū anguloꝝ.a.m.f.c.n.k.ē rectus:erit ex sexta ⁊ quarta sexti ꝓportio.a.f. ad .c.k. sicut a.m.ad.c.n.ideoq; per.11.quinti sicut.a.b.ad.c.d.⁊ sicut.b.f.ad.d.k.igiť ex quinta sexti duo anguli.a.b.f.⁊.c.d.k.sunt adinuicem equales quod est propositum.



¶ Idem ꝓbabis leuiter de rotūdis columnis similibus:hoc itaq; demonstrato dico ꝙ omnium duarum rotundarum piramidum similium quecunq; fuerint siue erecte siue inclinate ē proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde piramides.a.⁊.b.quarum bases sunt circuli.a.⁊.b.⁊ horum circulorum diametri sint etiam.a.⁊.b.sitq; proportio piramidis.a. ad corpus.c. sicut diametri.a. ad diametrum.b.proportio triplicata.non erit igitur corpus.c.minus neq; maius rotunda piramide. b.Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis.d.ita ꝙ duo corpora.c.⁊.d.pariter accepta sint quantum rotunda piramis b. ab axe igitur piramidis .b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitq; communis sectio huius superficiei et circuli. b. linea e. f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. ⁊ protrahatur inter circulum .b.alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. g.h.Sicq; inscribatur circulo.b. quadratum. e.g. f.h .⁊ a rotunda piramide .b. intelligatur



detrahi laterata piramis cuius baſis eſt quadratum circulo. b. inſcriptum:que vt probatum ē ſupra maius erit dimidio rotunde piramidis.Et ex reſiduo eius de/trahantur piramides eiuſdē altitudinis conſiſtentes ſuper trigonos portionū cir/culi.b. fiatq; hoc totiens quouſq; reſiduum ſit rotunde piramidis. b.minus cor/pore.d.ex prima decimi. Eritq; ex conceptione laterata piramis detracta quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore.c.tunc ergo pro deat ex axe piramidis.a.ſuperficies alia que ſit orthogonaliter erecta ſuper circu/culum.a.ꝛ ſit cōmunis ſectio huius ſuperficiei ꝛ circuli.a.linea.k.l.que ob hoc erit diameter circuli.a.protrahatur aūt in circulo.a.alia diameter ſecans hanc ortho/gonaliter que ſit.m.n.ſicq; inſcribatur in circulo.a.quadratū.k.m.l.n.ꝛ diuiden/do arcus portionū circuli.a.per equalia ꝑficiatur in circulo.a.poligoniū ſimile illi quod eſt inſcriptum circulo.b.ꝛ ad ſingulos angulos huius poligonij demitte line as rectas a cono piramidis.a.ꝑficiens ſuper illud poligonium lateratam pirami/dem eque altā piramidi.a.hanc aūt lateratā piramidē ꝓbabis eſſe ſimilē laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.quod hoc modo facies ꝓduces axes co/gitatione vel actu vtriuſq; in vtriſq; piramidib⁹ .a.ꝛ.b.ꝛ a centris baſium ꝓtra/has lineas rectas ad omnes angulos inſcriptoꝝ poligonioꝝ. Eruntq; ex premiſſo antecedente omnes anguli quos cōtinet axis piramidis.a.cum ſingulis lineis du ctis a centro circuli.a.ad angulos poligonij ſibi inſcripti equales ſuis relatiuis an gulis quos continet axis piramidis.b.cū ſingulis lineis ductis a centro circuli.b. ad āgulos poligonij ſibi inſcripti.Et q2 ex diffinitione rotundaꝝ piramidū ſimiliū proportio axis piramidis.a.ad axem piramidis.b.eſt ſicut ſemidiametri circu/li.a.ad ſemidiametrū circuli.b.ſequitur ex ſexta ꝛ quarta ſexti ꝛ diffinitionib⁹ ſimi lium ſuperficierū ꝛ ſimiliū corporum ꝙ due laterate piramides.a. ꝛ.b. ſint ſiſ͛es. Cetera argue ſicut prius in decimo.conſtat itaq; de omnibus rotundis piramidi/bus ſimilibus ꝙ proportio eaꝝ ſit ſicut diametroꝝ ſuaꝝ baſium triplicata.ꝛ quia omnis columna rotunda ē tripla ad ſuā piramidē.hoc eni ſufficiēter ē demōſtratū ſiue colūne ꝛ ſue piramides fuerint erecte ſiue inclinate: ſequit͛ ex.15.quinti vt etiā quarumlibet columnaꝝ rotundaꝝ ſiliū ſit proportio ſicut ſuaꝝ diametroꝝ tri/plicata.





Propoſitio .11.

OMnes duas rotundas piramides ſiue columnas eque altas ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt.

¶ Supra duos circulos.a.ꝛ.b.ſtatuantur ut prius due rotunde pi/ramides eque alte que dicant͛ ſiſ͛iter.a.ꝛ.b.ꝛ due rotunde columne eque alte eiſdē litteris aſſcripte .a.ꝛ.b.dico itaq; ꝙ ꝓportio duaꝝ piramidū .a.ꝛ .b.duarūq; colūnaꝝ.a.ꝛ.b.ē ſicut duoꝝ circuloꝝ.a.ꝛ.b.quod de columnis mani feſtum erit ſi hoc prius de piramidibus demōſtrabit͛ omnis eni rotunda columna tripla ē ad ſuam piramidem:de piramidibus autem cōſtabit indirecta demōſtra/tione hoc modo. Eſt eni ex cōi ſcia ꝓportio rotunde piramidis.a.ad aliqđ corpus ſicut circuli.a.ad circulū.b.illud corp⁹ ſit.c.dico itaq; ꝙ corp⁹ .c.nō pōt eē maius neq; min⁹ rotūda piramide.b.ſit eni ꝑmo min⁹ q̄ntitate corꝑis.d.igit͛ circlo. b.in ſcribat͛ q̄dratū ꝛ detrahat͛ a rotunda piramide.b.piramis laterata cuius ſit baſis quadratū circulo.b.inſcriptū ꝛ ex portionibus piramidib⁹ detrahant͛ piramides

super trigonos portionum circuli consistentes fiatqȝ hoc totiens quousqȝ sit ex pi
ramide.b.residuum minus corpore.d.eritqȝ laterata piramis detracta quā com/
ponunt partiales piramides detracte maior corpore.c.inscribatur ergo circulo.a.
poligonium simile illi poligonio quod est basis laterate piramidis. b. ⁊ perficiať
super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a .ad an/
gulos poligonij inscripti. Eruntqȝ due laterate piramides.a.⁊.b.eque alte.hoc enī
est propositum d: rotundis :quare proportio laterate piramidis.a.ad lateratā pi
ramidem.b.est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut poligonij.a.ad poli
gonium .b .hoc enim demonstratum est in sexta huius .at vero poligonij. a. ad
poligoniū .b.ē sicut circuli.a.ad circulum .b.quod manifestum ē ex prima ⁊ secun
da huius:itaqȝ laterate piramidis.a.ad lateratā piramidem.b.sicut rotunde pira
midis.a.ad corp⁹.c.q̄re permutatim laterate piramidis.a.ad rotundam pirami/
dem.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.cumqȝ sit laterata piramis.b.ma/
ior corpore.c.sequitur lateratam piramidem.a.esse maiorem rotunda piramide
a.hoc autem impossibile:est enim pars eius:non erit ergo corpus.c.minus rotun
da piramide.b.Si vero ponat aduersarius ꝙ sit maius demōstrabimus. rursum
idem impossibile consequi:erit enim per conuersam proportionalitatem ꝓportio
corporis.c.ad rotundam piramidē.a.sicut circuli.b.ad circulum.a.sit quoqȝ eadē
rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus qd̄ sit.d.cum igiť corpus.c.sit maius ro
tūda piramide.b.per ypothesim:erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior cor
pore.d.itaqȝ proportio circuli.b.ad circulum.a.erit sicut rotunde piramidis.b.ad
quoddā corpus minus rotunda piramide .a.sed hoc demōstratū ē prius esse im/
possibile .sic enim sequiť ꝙ pars sit maior suo toto.non est igiť corp⁹.c. neqȝ min⁹
neqȝ maius rotunda piramide.b.sed tm̄ equale.itaqȝ ex scd̄a parte septime quinti
conclude propositum. Ut aūt facilius incōcussiusqȝ demonstrareť qd̄ sequitur:ad
ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistanter basi ei⁹ secuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam secantem supficiem terminantur portionibus axis columne proportionalia.

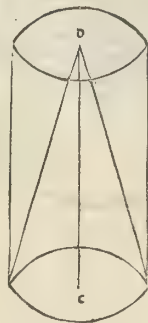
¶ Simile ē hoc ei quod ꝓposuit.25.vndecimi libri de solidis paralellogramis nec
solum verum est hoc de columnis rotundis imo simpliciter de omnibus columnis
siue laterate fuerint siue rotunde. Qd̄ qui argumentationem prime sexti vel.25.vn
decimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit:hic eni nō aliter q̄ȝ ibi ex diffi/
nitione incontinue proportionalitatis que posita ē in prohemio quinti libri argu/
endum est propositum. Attendere aūt oportet ꝙ quecunqȝ superficies secat colū/
nam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius
opposite.nam quecunqȝ superficies vni superficiei sunt equidistantes ipse quoqȝ
sunt equidistantes adinuicem ut ex his que dicta sunt ex decimasexta vndeci/
mi libri didicisti :quare manifestum est ꝙ omnes rotunde columne quarum sunt
bases eq̄les altitudinib⁹ suis sunt proportionales: Idem quoqȝ de lateratis.idem
quoqȝ de piramidibus rotundis,⁊ etiam de lateratis quod de piramidibus cōsta/
bit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pi/
ramidem rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que supra in octa/
ua demonstrata sunt

Propositio .12.



SJ due piramides rotunde siue columne fuerint eq̄les sue bases ⁊ altitudines erūt mutue. Si vero sue bases ⁊ altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue colūnas eq̄les eē necesse ē. ¶ Altitudinē piramidū determinant linee a conis ad bases ꝑpendiculariter descēdentes: colūnaꝝ autem a suppremis earū supficieb⁹ ad bases. Sint itaq̄ʒ due rotūde piramides .a. b. ⁊ .c. d. eq̄les: dueq̄ʒ rotūde colūne .a. b. ⁊ .c. d. eq̄les: sintq̄ʒ cōes bases tam piramidū q̄ʒ colūnaꝝ duo circuli .a. ⁊ .c. cōes quoq̄ʒ altitudines tam piramidū q̄ʒ colūnaꝝ determinate ꝑ lineas .a. b. ⁊ .c. d. dico ꝙ ꝓportio circuli .c. ad circulum .a. ē sicut altitudinis .a. b. ad altitudinē .c. d. ⁊ ecōuerso. hoc aūt si de colūnis ꝓbatū fuerit de piramidibus certū erit: qm̄ ōis colūna rotūda tripla ē ad suā piramidē. si itaq̄ʒ due altitudines .a. b. ⁊ .c. d. fuerint eq̄les ex p̄missa cōstat ꝓpositū. Si aūt ineq̄les sit .a. b. maior sumaturq̄ʒ .a. e. eq̄lis .c. d. ⁊ secet̄ colūna .a. b. a supficie .e. equidistāter basi ei⁹ .a. erit q̄ʒ ex p̄misso antecedente colūna .a. b. ad colūnā .a. e. sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. iōq̄ʒ ex prima pte .7. quinti colūna .c. d. ad colūnā .a. c. sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. quare ꝑ scdam ptē .7. quinti sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. ex premissa aūt ē colūna .c. d. ad colūnā .a. e. sicut circulus .c. ad circulū .a. itaq̄ʒ ꝑ .11. quinti ē altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. sicut basis .c. ad basim .a. constat igitur prima ps. Scda cōuerso mō cōstabit eadē dispositione manēte. sit eni vt basis .c. ad basim .a. sic altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. dico ꝙ due colūne .a. b. ⁊ .c. d. sūt eq̄les. erit eni ex scda pte .7. quinti altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. sicut basis .c. ad basiʒ .a. ⁊ qꝛ ex p̄missa colūna .c. d. ad colūnā .a. e. ē sicut basis .c. ad basiʒ .a. ⁊ ex p̄missa antecedente colūna .a. b. ad colūnā .a. c. sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e sequit̄ ex .11. quinti vt colūna .c. d. ad colūnā .a. e. sit sicut columna .a. b. ad eandem .a. c. igitur ex prima pte .9. quinti due colūne .a. b. ⁊ .c. d. sunt equales: quare cōstat etiā secunda pars.



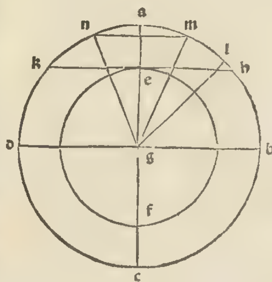


Propositio .13.

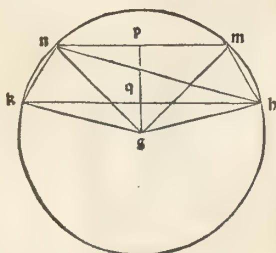


CUm ꝓpositi fuerit duo circuli ab vno cētro circūducti supficiē multiangulā equaliū lateꝝ circulū minorē minime tangentiū intra circulum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli .a. b. c. d. ⁊ .e. f. ab vno cōi cētro qd̄ sit .g. circūducti. dico ꝙ intra maiorem qui sit .a. b. c. d. possibile ē vnū poligoniuʒ qd̄ sit equilateꝝ describi minorē circulū qui ē .e. f. nullo suoꝝ lateꝝ tangens. Quadrent̄ eni hi duo circuli duabus diametris sup centꝝ ipsoꝝ orthogonaliter seinuicē secantibus que sint .a. c. ⁊ .b. d. sitq̄ʒ .e. f. diameter minoris ps diametri .a. c. q̄ ē diametri maioris. sicq̄ʒ igit̄ a puncto .e. ducat̄ vtrinq̄ʒ vsq̄ʒ ad circūferentiā maioris linee orthogonaliter super diametꝝ .e. f. que occurrat circumferentie maioris hinc quidē i puncto .h. inde vero in puncto .k. eritq̄ʒ ex correlario .15. tertij linea .h e .k. contingens circulum minorē: postea vero quadrantē .a. b. maioris circuli diuide per equalia in puncto .l. secūdū doctrinam .29. tertij: dehinc rursus arcum .a. l. ꝑ equalia ad punctum .m. cunq̄ʒ hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcū qui minor erit arcu .a. h. sitq̄ʒ hic .a. m. hoc autē idcirco necessarium est qꝛ cuʒ fuerint due quātitates ieq̄les si a maiori eaꝝ demat̄ ei⁹ dimidiū. itēq̄ʒ a residuo dimidiū possibile ē hoc totiēs fieri quousq̄ʒ tādē mīor mīore eaꝝ relinq̄t̄ quēadmodū i p̄ma .10. demōstratū ē. cū igit̄ sic diuidēdo ad arcū q̄ntulumcūq̄ʒ minorē .a. h. fuerit



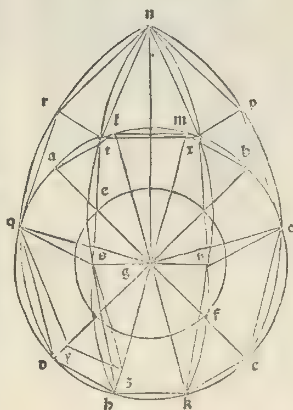
deuentū cuiuſmodi eſt arcus hic.a.m.ſumatur arcus.a.n.equalis arcui .a.m.du/canturqꝫ due linee.a.m.ꝛ.n.m.quia igitur arcus.a.k.eſt equalis arcui. a.b.quod ex ſecunda parte tertie tertij ꝛ quarta primi ꝛ.28. tertij manifeſtum ē ꝛ quia arcus a.n.eſt equalis arcui.a.m.erit ex cōmuni ſcientia arcus.n.k.equalis arcui.m .b. ergo due linee.m.n.ꝛ.k.b.ſunt equidiſtantes ergo linea.m.n.non poterit tange/re circulū.e.f.q̃re multo fortius neqꝫ linea.a.m.poteſt ipſum tangere:¶ Quoniaꝫ igitur conſtat circulum.a.b.c.d.diuiſibilem eſſe per arcus equales arcui.a.m.ideoqꝫ per.28.tertij ſil' cōſtat itra ipſū circulū poſſe chordulas eq̄les chordule.a.m.conti/nue coaptari circulum ipſum poligonie chordantes.manifeſtū eſt itra circulū ma/iorē poſſe vnū poligoniū equilaterū cuius vnū latus ē linea .a.m. inſcribi ꝛ quia linea.a.m.nō contingit circulum minorē pꝫ ex prima pte.13. tertij et diffinitione linearum a centro circuli equaliter eq̄diſtantium ꝙ inſcriptū poligoniū nullo late/rū ſuoꝝ tangit circulū minorē qꝺ eſt propoſitū.¶ At quid dubitas duas lineas.m n.ꝛ k.b.eē eq̄diſtantes cū ſint duo arcus.n.k.ꝛ.m.b.equales:hoc aūt incōcuſſaꝫ veritatē ſortitum eſt ꝙ due linee circulū vnū nō aūt ſe inuicē ſecantes: ſi ex circum ferentia equales arcus hincinde lineis ipſis inter ſint erunt equidiſtantes:duc qui dem a centro.g.lineā.g.p.ꝑpendicularē ad lineā.m.n.que ſecet lineā.h .k.i pun/cto.q.ꝛ protrahe lineas.g.m.g.n.g.k.g.h.ꝛ duobus arcubus:n.k.ꝛ.m.h.ſubten de duas chordas que etiā dicanť.n.k.ꝛ.m.h.erūtqꝫ ex.28.tertij hee chorde eq̄les n.k.ꝛ.m.h.eo ꝙ arcus equales ꝛ per ſecūdā ptē tertie eiuſdē tertij erit linea.n.p. equalis linee.m.p.cum igitur vterqꝫ duoꝝ angulorum qui ſunt .a. d.p. ſit rect⁹ ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus.n.p.g. equalis angulo p.g.m.At vero per.8.primi angulus.k.g.n.ē equalis angulo.h.g.m. itaqꝫ ꝑ cō/munem ſcientiā que ē ſi equalibus equalia addas tota erunt equalia.erit angulus k.g.q.equalis angulo.q.g.h.ideoqꝫ per quartā primi linea.k.q erit equalis linee q.h.quare ꝑ primā partē tertie tertij linea.g.q.erit perpendicularis ad lineā.k.h. igitur ex prima pte.28.primi due linee.n.m.ꝛ.k.h.ſunt equidiſtantes ꝛ hoc eſt qꝺ dubitare conqueſtus es.¶ Hoc eni idem aliter demōſtrare eſt poſſibile ducať eni linea.n.h.eritqꝫ ex vltima ſexti angulus.h.m.n.equalis angulo.n. h.k. eo ꝙ ar/cus.h.m.eſt equalis arcui.n.k.ideo ex.27.primi linea.m.n.erit equidiſtans linee h.k.Conuerſam quoqꝫ ſi libuerit conuerſo modo probabis.ſi enim.linea.m.n.eſt equidiſtans linee.h.k.erit arcus.n.k.equalis arcui .m.h.erunt eni ex prima par/te.29.primi duo anguli.h.m.n.ꝛ.n.h.k.equales.ideoqꝫ ex vltima ſexti duo arcus n.k.ꝛ.m.h.erunt etiam equales:

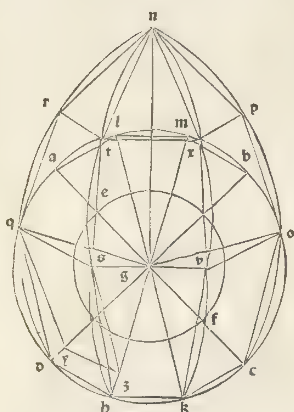


Propoſitio .14.

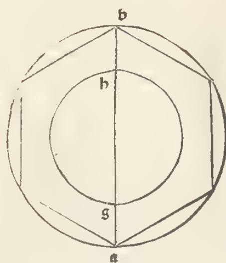
Duabus ſperis vnum centrum habentibus propoſitis in/tra maiorem earum ſolidum multarum baſium ſuperfici/em minoris ſpere minime tangentiū figuraliter cōſtituere Quo conſtituto ſi in minori ſpera ſiue in qualibet alia ſpe ra ſimile corpus intelligibiliter conſtituatur erit propor/tio corporis multarum baſium intra maiorē ſperam conſtituti ad cor pus multarum baſium intra minorem ſperam vel aliam conſtitutam ſicut diametri maioris ſpere ad diametrum minoris vel alterius ſpere proportio triplicata.

¶ Sint proposite due spere.a.b.c.d.⁊.e.f.vnum atq; idem centrum quod sit.g. habentes ⁊ sit maior earum spera.a.b.c.d.minor vero spera.e.f. volumus autem intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere: de quib⁹ non intendimus ꝙ ipse bases sint equales aut similes sed ꝙ nulla earum tangat superficiem minoris spere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranq; propositarum sperarum vna plana superficie per cõmune centrum earum transeunte: eruntq; ex diffinitione spere ⁊ diffinitione circuli cõmunes sectiones huius secantis superficiei ⁊ superficierum sperarum propositaꝝ linee continentes circulos. sint itaq; duo circuli.a.b.c.d.⁊.e.f.quorum centrum est centrum spere de quo propositum est ꝙ ipsum sit.g. Quadrabimus igit̃ hos duos circulos duabus diametris se supra cõe centrũ eorũ orthogonaliter secantibus que sint.a.c.⁊.d.b.postea maiori circulo ſm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonum equilaterum ita ꝙ in quadrante ipsius maioris circuli qui est.c.d.sint tria latera huius duodecagoni que sint chorde.d.h.h.k.⁊.k.c. que cum sint equales erunt quoq; ex prima pte.27.tertij arcus earum equales: dehinc a duobus punctis.h.⁊.k. que sunt extremitates medie chorde producemus duas diametros que sunt.h.m.⁊.k.l.⁊ super centrum.g.erigemus lineam.g.n. perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c.d.quã producemus quousq; obuiet superficiei spere maioris super punctum.n.deinde intelligam quatuor superficies secantes speras propositas: quarum vnaqueq; secet eas super lineam.g.n.sed prima earum supra lineam.g.n.⁊ diametrum.d.b.secũda super lineam.g.n.⁊ diametrum.h.m.tertia vero super lineam.g.n.⁊ diametrum.k.l.quarta autem super lineam.g.n.⁊ diametrum.c.a.eruntq; ex diffinitionibus spere ⁊ circuli cõmunes sectiones harum superficierum ⁊ superficiei spere maioris linee continentes circulos ⁊ erũt portiones inscripte vt inter punctũ.n.⁊ quatuor puncta que sũt.d.h.k.c.quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt.d.n.h.n.⁊.k.n.⁊.c.n. hoc autem ideo euenit ꝙ omnes anguli quos continet linea.g.n.cum vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli.a.b.c.d.sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem: recti vero anguli in centro quarte circumferentie subtendantur. quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autẽ circulorum equalium manifestum est ꝙ vnusquisq; hoꝝ q̃tuor circuloꝝ ẽ equalis circulo.a.b.c.d. Nam diameter omnium ipsoꝝ ẽ diameter spere maioris. igit̃.p.15. quinti q̃drantes eorũ sunt equales: quare quinq; arc⁹ qui sunt.d.n.h.n.k.n.c.n.⁊ d.c.sunt equales: i vnoquoq; ergo q̃tuor q̃drantiũ circuloꝝ erectoꝝ coaptent̃ ypothemisales chorde quaꝝ q̃lib; sit eq̃lis chorde circuli ꝓstrati q̃ sũt latera poligonij sibi inscripti ⁊ ẽ vna eaꝝ chorda.d.h.sintq; i p̃mo quidẽ.d.q.q.r.⁊.r.n.in secũdo vero.h.s.s.t.⁊.t.n.in tertio autẽ.k.u.u.x.⁊.x.n.⁊ in quarto sint.c.o.o.p.⁊.p.n. ⁊ protrahant̃ coraustã cõiũgẽtes capita ypothemisaliũ chordaꝝ q̃ sint.q.s.s.u.u.o ⁊.r.t.t.x.x.p. vides igitur quarte parti supioris hemisperij maioris spere que quidem quarta pars ẽ.d.n.c.iscriptum ẽe corpus.9.basium quarũ tres que coeunt in puncto.n.sunt triangule: cetere autẽ sunt quadrangule. suntq; harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autẽ inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicẽ ⁊ chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicem equales. hoc aũt scies si perpendiculares a





coꝛauſtoꝝ extremitatib9 ad ſuperficiẽ circuli iacẽtis demiſeris. de quibus ꝯſtat ꝙ ipſe cadent ſuper diametros circuloꝝ quos coꝛauſti ꝯtinuãt qđ ex demõſtratis in 13.11. facile depꝛehendes. Uerbi gratia. Sint a duobus terminis coꝛauſti. q. ſ. demiſſe due perpendiculares. q. y. ⁊. ſ. z. cadentes in diametris. d. b. ⁊. h. m. ⁊ ꝓtrahã tur linee. q. g. ⁊. y. z. eruntq; ex quarta ſexti duo trianguli. q. y. d. ⁊. ſ. z. h. ſiles quare pꝛopoꝛtio duarum perpendicularium. q. y. ⁊. ſ. z. erit ſicut duaꝝ coꝛdaꝝ. q. d. ⁊. ſ h. cumq; ſint coꝛde equales erunt etiã ⁊ ꝑpendiculares equales. At ipſe ſunt equidiſtantes ex ſexta. 11. ergo ex. 33. pꝛimi coꝛauſt9. q. ſ. eſt equalis ⁊ equidiſtans linee. y z. ⁊ quia ex ſcđa pte ſcđe ſexti linea. y. z. ẽ equidiſtans coꝛde. d. h. ⁊ iõ minoꝛ. e. a. ſequitur ex. 9. vndecimi ut coꝛauſtus. q. ſ. ſit etiã equidiſtãs coꝛde. d. h. ⁊ mioꝛ ea ex conceptione. Cum itaq; coꝛde que ſunt latera poligonij inſcripti in circulo iacenti ⁊ ipſe ſunt oẽs equales coꝛde. d. h. nõ tangãt ſperã minoꝛẽ: neceſſe eſt ut nullũ latus harum baſium coꝛpoꝛis inſcripti ſiue quadrangule ſint ſiue trigone tãgat eandem minoꝛem ſperã cũ oĩa hec latera ſint ipſis coꝛdis equalia aut minoꝛa. Simpliciter autẽ dico ꝙ nulla etiã harũ baſiũ de quibus omnibus manifeſtum eſt ex ſecunda pte ſcđe. 11. ꝙ ipſe ſunt tote in ſuperficie vna poteſt aliquo ſui puncto contingere minoꝛem ſperam eo ꝙ omnis linea recta ducta ſuper quẽlibet punctum cuiuſq; earum equidiſtanter coꝛauſto minoꝛ eſt neceſſario coꝛda pꝛoſtrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartarũ maioꝛis ſpere tam ſuperioꝛis hemiſperij q̃; inferioꝛis ad eius ſimilitudinem quadrilateris trilaterıſq; ſuperficiebus ſubtexantur: eritq; maioꝛi ſpere coꝛpus. 72. baſium ſuperficiem minoꝛis ſpere minime tangentium quemadmodũ ꝓpoſitũ fuerit inſcriptũ Dico inſuꝑ ꝙ ſi in alia qualiber ſpera ſimile coꝛpus ſtatuat̃ erit ꝓpoꝛtio vnius ad alteꝝ ſicut diametri vnius ſpere ad diametrũ alterius triplicata erunt enim ex. 72. baſis vtriuſq; coꝛpis baſes totidem lateratāꝝ piramidũ quaꝝ omnium vertices erunt in centris ipſaꝝ ſperaꝝ has autẽ piramides perficies. ſi a ſingulis angulis inſcriptoꝝ coꝛpoꝝ que ſũt extremitates coꝛdarũ ⁊ coꝛauſtoꝝ lineas ad centra ſperaꝝ pꝛoduxeris. ſtude itaq; ex diffinitione ſiliũ coꝛpoꝝ ꝓbare cũctas piramides vni9 eẽ ſiles ſuis relatiuis piramidibus alterius. Quo ꝓbato erit ex. 8. huius ꝓpoꝛtio vniuſcuiuſq; earum vni9 ad ſuã relatiuã alterius ſicut ꝓpoꝛtio ſemidiametroꝝ ſperaꝝ ipſarum triplicata. ſunt eñ ſemidiametri ſperaꝝ latera cunctaꝝ piramidum. At qꝛ ſemidiametroꝛum ⁊ diametroꝛum eſt ex. 15. quinti vna ꝓpoꝛtio ex. 13. eiuſdem facile concludes pꝛopoſitum.



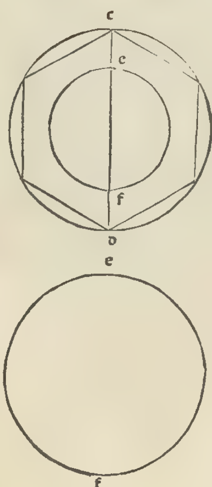
Pꝛopoſitio .15.



OMnium duarum ſperarum eſt pꝛopoꝛtio alterius ad alteram tanquã ſue diametri ad diameꝝ alterius pꝛopoꝛtio triplicata.

¶ Sint due ſpere. a. b. ⁊. c. d. quarum diametri ſint. a. b. ⁊. c. d. dico ꝙ pꝛopoꝛtio earum eſt ſicut ſuarum diametroꝛũ ꝓpoꝛtio triplicata Cuius demonſtratio eſt qm̃ neq; ad minoꝛẽ ſperã q̃; ſit ſpera. c. d. neq; ad maioꝛẽ eſt pꝛopoꝛtio ſpere. a. b. ſicut diametri. a. b. ad diameꝝ. c. d. triplicata. Eſto quidẽ ꝓpoꝛtio ſpere. a. b. ad ſperam. e. f. ſicut diametri. a. b. ſpere. a. b. ad diametrũ. c. d. triplicata: demonſtrabo itaq; ꝙ ſpera. e. f. non poteſt eſſe minoꝛ neq; maioꝛ q̃m ſpera. c. d. ſi enim affirmet aduerſarius eam eſſe minoꝛem imaginaboꝛ eam includi a ſpera. c. d. ⁊ circũduci ab eodem centro ⁊ inſcribam ſpere. a. b. qđ etiã nomine

tue spere dicat̄.a.b.ꝯstat itaq3 ex scḋa pte p̄missē ⁊.11.quīti ꝙ ꝓportio spere.a.b. ad sperā .e.f.ē sicut corpis mltaꝝ basiū qḋ ē.a.b.ad corp⁹ multaꝝ basiū:qḋ ē. c.d. vtraq3 eni ē sicut diameter. a.b.ad diametrū.c.d.triplicata:hec aūt ex ypothe.illa vero ex scḋa pte p̄missē:quare pmutatim ꝓportio spere .a.b.ad corpus multarum basium.a.b.ē sicut spera.e.f.ad corpus multaꝝ basium.c.d. cū igit̄ spera.a. b.sit maior corpore multaꝝ basiū.a.b.erit etiā spera.e.f.maior corpore multaꝝ basium c.d.hoc aūt est impossibile.nā ipsa est pars ei⁹:nō ē ergo spera.e.f.est minor spera.c.d.Si aūt dicat aduersarius eā esse maiorē cōfutabimus ipsū hoc modo: erit eni per cōuersā proportionalitatē spera. e.f. ad sperā.a.b. sicut diametir.c.d.ad diametrum.a.b.triplicata.sit itaq3 eadem spere.c.d.ad speram.g.b.eritq3 ex. 14: quinti spera.g.b.minor spera.a.b.eo ꝙ spera.c.d.posita est minor spera .e.f.q̄re ꝓportio spere.c.d.ad aliquā sperā minorē spera.a.b.est sicut diametri .c. d.ad diametrum .a.b.triplicata .At hoc est impossibile:nam ex hoc sequit̄ ꝙ ps sit maior suo toto ut demonstratū est prius.itaq3 spera.e.f.nō est maior neq3 minor q̄3 spera.c.d.igitur ex.7.quinti conclude propositā conclusionē que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Terciusdecimus.

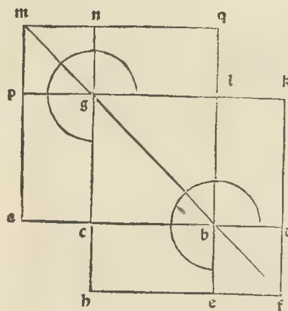


Propositio .1.



Cum diuisa fuerit linea scḋm proportionem habentem mediū duoq3 extrema:si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diuise:quadratū linee ex eis duabus composite quadrati medietatis eiusdē linee diuise quintuplum esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.diuisa i puncto.c.ꝓut docet.29.sexti.⁊ sit maior portio eius linea .b. c.cui.b.c.directe adiungat̄ linea .b.d. que sit equalis medietati toti⁹ a.b.dico ꝙ quadratū linee.c.d. erit quintuplum ad quadratū linee.b.d.Quadrabo eni lineā.b.d.⁊ sit eius quadratū.d.e.⁊ circūponā huic quadrato gnomonē scḋm quantitatē linee.b.c.ꝓtracta diametro.f.b.g. sitq3 circūpositus gnomo.e.g.d.eritq3 ex. 22.sexti superficies inde cōposita que sit.h.k tanq̄3 quadratū linee.c.d.dico igitur quadratū.h.k.quintuplū esse ad q̄dratū.d.e sit igit̄.e.l.quadratū circūpositi gnomonis sibi que circūponatur alius gnomo ad quātitatē linee.a.c.ꝓtracta diametro.f.b.vsq3 ad.m.sitq3 hic gnomo.c.m.l.⁊ protrahant̄ linee.c.n.⁊.p.l.equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrū.f.m.in puncto.g.Manifestū est aūt ex.22.sexti ꝙ compositū ex hoc secundo gnomone ⁊ quadrato.c.l.⁊ ipsū quadratū sit.a.q.est quadratū linee.a.b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplū ad quadruplū.d e.eo ꝙ linea. b. d.ē medietas linee.a.b.cūq3 sit ex p̄ma parte.16.sexti supficies.a.n.ideoq3 p.43.p̄mi superficies .m.l.equalis q̄drato.c.l.ꝓuenit eni.a.n.ideoq3 ⁊.m.l. ex.b.a.in. a.c.⁊.c.l. ꝓuenit ex.c.b.in se ⁊ cum ex prima sexti sit.a.l.dupla ad.l.d. ideoq3 equalis. l.d. ⁊.c.c. pariter acceptis ex.43. primi erit ex hac cōmuni scientia:si equalib⁹ equalia addas tota fient equalia:quadratum .a.q. eq̄le gnomoni .e.g.d.hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum.d.e. queādmodū erat quadratū.a.q. itaq3 totum quadratum.h.k.cum ipsum constet ex simplo ⁊ quadruplo erit ex cōmuni scientia



quintuplũ ad idẽ qd̓ ẽ ꝓpoſitũ. Jdẽ aliter ex quarta ſcđi cõſtat ꝙ quadratũ linee a.b.ẽ quadruplũ ad quadratũ linee.b.d. At per ſcđam eiuſdẽ qd̓ fit ex.a.b.in.b.c.⁊ in.a.c.ẽ equale quadrato .a.b.qd̓ aũt ex.a.b.in.b.c.equũ ẽ ei qd̓ ex.b.d.bis i.b.c.qd̓ ex prima ſcđi manifeſtũ eſt.cũ.a.b.ſit dupla ad.b.d. At vero qd̓ ex.a.b.in.a.c.ẽ ex prima pte. 16.ſexti equale quadrato.b.c.itaq̃ p cõem ſciam qd̓ fit ex.b.d.biſ in.b.c.⁊ qd̓ ex.b.c.in ſe ẽ equale quadrato.a.b.⁊ ideo ẽ quadruplũ ad quadratum b.d.quare ſupaddito quadrato.b.d.erit totũ aggregatũ quintuplũ videlicet illud qd̓ fit ex.b.d.bis in .b.c.cum q̃drato .b.c. ⁊ q̃drato.b.d. atquia ex quarta ſecundi hoc totũ eſt equale quadrato.c.d.conſtat verum eſſe quod diximus.

Propoſitio .2.



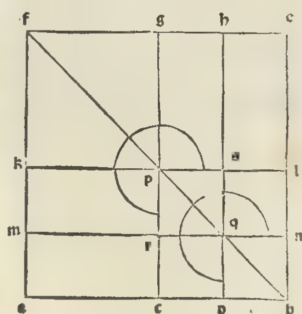
J cuilibet linee bipartite cuius quadratum quadrati alterutrius ſuaꝝ portionũ ſit quintuplũ in longũ ſibi linea addatur donec eidẽ portioni reliq̃ portio cũ addita linea fiat duplex: eadẽ duplex linea ſcđm ꝓportionẽ habentẽ medium duoq̃ extrema diuiſa erit maiorq̃ portio eius erit linea media. ¶ Hec ẽ cõuerſa premiſſe duplici quoq̃ modo ſicut illa demõſtrabitur via retrograda eadẽ prorſus manente diſpõne. verbi grã. ſit quadratũ b.k.quintuplũ ad quadratũ.d.e.⁊ linea.a.b.dupla ad lineã.b.d.dico ꝙ linea.a.b.diuiſa ẽ in puncto.c.ſm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema ⁊ maior portio eius ẽ linea media vt ẽ.c.b.cõſtat aũt ex.4.ſcđi ꝙ quadratũ.a.q. quadruplum ẽ ad quadratũ.d.e.itaq̃ gnomo.g.d.e.equalis ẽ quadrato.a .q.quocirca duo ſupplementa.l.d.⁊.c.e.piter accepta ſunt quantũ gnomo.c.m.l.atq̃ eadẽ ſupplementa pariter accepta ſunt ex prima ſexti quantũ.a.l.ideoq̃ quantũ.c.q.ſequit̃ ꝙ.c.q ſit equalis gnomoni .c.m.l.dempta igit̃ ab vtroq̃ ſupficie.l.n.erit quadratum.c.l equale ſuperficiei.a.n.cum igit̃ fiat ſupficies.a.n.ex.a.b.in.a.c. ſit autem quadratum.c.l.quadratũ linee.c.b.erit ex ſcđa pte. 16.ſexti proportio.a.b.ad.b.c.ſicut.b c.ad.c.a.ex diffinitione ergo linee ſm proportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema diuiſe poſitã in principio ſexti libri cõclude ꝓpoſitũ. Jtẽ aliter cum quadratũ.c d ſit ex ypotheſi quintuplũ ad quadratũ.b.d.quadratũ vero.a .b.ſit ex quarta ſcđi quadruplũ ad idem.at quadratũ.c.d.ſit ex eadem equale quadrato .c.b. ⁊ quadrato .b.d.⁊ ei qd̓ fit ex.b.d.bis in.c.b.ſequitur ut illud qd̓ fit ex.b.d.bis in.c.b. cum quadrato.c.b.ſit equale quadrato.a.b.ſed ex.b.d.bis in.c.b.tm̃ ẽ quantũ qd̓ ex.a b.in.b.c.eo ꝙ.a.b.dupla eſt ad.b.d.ergo quod fit ex.a.b.in.b.c.cu̾ quadrato.b c.eſt equale quadrato.a.b.⁊ qr ex ſcđa ſcđi qd̓ fit ex.a.b.in.b.c.⁊ in.a.d.eſt equale quadrato.a.b.ſequitur ex cõmuni ſcientia ut quadratum linee.b.c.ſit equale ei qd̓ fit ex.a.b.in.a.c.igitur ex ſecunda parte.16.ſexti ⁊ diffinitione conſtat ꝓpoſitum.

Propoſitio .3.



Um diuiſa fuerint linea ſcđm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema ſi minori portioni tanq̃ dimidium maioris directe iungatur: erit vt quadratum linee inde compoſite quintuplum ſit quadrati qd̓ ex ipſa maioris medietate portionis deſcribit. ¶ Sit linea.a.b.diuiſa in puncto.c. ſecundum proportionẽ habentẽ medium ⁊ duo extrema .ſitq̃ eius maior portio linea.c b.que diuidatur per equalia in.d.dico ꝙ quadratum linee .a.d.eſt quintuplum ad quadratũ linee.c.d.deſcribatur enim quadratũ.a.b.quod ſit .a.e. in quo ꝓtrahãt̃

diametri.b.f.ꝛ linee.g.c.ꝛ.p.h.itemqꝫ.k.l.ꝛ.m.n.equidiſtanter lateribus oppo/ſitis ſecantes ſe inuicē ſup diametꝝ in duobus punctis.p.ꝛ.q.ꝛ extra diametrū in duob⁹ alijs locis .r ꝛ.ſ.manifeſtū igitᷣ ē ex.22. ſexti vel ex correlario quarte ſcđi: ꝙ omnes ſuperficies exiſtentes in quadrato.a.e.quas diameter diuidit per medium ſunt quadrate:quatuoꝛ autem ſuperficies que ſunt.a.r.m.p.p.b.ꝛ.ſ.e.conſtat ex 43.pꝛimi ꝛ pꝛima ſexti eſſe adinuicē equales.nā due poſtreme.p.b.ꝛ. ſ.e.ſunt ad/inuicē equales ex pꝛima ſexti qm̄ igitᷣ ex pn̄ti ypotheſi ꝛ diffinitiōe linee ſm ꝙ ꝓ/ponitᷣ diuiſe ꝛ pꝛima pte.16.ſexti quadratū.c.l.ē equale ſupficiei.a.g.ideoqꝫ ꝛ gnomoni.r.f.ſ.ꝓpter id qđ ſupficies.a.r.ē equalis ſuperficiei.p.b.ꝛ qm̄ ex quarta ſe/cundi quadratū.c.l.eſt quadruplū ad quadratū.r.ſ.qđ ē tanq̄ꝫ quadratū linee.c.d ſequitur ex cōmuni ſcientia ꝙ quadratū.m .b.ſit quintuplū quadrati .r.ſ. conſtat enī ex gnomone quadruplo ꝛ .r.ſ.ſimplo.hoc aūt eſt pꝛopoſitū. Idē aliter cū ſit linea.b.c.diuiſa per equalia in puncto.d.ꝛ addita eſt ei linea.a.c.erit ex.6.ſecūdi quod fit ex .a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d.interiacentis equale q̄drato.a.d.at qꝛ quod fit ex.a.b.in.a.c.equale ē quadrato.c.b.ex pꝛima pte.16.ſexti:hoc autem eſt quadruplum ad quadratum .c.d.manifeſte pꝫ veritas eius qđ dicitᷣ. Potes quoqꝫ ſi libet etiam duplici modo ex cōſequēte huius ſuū antecedens cōcludere pꝛoceſſu retrogradu.ſit enī eadē diſpoſitione manente quadratū .m.b.quintuplū ad qua/dratū.r.ſ.eritqꝫ gnomo.r.f.ſ.equale quadrato.c.l. Vtrūqꝫ enī eſt quadruplū ad quadratū.r.ſ.at qꝛ ſupficies.a.g.ē equalis gnomoni pꝛedicto neceſſe ē vt ſupficies eadē ſit equalis quadrato pꝛedicto:quare ex ſcđa pte.16.ſexti. ꝛ diffinitione linea a.b.ē diuiſa in puncto.c.ſm ꝓpoꝛtionē habentē medium ꝛ duo extrema:ꝛ maioꝛ poꝛtio eius ē linea.c.d. Idē aliter cū ſit ex ypotheſi quadratū linee.a.d .quintuplū ad quadratū linee.c.d.ꝛ ex .6.ſcđi idē ipſū quadratum ſit equale ei quod fit ex.a.b in.a.c.cum quadrato.c.d.ſequitᷣ vt id qđ fit ex.a.b.i.a.c.cū quadrato.c.d.ſit quintuplum ad idē quadratū.c.d.ideoqꝫ eo dempto erit reſiduū videlicet qđ fit ex.a.b in.a.c.quadruplū ad ipſum ꝛ qꝛ etiā ex quarta ſcđi quadratum linee.c.b.ē quadruplum ad idē neceſſe ē vt qđ fit ex.a.b.in.a.c.ſit equale quadrato.c.b.quare iterum ex ſecunda pte. 16.ſexti ꝛ diffinitione linea.a.b.ē diuiſa ſm pꝛopoꝛtionē habētem medium ꝛ duo extrema in puncto.c.ꝛ maioꝛ eius poꝛtio eſt linea.c.b.



Pꝛopoſitio .4.

SI ſcđm pꝛopoꝛtionē habentē mediū ꝛ duo extrema que/libet linea fuerit diuiſa eiqꝫ i longū directe tanq̄ꝫ maioꝛ ſectio adijciatᷣ:erit totā lineā inde cōpoſitā ſm ꝓpoꝛtio/nem habentē mediū ꝛ duo extrema diuiſaꝫ eſſe ꝛ erit eius maioꝛ poꝛtio linea pꝛima.

¶Sit linea.a.b.diuiſa qua ſupponitᷣ ꝓpoꝛtione in puncto.c.ꝛ ſit eius maioꝛ poꝛtio.c.b.totiqꝫ.a.b.adijciatᷣ directe linea.b.d.que ſit equalis.c.b.dico ꝙ tota.a.d. eadem pꝛopoꝛtione diuiſa eſt in puncto.b.ꝛ maioꝛ eius poꝛtio ē linea .a.b .que ē linea pꝛima. Eſt enī ex diffinitione .a.b.ad.b.c.ſicut.b.c.ad.c.a.at qꝛ ex ſeptima quinti .a.b.ad.b.d.ſicut ad.b.c.igitur ex vndecima eiuſdē.a.b.ad.b.d. ſicut. b.c. ad.c.a. quare per cōuerſam pꝛopoꝛtionalitatem.b.d.ad.b.a. ſicut.a .c.ad.c .b.et coniunctim.d.a.ad.a.b.ſicut.a.b.ad.b.c.Cumqꝫ ſit ex ſeptima quinti.a. b.ad.b.c ſicut ad.b.d.erit ꝗ ex vndecima eiuſdē.d.a.ad.a.b.ſicut.a.b.ad.b.d.itaqꝫ ex diffinitione linea .a.d.diuiſa eſt in puncto .b.ſecundū pꝛopoꝛtionem habentē medium



⁊ duo extrema ⁊ maioꝛ poꝛtio eius eſt linea.a.b.quod eſt pꝛopoſitum. Eodē quoqꝫ modo ſi ex maioꝛi poꝛtione cuiuſlibet linee ſecundū pꝛedictā ꝓpoꝛtionē diuiſe tanq̄ꝫ minoꝛ poꝛtio detrahatur:erit ipſa maioꝛ poꝛtio ſcd̄m eandē pꝛopoꝛtionem diuiſa.eritqꝫ maioꝛ poꝛtio eius linea detracta.verbi gratia.Sit linea.a.b.ſicut ꝓponitur in puncto.c.diuiſa ſitqꝫ maioꝛ poꝛtio.a.c.a qua detrahať.c.d.equalis.c.b.dico ꝙ.a.c.ē diuiſa:ſm̄ pꝛopoꝛtionē eandem ī puncto.d.⁊ ꝙ maioꝛ poꝛtio eiꝰ ē linea.d.c.cum enī ſit ex diffinitione.b.a.ad.a.c.ſicut.a.c.ad.c.b.At ex ſeptima quinti.a.c.ad.c.b.ſicut ad.c.d.erit ex vndecima eiuſdē.b.a.ad.a.c.ſicut.a.c.ad c d.idcoqꝫ per.19.quinti:ſicut.c.b.reſiduū ad.d.a.reſiduū.ſed ex ſeptima eiuſdem c.b.ad.d.a.ſicut.c.d.ad.d.a.itaqꝫ.a.c.ad.c.d ſicut.c.d.ad.d.a.ex diffinitiōe ergo cōſtat qd̄ diximꝰ:nec igiť ea quā auctoꝛ ꝓponit additio nec ea quā ex oppoſito pꝛoponimus detractio quātūcunqꝫ vtralibet in pꝛolixum tendat a pꝛopꝛietate diuiſionis linee pꝛimitiue diſcoꝛdat.

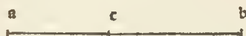


Pꝛopoſitio .5.



I ſecūdū pꝛopoꝛtionē habentē medium ⁊ duo extrema quelibet linea fuerit diuiſa qd̄ ex tota linea quodqꝫ ex minoꝛi poꝛtione pꝛoduciť ambo q̄drata ꝑiter accepta triplū ſunt eius qd̄ ex maioꝛe poꝛtione quadratū deſcribiť.

¶ Sit linea.a.b.diuiſa per ſepe dictā poꝛtionē in puncto.c.ſitqꝫ maioꝛ poꝛtio eius linea.c.b.dico ꝙ quadrata duarum linearum.a.b.⁊.c.a.pariter accepta triplum ſunt ad quadratum linee.c.b.hec enim duo quadrata pariter accepta ſunt ex ſeptima ſecundi quantum quadratum.c.b.⁊ duplum eius quod fit ex a.b.in.a.c.itemqꝫ quia quod fit ex.a.b.in.a.c.eſt equale quadrato.c.b.ex diffinitione ⁊ pꝛima parte.16.ſexti:manifeſtum eſt pꝛopoſitum.



Pꝛopoſitio .6.



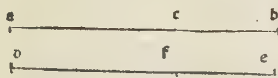
Mnis rationalis linee ſecundū pꝛopoꝛtionem habentē mediū ⁊ duo extrema diuiſe vtranqꝫ poꝛtionem reſiduū eſſe neceſſe eſt.

¶ Sit linea.a.b.ſm̄ ſolutā pꝛopoꝛtionem diuiſam in puncto.c.rationalis.dico ꝙ vtraqꝫ poꝛtio eius reſiduū.Sit enī maioꝛ eiꝰ poꝛtio.a.c.cui directe adijciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.eritqꝫ etiā.d.a.rationalis ex.6.decimi libꝛi ⁊ diffinitione.conſtat autē ex pꝛima huius ꝙ quadratū linee.d.c.quintuplū ē ad quadratū linee.d.a.igiť linea.d.c.eſt cōicans linee.d.a. in potentia ex diffinitione.ſed non in longitudine ex vltima ꝑte.7.decimi quare ꝑ 68.decimi linea.a.c.eſt reſiduum cum due linee.c.d.⁊.d.a.ſint ambe rōnales potentialiter tm̄ cōicantes.⁊ quia iterum ſi ad lineam rationalem.a.b.adiungatur ſuperficies equalis quadrato linee.a.c.que eſt reſiduum erit latus eius ſecundum linea.c.b.ex pꝛima ꝑte.16.ſexti neceſſe eſt ex.92.decimi vt linea.c.b.ſit reſiduū pꝛimum:quare conſtat pꝛopoſitum.Amplius autē ſi linee ſic diuiſe vt pꝛoponiť maioꝛ poꝛtio fuerit rōnalis:erit minoꝛ reſiduum:verbi grā.ſit vt pꝛius.a.b.diuiſa ī.c ſm̄ dictam pꝛopoꝛtionem ⁊ maioꝛ poꝛtio eius que eſt.a.c.ſit rōnalis que diuidať per equalia in.d.eritqꝫ ex tertia huius quadratū.d.b.quintuplum ad quadratum d.c.at qꝛ.d.c.ē rōnalis cuꝫ ipſa ſit dimidiū.a.c.ſequiť vt due linee.d.b.⁊.d.c.ſint rōnales potentialiter tm̄ cōicantes quare ut pꝛius linea.c.b.eſt reſiduum.at vero ſi linea rōnalis in potentia tm̄ ſm̄ pꝛopoꝛtionem habentem mediū ⁊ duo extrema





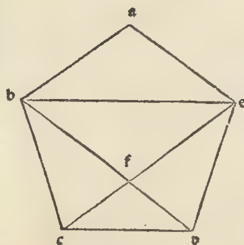
diuidať adhuc necesse est vt vtraqȝ portio eius sit residuū.sit eni.a.b.rōnalis i potentia tm̄ diuisa sicut ꝓponitur in puncto.c.⁊ sumať aliqua rōnalis in longitudie que sit.d.e.q̄ etiā diuidať in.f.ƀm p̄dictā proportioné. manifestū est igiť ex secūda 14.libri que sine adminiculo alicuius eoꝝ que sequūtur inconcussa demōstratione roborať ꝙ ꝓportio.a.b.ad.d.e.est sicut.a.c.ad.d.f.⁊ sicut.c.b.ad. f.e.Cum ergo a.b.cōicet cum.d.e.in potentia sequiť ex prima pte.10.decimi ꝙ.a.c.communicet cū.d.f.⁊.c.b.cū.f.e.in potentia.Et q̄ꝛ vtraqȝ portio linee.d.e.ē residuum ut patet ex predictis sequiť ex.98.decimi vt vtraqȝ portio linee.a.b.sit etiā residuū sed non eiusdem speciei vt ibidē demonstratū est.Quare cōstat ꝙ oēs linee rōnalis in longitudine vel in potentia tm̄ scdm ꝓportioné habenté mediū ⁊ duo extrema diuise vtraqȝ portio ē residuū.Et nota ꝙ prima ps p̄ntis demonstrationis qua demonstrať ꝙ maior portio linee diuise ƀm ꝓportioné habenté mediū ⁊ duo extrema sit residuū si tota linea sit rōnalis ꝓcedit ex sufficientib⁹ siue tota linea ponať rōnalis in longitudine siue in potentia tm̄.Scđa vero ps qua demonstrať hoc de minori portione ꝙ ipsa quoqȝ sit residuū si tota ē rōnalis nō ꝓcedit ex sufficientib⁹ nisi tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aut pars qua ꝓbatur ꝙ minor portio ē residuum sufficienter procedit siue maior portio sit rationalis inlongitudine siue in potentia tantum.Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise ꝙ ipsa sit residuū sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tm̄.sed ad cōcludendū quoqȝ hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portioné maioré.silr rōnalé in potentia tm̄. sed ad cōcludenduȝ hoc de minori portione mediante necesse est ponere totā lineā esse rōnalem i longitudine aut vtēdū ē scđa.14.libri quēadmodū dictum est.



Propositio .7.

Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoqȝ idē pentagon⁹ eē ꝓbať.

¶Sit pentagonus.a.b.c.d.e.equilater⁹.sintqȝ quilibet tres ei⁹ anguli siue cōtinue siue incōtinue:sumanť adinuicē equales ⁊ sint pri⁹ incontinue sumpti.sintqȝ anguli.a.c.d.illi tres qui ponunť adinuicē equales dico totū pentagonū eē equiangulū.His angulis subtendanť chorde.b.e.b.d.⁊.e.c.⁊ totus pentagonus diuidať in trigonū ⁊ quadrilateꝝ cuius due diagonales sint chorde duoꝝ proximoꝝ equaliū anguloꝝ secantes se intra quadrilaterū ipsū in puncto.f.eritqȝ p quartā primi basis.b.e.equalis basi.b.d.⁊ angulus.a.e.b.equalis angulo.c.d.b.Cumqȝ p quintā primi angulus.b.e.d.sit equalis angulo b.d.e.eo ꝙ duo latera.b.e.⁊.b.d.sint equalia. erit ex cōi scia totalis angulus.e.equalis totali angulo.d.similiter probabis totalé angulum.b.esse equalé angulo totali.c.est eni per quartā primi basis.b.e.equalis basi.c.e.⁊ angulus.a.b.e.equalis angulo.d.c.e.per quintā aūt eiusdé scȝ primi est angulus.c.b.e.equalis angulo.e.c.b.igiť ex cōi scia totalis angul⁹.b.ē equalis totali angulo.c.Sint itaqȝ tres anguli.b.c.d.cōtinue sūpti equales ⁊ sic quoqȝ erit pentagonus equiangulus:erit enim ex.4.primi basis.b.d.equalis basi.c.e.⁊ angulus.c.d.b.angulo.d.c.e.⁊ angulus.b.d.c.angulo.e.c.d.quare p sextā primi due linee.c.f.⁊.f.d.erūt equales cū duo anguli trianguli.f.c.d.qui sunt ad basim.c.d.sunt equales:igiť ex hac cōi scia erit linea.f.b.equalis linee.f.e.erat eni tota.b.d.equalis toti.c.e.ideoqȝ per quintā primi erit angulus.f.b.e.equalis angulo. f.e.b. p eandé auté ē angulus.a.b.e.



equalis angulo.a.e.b.itaqʒ per cōem sciam angulus.b.totalis est equalis angulo e.totali tres eni partiales anguli cōponentes vnū sunt equales tribus ptialibꝰ cō/ponentibus alium vnusquisqʒ suo relatiuo. Manifestū ē igitur ꝙ tres anguli.e.b c.nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales.cū aūt sic demōstratuʒ est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.



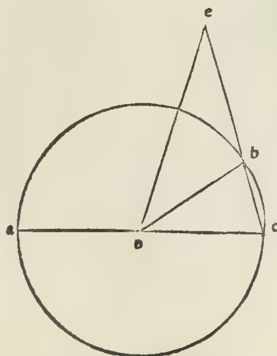
Omnis trianguli equilateri qđ a latere suo quadratū de/scribitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipse circūscribitur. ¶Sit triangulus .a.b.c. equilaterus cui circūscribatur.circulus .a.b.c.supra centrū.d.quēad modum docet quinta quarti libri ꝛ protrahaē in eo diameter.a.d.e dico ergo ꝙ quadratū linee.a.b.triplū est ad quadratū semidiametri.a.d. ducanē eni due linee.b.d.ꝛ.d.c.ꝛ arcui.b.c.subtendaē chorda.b.e.eritqʒ ex octaua primi angulus.b.a.d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimā sexti arcus.b.e.est equalis arcui.e.c.Et qꝛ ex.27.tertij tres arcus.a.b.b.c.ꝛ.c.a.sunt adinuicē equales eo ꝙ eoꝝ chorde que sunt latera trigoni sūt equales ex ypothesi :erit arcus.b.e.sexta ps circūferentie.ideoqʒ chorda.b.e.erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correl'.15.q̄rti linea.b.e.ē eq̄lis semidiametro.a.d. Manifestū ē autē ex prima parte.30.tertij ꝙ angulus.a.b.e.est rectus.ideoqʒ quadratum linee.a.e.ē equal' quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.e.pariter acceptis ex penultima p̄mi. At ve/ro quadratū.a.e.quadruplū ad quadratum.b.e.ex quarta scōi cum linea.a.e.sit dupla.b.e.relinquitur ergo quadratū.a.b.triplū esse ad quadratum.b.e.ꝛ ideo ad quadratum.a.d.qđ est propositum. Nō lateat aūt nos ꝙ linea.b.c.que ē latus tri goni diuidat semidiametꝝ.d.e.per equalia. Esto quidē punctus diuisionis.f.con/stat igiē ex quarta primi ꝙ .b.f. est equalis f.c.ideoqʒ per primam partem tertie tertij omnes anguli qui sunt ad.f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratū .b.d.ē equale quadratis duarum linearum.d.f.ꝛ.f.b.quadratum vero.b.e.equale quadratis duarum linearum que sunt .b.f.ꝛ. f.e. Et qꝛ.b.d.est equalis.b.e.erunt ex comuni sciencia duo quadrata duarum linearum.b.f.ꝛ.f.d.pariter accepta equa lia duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.b.f.ꝛ.f.e.pariter acceptis: dempto igiē utrinqʒ quadrato .b.f.erit ex cōi scia quadratum .f.d. residuum equale quadrato.f.e.re/siduo quare ꝛ linea.f.d.linee f.e.ex hac cōi scientia quaꝝ quadrata sūt equalia eas lineas eē equales. Ex hoc itaqʒ manifestū ē ꝙ perpendicularis ducta a centro circu li ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ē dimidio linee ducte a cētro eiusdē circuli ad ipsius circūferentiam.

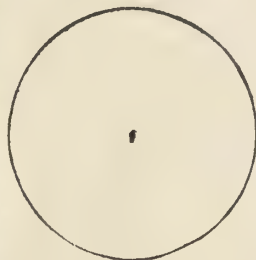
Propositio .9.



Si latus exagoni equilateri latusqʒ decagoni equilateri quos ambos vnus idēqʒ circulus circūscribit sibi inuiceʒ in lōgū directūqʒ coiūganē tota linea ex eis cōposita ſm ꝓportionē habētē mediū ꝛ duo extrema diuisa erit ma/iorqʒ eius portio latus exagoni. ¶Sit circulus .a.b.c.cuius centrum .d.ꝛ diameter .a.d.c.sitqʒ arcus .c.b.quinta ps arcus semicirculi.a.b.c. cui subtendaē chorda.c.b.quā ꝯstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti adiungaēqʒ linee .c.b.incōtinuū ꝛ directū linea .b.e.que ponatur eē eq̄/lis lateri exagoni equilateri p̄dicto circulo inscripti dico totā lineā.c.e.diuisam eē in puncto.b.ſm ꝓportionē habentē mediū ꝛ duo extrema ꝛ maioreʒ eiꝰ portionē

dico eſſe lineā.b.e.que eſt latus exagoni: ducant̄ eni in centꝝ due linee.e.d.⁊.b.d. eritq; angulus.e.equalis angulo .b.d.c.ex.5.primi ꝓpter hoc ꝙ linea.c.b.ē eq̄lis linee.b.d.ex correl'.15. quarti angulus quoq;.d.b.c.eſt equalis angulo.c.ex.5.primi:quare ex:32.primi angul⁹.a.d.b.erit duplus ad angulū.d.b.c.⁊ q2 ꝑ eādē angulus.d.b.c.ē duplus ad angulū.e.ſequit̄ vt angulus.a.d.b.ſit quadrupl⁹ ad angulū.c.Eſt eni ex cōi ſcia q̄druplū quicquid fuerit duplū dupli.cūq; ſit ēt idē angulus.a.d.b.quadruplus ad angulū.b.d.c.ex vltima ſexti co ꝙ arcus.a.b. ē quadruplus ad arcū.b.c.neceſſe ē ex cōi ſcia ut angulus.e.ſit equalis angulo.b.d.c.ſi igit̄ intelligant̄ duo trianguli.d.e.c.totalis.⁊.b.d.c.ꝑtialis cū angulus.e.totalis ſit eq̄lis angulo.b.d.c.partialis ⁊ angulus. c.ſit cōis vtriuſq; neceſſe ē ex.32.primi:vt ipſi ſint equianguli:quare per quartā ſexti ꝓportio duoꝝ lateꝝ.e.c.⁊.c.d.cōtinentiū angulū .c.i totali triāgulo ē ſicut duoꝝ lateꝝ. d.c.⁊ .c.b.ꝯtinētiū eūdē angulū i ꝑtiali triangulo quia ḡ ꝓportio.e.c.ad.c.d.ē ſicut ad.e.b.ex ſcd̄a ꝑte.7.quinti.⁊ d.c.ad. c.b.ē ſicut. e.b .ad eādē ex ꝑ̄ma ꝑte eiuſdem.ſequit̄ ex.11.quinti ut ſit proportio.e.c.ad.e.b.ſicut.e.b.ad.b.c.igitur a dione cōclude ꝓpoſitū lineā. e.c.eſſe diuiſā ſm̄ proportionē habētē mediū ⁊ duo extrema ⁊ maiorē portionē eius eē latus exagoni ꝙ oportuit nos demonſtrare.Cōuerſam quoq; demonſtrare ꝯuenit qd̄ facile fiet via retrograda:eā eni aſſumit Ptolemeus capitulo .9.prime dictiōis almagesti ad demonſtrandū quantitatē chordaꝝ arcuū circuli. Dico itaq; ꝙ ſi linea quelibet ſm̄ proportionē habentē mediū ⁊ duo extrema diuidat̄ cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni:eiuſdē minor erit latus decagoni.At vero cuius minor erit lat⁹ decagoni eiuſdē maior erit latus exagoni.Sit eni priori diſpoſitiōe manente linea.e.c.diuiſa in puncto.b.ſm̄ predictā proportionē ⁊ maior ei⁹ portio ſit.e.b.dico ꝙ cuiuſcūq; circuli linea.e.b.eſt lat⁹ exagoni eiuſdē ē linea .b.c. latus decagoni:⁊ cuiuſcunq; circuli linea.b.c.eſt latus decagoni eiuſdē eſt linea.e.b.lat⁹ exagoni. Intelligo aūt hoc de exagonis ⁊ decagonis equilateris.ſi eni ſit.e. b.latus exagoni circulo.a.b.c. inſcripti:erit ꝑ correl'.15. quarti.e.b.equalis.d.c.⁊ quia ꝓportio.e.c ad.e.b.eſt ſicut.e.b.ad.b.c.ex ypotheſi erit ex:7.quinti. e.c. ad.d.c. ſicut.d.c.ad.c.b.igit̄ ex.6.ſexti duo trianguli.e.d.c.⁊.d.c.b.ſunt equianguli:angulus ergo.e.eſt equalis angulo.b.d.c.ipſos eni latera ꝓportionalia reſpiciunt.cūq; ſit angul⁹.a.d.b.q̄druplus ad āgulū.e.ex.32.p̄mi bis aſſūpta.⁊ quita eiuſdē bis: ſequit̄ vt etiā idē angulus.a.d.b.ſit quadruplus ad angulū.b. d.c. ideoq; ex vltia ſexti arcus.a.b.quadruplus eſt ad arcū.b.c.linea igit̄.b.c.ē latus decagoni.a.b.c. inſcripti.Qd̄ ſi linea.b.c.fuerit latus decagoni circuli.a.b.c.erit.e.b. latus exagoni eiuſdē.ſit eni.e.b.latus exagoni circuli.f.eritq; ex predictis.b.c.latus decagoni eiuſdē.intelligant̄ igitur inſcripti eē decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.⁊.f quoꝝ omnia latera erūt equalia linee .b. c.⁊ quia ois figura equilatera circulo inſcripta ē equiangula vt probatū eſt in.15.quarti libri ſequit̄ vtroſq; decagonos eſſe equiangulos.Cumq; omnes anguli vni⁹ ꝑiter accepti ſint equales omnibus angulis alterius pariter acceptis ſicut euidenter apparet ex demonſtratis in.32.primi: neceſſe ē ex hac cōi ſcia quorūlibet eq̄liū decimas aut quotaſlibet ꝑtes eiuſdē denotationis eē equales ut vnus hoꝝ decagonorū ſit equiangulus alij. ideoq; ſil'is ex dione ſiliū ſuꝑficieꝝ:⁊ q2 ſi due figure ſil'es duobus circulis inſcribant̄:erit ꝓportio duoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ illaꝝ figuraꝝ ſicut duaꝝ diametroꝝ illoru3 circulorum vt apparet ex correl'.18.ſexti libri ⁊ prima . 12.cū latera decagonoꝝ ſiliū inſcriptorū





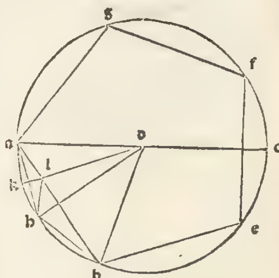
duobus circulis .a.b.c. ⁊.f. ſint equalia ſequitur ut diametri eoꝛum ſint equales. ideoqꝫ et ſemidiametri etiam equales. ſunt autẽ ſemidiametri ⁊ latus exagoni equalia ex coꝛrolario. decima ⁊ quinta ſexti. erit ergo linea .c.b. latus exagoni circuli .a.b.c. inſcripti ſicut ipſa eſt latus exagoni circuli .f. ſibi equalis: hoc autem ē qḋ demonſtrare voluimus. Ex hac aũt nona hui⁹.13. libꝛi noueris exoꝛtã eē decimam quarti libꝛi que duũ equaliũ lateꝝ ꝓponit trigonũ deſcribendũ cuius vterqꝫ duorũ anguloꝝ quos baſis obtinet ad tertiũ duplus exiſtat: talis eni ē vterqꝫ triangulo ꝝ.e.d.c. ⁊.d.c.b. ⁊ ſimpliciter oīs cuius duo latera ſunt equalia maioꝛi poꝛtioni alicuius linee diuiſe ſm ꝓpoꝛtionē habentē mediũ duoqꝫ extrema ⁊ tertiũ quod eſt baſis eſt equale minoꝛi poꝛtioni linee eiuſdē vel cuius duo latera ſũt equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inſcripti: baſis vero ē equalis lateri decagoni equilateri eidē circulo inſcripti qḋ ē ꝓpoſitũ

Propoſitio .10.



Omne latus pentagoni equilateri tanto potentius ē latere exagoni equilateri quantũ poteſt latus decagoni equilateri ſi ſint in eodē circulo ambo inſcripti.

¶ Sit circulus .a.b.c. cuius centꝝ .d. ⁊ diameter .a.d.c. inſcribaturqꝫ ei pentagonus equilaterus qui ſit .a.b.e.f.g. ⁊ a centro .d. ꝓtrahatur perpẽdicularis ad latus .a.b. que producatur vſqꝫ quo obuiet circũferentie in puncto .h. ſitqꝫ .d.h. ⁊ ꝓtrahanṫ due choꝛde .a.h. ⁊ .h.b. que erunt equales adinuicẽ ex ſcḋa pte .3. tertij ⁊ quarta pꝛimi. ideoqꝫ etiã duo arcus .a.h. ⁊ .h.b. eq̃les adinuicem ex .27. tertij. Eſt igitur vtraqꝫ duaꝝ choꝛdaꝝ .a.h. ⁊ .h.b. latus decagoni equilateri ꝓpoſito circulo inſcripti. dico itaqꝫ ꝙ quadratũ linee .a.b. que eſt latus pentagoni ē equale duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ .b.d. ⁊ .a.h. pariter acceptis quarum pꝛima eſt eq̃lis lateri exagoni ex coꝛꝛ.15. quarti: ⁊ ſecunda ē latus decagoni ꝓtrahatur eni a centro .d. ꝑpendicularis ad lineã .a.h. que eſt latus decagoni que ꝓducaṫ vſqꝫ ad circũferẽtiã: ſitqꝫ .d.k: q̃ ſecet lineã .a.b. q̃ ē latus pẽtagoni i pũcto .l. ⁊ ꝓtrahaṫ linea .b.l. ꝯſtat aũt ex ſcḋa pte tertie tertij ⁊ .4. pꝛim ⁊ .27. tertij ꝙ linea .d.k. q̃ eſt ꝑpendicularis ad choꝛdã .a.h. ſimul diuidit ꝑ equalia choꝛdã ⁊ arcũ idqꝫ arcus .a.k. eſt equalis arcui .k.h. quare ex vltima ſexti angulus .a.d.l. ē equalis angulo .l.d.h. ideoqꝫ ex quarta pꝛimi baſis .a.l. baſi .l.h. igiṫ ex quinta pꝛimi angul⁹ .l.a.h. equalis eſt angulo .l.h.a. cũqꝫ etiã ſit ex eadē angulus .h.a.b. equalis angulo .h.b.a. ſequitur vt angulus .l.h.a. ſit equalis angulo .h.b.a. ergo ex .32. pꝛimi duo trianguli .h.a.b. ⁊ .a.h.l. ſunt equianguli. eſt eni angulus .h. maioꝛis equalis angulo .b. minoꝛis ⁊ ãgulus .a. ꝯmunis eſt vtriqꝫ: itaqꝫ ꝑ quartã ſexti ꝓpoꝛtio .b.a. ad .a.h. ē ſicut .a.h. ad .l.a. quare ex pꝛima pte .16. ſexti qḋ prouenit ex .b.a. in .a.l. eſt equale quadrato linee .a.h. que ē latus decagoni. cũ ſit autē ſemicirculus .a.e.c. eq̃lis ſemicirculo .a.f.c. ⁊ arcus .a.e. arcui .a.f. erit arcus .e.c. reſiduus equalis arcui .f.c. reſiduo: quare arcus .e.c. eſt medietas arcus .e.f. ideoqꝫ equalis arcui .a.h. ⁊ duplus ad arcũ .h.k. ⁊ qꝛ arcus .e.b. ē duplus ad arcum .b.h. erit ex .13. quinti totus arcus .c.e.b. duplus ad totũ arcũ .b.h.k. ideoqꝫ ex vltima ſexti angulus .c.d.b. eſt duplus ad angulũ .b.d.l. cumqꝫ etiã angulus .c.d.b. duplus ſit ad angulũ .b.a.d. ex .32. ⁊ quinta pꝛimi. ſunt eni duo latera .d.a. ⁊ .d.b. equalia erit angulus .b.d.l. equalis angulo .b.a.d. itaqꝫ per .32. pꝛimi erit triangulus .b.d.l. equiangulus triangulo .b.a.d. Eſt enim angulus .d. minoꝛis equalis ãgulo .a. maioꝛis. ⁊ angul⁹ .b. ē cōis vtriqꝫ: ergo per quartã ſexti ꝓpoꝛtio .a.b. ad .b.d. ē ſicut .b.d. ad .l.b: quare

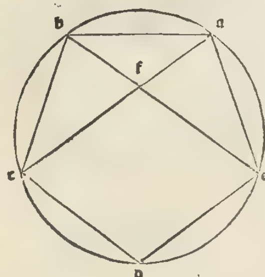


per primam partem.16.sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.est equale quadrato.d.b.at vero probatum est prius q illud qd prouenit ex.a.b.in.l.a.e equale quadrato.a.b.itaqz quod prouenit ex.a.b.in.a.l.z in.l.b.est equale duobus quadratis duarum linearum.a.b.z.b.d.z quia ex scda secundi qd prouenit ex.a.b.in.l.a.z in.l b.est equale quadrato linee.a.b.est autem linea.a.b.lat⁹ pentagoni equilateri proposito circulo inscripti:linea vero.a.b.e latus decagoni equilateri.z linea.b.d.est ex corolario.15.quarti equalis lateris exagoni equilateri pposito circulo inscriptorum inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Propositio .11.

SI duob⁹ ppiquis ãgulis pẽtagoni equilateri ĩtra circulũ descripti a terminis duorũ laterũ due recte linee subtendantur vtraqz alteram scdm proportionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema secabit maiorqz ipsius portio lateri ipsius pẽtagoni equalis erit.

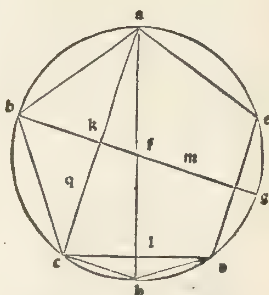
¶Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem litteris signato z duobus eius ppinquis angulis qui sunt.a.z.b.subtendant̃ due recte linee.a c.z.b.e.secantes se inuicẽ in puncto.f.dico itaqz vtranqz harũ esse diuisã i puncto f.sm pportionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema:z q maior portio vtriusqz e equalis lateri pentagoni.Manifestũ est eni ex.27.tertij q quinqz arcus circuli pentagonũ propositũ circũscribentis quorũ latera ipsius pentagoni sunt chorde:sunt ad inuicem equales.ideoqz ex vltima sexti quatuor anguli.a.c.b.a.b.e.b.a.c.z.b.c.a sunt adinuicẽ equales.Nam arcus.a.b.a.c.z.b.c.sunt adinuicem equales.cumqz sit arcus.c.d.e.duplus ad arcũ.b.c.erit quoqz ex vltima sexti angulus.c.a.e.duplus ad angulũ.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus e ad angulũ.f.a b.igitur angulus.a.f.e.e equalis angulo.f.a.e.quare per sextam primi lineã.a.e.e equalis linee.f.e.sunt aũt duo trianguli.a.b.e.z.a.f.b.equianguli per ea q̃ dicta sunt z p.32.primi:est eni angulus.e.maioris equalis angulo.a.minoris z angulus.b.cõis vtriqz:igit̃ p quartã sexti pportio.e.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.f.b.cũqz sit.e.f.equalis.a.b.eo q ipsa ut probatum est equalis.a.e.sequitur ex.7.quinti:vt sit proportio.b.e.ad.e.f.sicut.e.f.ad.f.b.quare per diffinitionẽ linea.e.b.e diuisa sm pportionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema z eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni.si aũt hoc e verũ de linea.e.b.erit quoqz ex.7.quinti z quinta eiusdẽ z diffinitione idẽ verũ de linea.a.c.nam tota.b.e.est equalis toti.a.c.ex quarta primi z portiões portionib⁹ ex sexta primi z cõi scia:portiões eni.a.f.z.b.f.sunt equales ex sexta primi.ideoqz.f.e.z.f.c.residue erunt adinuicẽ equales ex cõceptione vel potes si libet z facilius de linea.a.c.demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam.e.b.



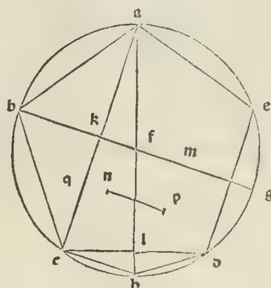
Propositio 12.

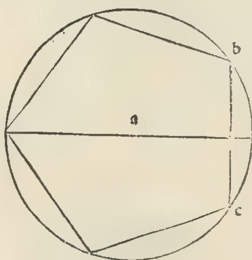
SI circuli pentagonũ equilaterum circũscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.¶Sit pentagon⁹ equilater⁹.a.b.c.d.e.iscript⁹ circulo eisdẽ litteris ascripto c⁹cẽtrũ.f.z due diametri.b.g.z.a.h.sitqz vtraqz harũ diametrorũ linea rõnal'i longitudie: dico tunc q lat⁹ pẽtagoni inscripti erit linea irrõnalis illa videlz q̃ dicit̃ minor:ptrahat̃ eni linea.a.c.q̃ secet diametrũ.b.g.in puncto.k eritqz ex vltima sexti

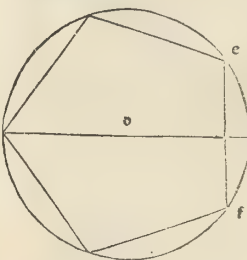
& quarta p̄mi linea.a.c.diuisa a diametro .b.g.orthogonalr & p eq̄lia i pūcto.k.q2 cū semicirculus.b.a.g.sit eq̄lis semicirculo.b.e.g.& arc⁹.b.c.arcui. b. c.sicut ꝯstat ex.27.tertij erit arcus.a.g.residu⁹ equalis arcui.c.g.residuo:iōq3 ex vltima sexti angulus.a.b.g.eq̄lis etiā angulo.c.b.g.cū itaq3 duo latera.a.b.&.b.k.trianguli.a b.k.sint eq̄lia duobus laterib⁹.c.b.&.b.k.trianguli.c.b.k.& angulus.b .vnius angulo.b.alterius:erit ex quarta p̄mi basis.a.k.eq̄lis basi.k.c. & oēs anguli qui sunt ad.k.sunt recti ex prima pte tertie tertij:diameter aūt.a.b.secet latus pētagoni.c. d.in puncto.l.Eritq3 siliter linea.c.d. diuisa a diametro.a .b. orthogonalr.& per equalia in puncto.l.cū eni sint duo arcus.a.d.b.&.a.c.b.eq̄les & arcus.a.c.sit eq̄lis arcui.a.d.erunt duo residui semicirculoꝝ qui sūt.c.b:&.d.b. eq̄les quib⁹ si subtendanī due chorde que sunt .c.b.&.d.b.ipse quoq3 ex.28.tertij erunt equales & q2 arcus.a.c.ē equalis arcui.a.d.erit ex vltima sexti angulus.c.b.l.eq̄lis angulo.d.b l.ideoq3 per quartā primi basis .c.l.est equalis basi.d.l .& omnes anguli qui sunt ad.l.recti ex prima pte tertie tertij.itaq3 duo trianguli .a.c.l.&.a.f.k.sūt eq̄anguli ex.32.p̄mi.Est eni angulus .l.maioris eq̄lis angulo.k. minoris eo ꝙ vterq3 est rectus & angulus .a.ē cōis vtriq3:quare ex quarta sexti ꝓportio.l.c.ad.c.a. ē sicut k.f.ad.f.a. Sumaī igiī ex diametro.b.g.linea.f.m.equalis quarte parti semidiametri eritq3 per equam proportionalitatē proportio.c.l.ad quartā partē linee. a.c que sit.c.q.sicut.k.f.ad quartam partē linee.f.a.que est.f.m. & q2 p.15.quinti ꝓportio.c.d.ad.c.k.est sicut.c.l.ad.c.q.sic eni est duplum ad duplum sicut simpluz ad simplum:erit p.11.quinti.d.c.ad.c.k.sicut.k.f.ad.f.m.& cōiuncti linee cōstantis ex.d.c.&.c.k.ad.c.k.sicut.k.m.ad.m.f.& iō per primam partem.21.sexti proportio quadrati linee cōposite ex.d.c.&.c.k.ad quadratū linee. c.k. sicut quadrati linee.k.m.ad quadratū linee.m.f.cōstat autē ex p̄missa ꝙ si linea. a. c.diuidatur ſm proportionē habentē medium duoq3 extrema maior portio ei⁹ erit eq̄lis linee d.c.igiī linea constans ex.d.c.&.c.k. cōponiī ex maiori portione diuise ſm proportionē habentē mediū duoq3 extrema & ex medietate toti⁹ linee sic diuise:ē eni c.k.medietas.a.c.itaq3 p primā istius. 13.libri quadratū linee composite ex. d.c. &.c.k.quintuplum quoq3 ē ad quadratū linee.c.k.ideoq3 quadratum linee. k. m. quintuplū quoq3 ē ad quadratū linee.m.f.cum sit hoꝝ quadratoꝝ & illorum vna ꝓportio ē aūt linea.b.m.quintupla ad lineā.m.f.erat eni.m.f.quarta ps semidiametri propositi circuli:ergo quadratū linee.k.m.ad quadratū linee.m.f.est sicut linee.b.m.ad lineam.m.f.et quia ex secunda pte.18.sexti quadratū linee. k.m.ad quadratum linee.m.f.est sicut linee.k.m.ad lineam.m.f.duplicata:erit ex vndecima quinti linea.b.m.ad lineam.m.f.sicut linea.k.m.ad lineam. m.f. duplicata: igitur linea.k.m.est medio loco proportionalis inter duas lineas.b .m.&. m .f.qđ sic constat.Sit enim linea.n.p.medio loco ꝓportionalis inter eas sūpta ſm doctrinā none sexti eritq3 ex diffinitione ꝓportionis duplicate que posita ē i p̄ncipio quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut.b.m.ad.n.p.duplicata:& q2.b.m.ad.n.p.sicut n.p.ad.m.f.erit etiā ex.11.quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut.n.p.ad.m.f. duplicata igiī ex prima pte.9.quinti due linee.k.m.&.n.p.sunt eq̄les:iōq3 ex prima pte 7.quinti & ex scđa pte eiusdē linea.k.m. ē medio loco ꝓportionalis inter. b.m.et m.f.quare ex correl.15.sexti proportio quadrati linee .b .m.ad quadratum linee m.k.ē sicut ē linee.b.m.ad lineam.m.f.& quia linea.b.m.ē quintupla ad lineam m.f.erit quadratum linee.b.m.quintuplū ad quadratū linee.m.k.linea aūt.b.m.



est rõnalis in longitudine: ergo per vltimã ptẽ.7.decimi linea .m.k. est rõnalis in potentia tm̃ ⁊ qꝛ linea.b.m.ẽ potentioꝛ linea.m.k.in quadrato linee sibi incõmensurabilis in longitudine vt in cõtinuo ꝓbabit̃ erit linea.b.k.residuũ quartũ ex diffinitione residui quarti. Qȯ aũt probandũ assumpsimus sic patet. sit numerus.r. quintuplus ad numeꝝ.s. sintqꝫ.t.⁊.s. quantũ.r.ac si esset.r.quinqꝫ.s.vnũ.t.quatuoꝛ: ⁊ sit linea .b.m.potentioꝛ linea.m.k.in quadrato linee.x.cũ igit̃ sit quadratum linee.b.m.ad quadratũ linee.m.k.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.s.erit ꝑ euersã ꝓpoꝛtionalitatẽ quadratũ linee.b.m.ad quadratũ linee.x.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.t. quare per vltimã ptẽ.7.decimi linea.x.ẽ incõmensurabilis linee.b.m.in longitudine.nõ est ergo dubiũ quin.b.k.sit residuũ quartũ. Manifestũ vero ẽ ex.34.tertij: ꝙ illud qȯ fit ex.b.k.in.k.g.ẽ equale ei qȯ fit.a k.in.k.c.ideoqꝫ etiã ipsũ idem est equale quadrato.k.c.eo ꝙ.a.k.ẽ equalis.k.c. ergo quadrato. b.k. addito vtriqꝫ erit ex penultima pꝛimi qȯ fit ex.b.k in se ⁊ in.k.g.equale quadrato .b.c. et qꝛ ex pꝛima secundi quod fit ex .b.k.in se ⁊ i.k.g.est equale ei qȯ fit ex.b.k.in..g.b.erit linea.b.c.latus tetragonicũ sup̃ficiei contenti a duabus lineis.g.b.⁊.k.b .⁊ quia linea.g.b.ẽ rõnalis: linea vero.b.k.ẽ residuũ quartũ.⁊ qꝛ linea potens in superficiẽ linea rõnali residuoqꝫ quarto cõtenta est linea minoꝛ vt constat ex.89.decimi libꝛi necesse est lineã.b.c.que est latus pentagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti eẽ lineã minoꝛem qȯ erat ex principio demonstrandũ. Hoc ergo mȯ sequit̃ ꝙ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minoꝛ.si diameter circuli cui inscribatur fuerit rõnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rõnalis in potentia tm̃.adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minoꝛ. esto eni linea.a.rõnalis in potentia tm̃ supꝛa quã describatur circulus eiqꝫ descripto inscribat̃ pentagonus equilaterus cuius vnũ latus sit. b.c. dicant̃qꝫ pentagonus et circulus.a.dico ꝙ linea.b.c ẽ linea minoꝛ. Sumatur eni aliqua linea rõnalis i longitudine que sit.d.⁊ super eã lineetur circulus cui inscribat̃ pentagonus equilater⁹ ⁊ sit vnũ latus ipsius linea.e.f dicant̃qꝫ pentagonus ⁊ circulus.d.constat igitur ex hac.12.ꝙ.e.f.ẽ linea minoꝛ cũ diameter.d.sit rõnalis in longitudine. Qm̃ vero ꝓpoꝛtio pentagoni.a.ad pentagonũ.d.ẽ sicut quadrati linee.b.c.ad quadratum linee.e.f.vtraqꝫ eni ẽ ex scd̃a pte.18.sexti: sicut linee.b.c.ad lineã.e.f. duplicata pentagoni aũt.a.ad pentagonũ .d.ẽ sicut q̃drati.b.c.ad quadratũ linee.e.f.diametri a.ad quadratũ diametri.d.ex pꝛima. 12.erit ex.11.quinti quadratum linee.c.b.ad quadratũ linee.e.f.sicut quadratũ diametri.a.ad quadratũ diametri.d. cũqꝫ quadrata duaꝝ diametroꝝ.a.⁊.d.sint cõicantia: qꝛ ambo sũt rõnalia ex ypothesi erũt quoqꝫ ex pꝛima pte.10.decimi quadrata duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.e.f. cõicantia: ergo linea.b.c.cõicat i potẽtia cũ linea.e.f.⁊ qꝛ linea.e.f. ẽ minoꝛ: sequit̃ ex.100.decimi: ꝙ etiã.b.c.sit linea minoꝛ qȯ ẽ ꝓpositũ. siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue i potẽtia tm̃ necesse ẽ vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minoꝛ.

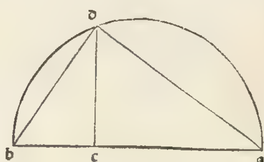




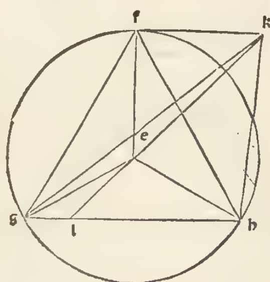


Propositio .13.

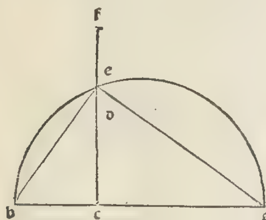
Piramidẽ q̃tuoꝛ basiũ triãgulariũ ⁊ eq̃lateraꝝ ab assignata spera circũscriptibilẽ fabꝛicare h⁹ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexq̃alterã ꝓpoꝛtionẽ potentialiter habere ꝓbat̃. ¶ Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita ꝙ.a.c.sit dupla ad.b.c.⁊ lineet̃ super eam semicirculus.a.d.b.⁊ producatur linea.c.d.oꝛthogonaliter sup lineã.a.b.⁊ ꝓducat̃ linea



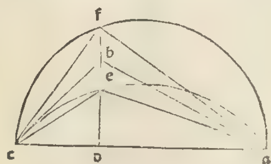
b.d.⁊.d.a.postea fiat circulus.f.g.h.super centrū.e.cuius semidiameter sit equa/
lis linee.c.d.cui ex scđa quarti libri inscribatᷣ triangulus equilaterus qui sit. f.g.h.
ad cuiꝰ angulos ꝓtrahantᷣ a centro linee.e.f.e.g.e.h.deinde sup centꝝ.e.erigatur
ſm ꝙ docet.12.decimi vel vndecimi linea.e.k.ꝗ ponatᷣ equalis.a.c.ꝑpendicularis
ad superficiē circuli.f.g.h.⁊ demittantᷣ a puncto.k.ypothemise.k.f.k.g.k.h.eritqꝫ
cōpleta piramis quatuor basiū triangulariū ⁊ equilateraꝝ quā dico esse ab assigna
ta spera circūscriptibileꝫ ⁊ dico quadratum diametri ꝓposite spere sexquialteꝝ esse
ad quadratum lateris fabricate piramidis .cōstat eni ex prima pte corrolarij .8.se/
xti ꝙ linea.c.d.ē medio loco ꝓportionalis inter.a.c.⁊.c.b.quare ex corrl̄.17.eiꝰ/
dem quadratum linee.a.c.ad quadratū linee.c.d.ē sicut.a.c.ad.c.b.ergo cōiuncti
quadratū.a.c.⁊ quadratū.c.d.ad q̄dratū.c.d.sicut.a.b.ad.b.c.ideoqꝫ ex penult.
primi quadratū.a.d.ad quadratū.d.c.sicut.a.b.ad.b.c.cū ergo linea.a. b.sit tri/
pla ad.b.c.erat eni.a.c.dupla ad eā erit quoqꝫ quadratū.a.d.triplū ad quadratū
d.c.ē autē ex .8. huius quadratū .f.g.triplū ad quadratū. e.f.quare cū ex ypothesi
d.c.sit equalis .e.f.erit ex cōi scia.a.d.equalis.f.g.⁊ qr ex diffinitione linee perpē
dicularis ad superficiē linea.e.k.continēt cū singulis lineis.e. f.e.g. e.h. angulos
rectos quaꝝ quelibet ē equalis linee .c.d.⁊ qr ipsa eadē ē equalis linee.a.c .⁊ angu
lus.c. ē rectus :erit per quartā primi vnaqueqꝫ triū lineaꝝ.k.f.k.g.k.h.equalis li/
nee .a.d.Manifestum est igitᷣ fabricatam piramidē esse quatuor basiū triangula/
riū eq̄lateraꝝ. Ipsā aūt eē circūscriptibilē ab assignata spera sic habeto:linee.e.k.
intelligatur adijci ſm rectitudinē linea.e.l.equalis linee.c.b.vt tota k.l.sit equalis
a.b.que ē diameter assignate spere:hanc aute lineā inquā.e.l.imagineris esse sub
circulo.f.g.h.perpendicularem quoqꝫ ad.ipsius supꝰficiem ex pte inferiori sicut est
e.k.ex parte supiori eritqꝫ vnaqueqꝫ triū lineaꝝ.e.f.e.g.e.h.⁊ simplr q̄libet semidi
ametri circuli.f.g.h.medio loco ꝓportionalis inter.k.e.⁊.e.l.quēadmodū ē. d.c.
inter.a.c.⁊.c.b. nam hee sūt equales illis vnaquaqꝫ sue relatiue.Si igitᷣ sup lineaꝫ
l.k.describatᷣ semicirculꝰ circūducaturqꝫ quousqꝫ ad locū vnde moueri ceperat re/
deat erit ex diffinitione speraꝝ equaliū spera descripta motu huius semicirculi eq̄
lis spere assignate.sunt eni spere equales quaꝝ sunt equales diametri quēadmo/
dum de circulis in principio tertij dictū ē:semicirculū hunc vero necesse est transi/
re per tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate. silr autē dico
ꝙ semicirculus hic qui sup lineā.k.l.fuerit descriptꝰ si circūducatᷣ quousqꝫ ad locuꝫ
redeat vnde moueri cepat continget circulū.f.g.h.super omnia puncta circūferen
tie ipsius.Qđ ex hac vetusta veritate probatur:si linea recta super lineaꝫ rectā per
pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat uel circumstat medio lo/
co proportionalis ponatur.fueritqꝫ super eam lineam cui perpendicularis supstat
semicirculus descriptꝰ circūferentia ipsius p extremitatem linee m edio loco ꝓpor/
tionalis posite ꝑpendiculariter necessario trāsibit.cum igitur cuncte semidiametri
circuli.f.g.h.sint ꝑpēdiclares ad lineā.k.l.⁊ medio loco ꝓportiōales iter ptes ipiꝰ
que sunt.k.e.⁊.e.l.sequitᷣ ut semicirculus descriptꝰ sup.k.l.si circūducatᷣ transeat p
omnia puncta circūferentie.f.g.h.⁊ per omnes solidos angulos piramidis fabri/
cate.itaqꝫ a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata
est inscriptibilis illi spere quā semicirculus super lineam.k.l.lineatꝰ mutuo suo de/
cribit:⁊ quia hec spera descripta est assignate spere equalis p diffinitionē equaliū
speraꝝ sequitᷣ ex cōi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spera circū/



ſcriptibilis qđ eſt ꝓpoſitũ. Concelariũ aũt pꝫ ſic. Cum enĩ.a.b.ſit tripla ad.b. c.ꝑ eucrſam proportionalitatẽ erit.a.b.ſexquialtera ad.a .c.ideoqꝫ ex ſcđa pte concla riĳ.8.ſexti ⁊ concelario.17.eiuſdẽ quadratũ linee.a.b.erit etiã ſexquialterꝝ ad quadratũ linee.a.d.⁊ q2 linea.a.d.ẽ equalis lateri fabricate piramidis.at vero.a.b.eſt diameter ſpere:conſtat verꝝ eẽ qđ per concelariũ dicĩ. Ne aũt quẽq̃ꝫ de vetuſta veritate propoſita heſitare cõtingat eã volumꝰ hoc mõ demõſtratione firmare. Sit igiĩ ſup lineã .a.b.linea.c.d. ꝑpendicularis q̃ ponaĩ medio loco ꝓportionalis inter ptes linee.a.b.que ſint.a.c.⁊.c.b.ita ꝙ proportio.a.c.ad.c.d.ſicut.c.d.ad.c.b Et ſuper lineã.a.b.deſcribaĩ ſemicirculus.a.c.b.dico ꝙ huius ſemicirculi circũferentia tranſibit per punctũ.d.qui ẽ extremitas ꝑpendicularis. Siautẽ aut ſecabit lineã.c.d.aut ſuptranſibit eã totã ipſã trãſiens ⁊ includens ⁊ non contingens. ſecet ergo primo eã in puncto.e.⁊ ducanĩ linee.e.b.⁊.e.a:eritqꝫ ex prima pte.30.tertĳ totalis angulus.a.e.b.rectus.itaqꝫ ex prima pte concĩ.8.ſexti ꝓportio eſt.a.c. ad.c.e.ſicut.c.e.ad.c.b.at vero ex ſecunda pte.8.quinti ꝓportio.a.c.ad.c.e.ẽ maior q̃ꝫ.a.c.ad.c.d.eo ꝙ.c.e.ẽ minor.q̃ꝫ.c.d.cũ igiĩ ſit.e.c.ad.c.b.ſicut.a.c.ad.c.e ⁊.c.d.ad.c.b.ſicut.a.c.ad.c.d.erit per.12.quinti.e.c.ad.c.b.maior q̃ꝫ.c.d.ad.c.b.ideoqꝫ per primã ptẽ.10.quinti.e.c.ẽ maior q̃ꝫ.d.c.ps videlicet q̃ꝫ ſuũ totuꝫ qđ eſt impoſſibile. Nõ ergo ſecabit circũferentia ſemicirculi lineã.c.d. ¶ Sup tranſeat igiĩ ⁊ ꝓducaĩ.c.d.vſqꝫ ad circũferentiã:ſitqꝫ tota.c.e.⁊ protrahanĩ linee.e.b.⁊.e a.ſequeĩqꝫ ut priꝰ lineã.c.d.eſſe maiorẽ q̃ꝫ ſit linea.c.e.qđ eſt etiã impoſſibile:conſtat ergo ꝓpoſitũ. Silr aũt dicimus ꝙ ſi fuerit aliquis angulꝰ rectus cui baſis ſubtendaĩ ſup quã ſemicirculus lineeĩ:ipſius circũferentiã ꝑ angulũ rectũ tranſire neceſſe ẽ.conuerſã vero huius ꝓponit prima ps.30.tertĳ.qđ aũt dicimus ſic conſtat



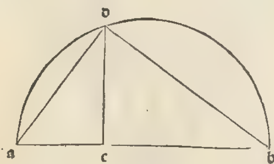
¶ Sit enĩ angulꝰ.a.b.c .rectus cui ſubtendaĩ baſis.a.c.⁊ ſup eã lineeĩ ſemicirculꝰ dico ꝙ ipſius circũferentia tranſibit ꝑ punctũ.b.in quo coeunt linee continentes angulũ rectũ cuius demonſtratio ẽ ꝙ neqꝫ tranſibit ſupra neqꝫ infra.ſin autẽ trãſeat:pͥmo ĩfra ſitqꝫ.a.e.c.⁊ ab angulo.b.producaĩ linea.b.d.perpẽdicularis ad baſim.a.c.que ſecet circũferentiã ſemicirculi in puncto.e.⁊ protrahanĩ linee.e.a.⁊.e c.eritqꝫ angulus.a.e.c.rectus ex prima pte.30.tertĳ .at ipſe ẽ maior angulo. a.b.c per.21.primi hoc autẽ ẽ impoſſibile ex tertia petitione cũ vterqꝫ ſit rectus .hic quidẽ ex ypotheſi:ille vero ex prima parte.30.tertĳ. Nõ .ergo trãſibit circũferentia ſemicirculi infra angulũ.b.tranſeat itaqꝫ ſupra ⁊ ſit.a.f. c.ꝓducatur autẽ ꝑpendicularis .d.b .quouſqꝫ obuiet circũferentie ſemicirculi.a.f.c.i puncto.f. ⁊ producanĩ linee.f.a.f.c.eritqꝫ ex prima parte.30.tertĳ angulus.a.f.c. rectus. cũqꝫ etiã eẽt ex ypotheſi angulus.a.b.c.rectus ſequiĩ impoſſibile per.21.primi ſicut in principio. relinquiĩ ergo qđ diximus.hoc aũt neceſſariũ eſt ad cognitionẽ eorꝝ que ſequũtur.

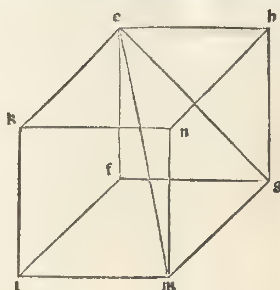


Propoſitio .14.

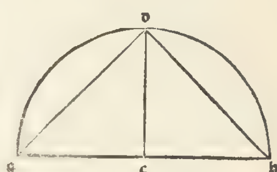

B aſſignata ſpera circũſcriptibilem cubum conſtituere eiuſdem autem ſpere diametrum lateri ipſiꝰ cubi potentialiter triplicem eſſe manifeſtum erit.

¶ Aſſignate ſpere diametrum ſit.a.b.ſuper quã lineetur ſemicirculus.a.d.b.diuidaturqꝫ diameter i puncto.c.prorſus ſecundum conditionem premiſſe videlicet ut linea.a.c.ſit dupla ad lineam .c. b. ⁊ producatur c.d.perpendicularis ad.a.b.⁊ protrahantur.d.b.⁊.d.a.poſtea fiat vnũ q̃dratum cuius oĩa latera ſint equalia linee.b.d.ſitqꝫ.e f.g.b.ſup cuiꝰ q̃tuor anglos eriganĩ





vt docet.12. vndecimi quatuor linee ppẽdiculares ad supficiẽ ipsi⁹ q̃drati q̃rum q̃libz ponatur etiã equalis linee.b.d.sintqz.c.k.f.l.g.m.h.n.eruntqz hee quatuor ppendiculares singule singulis equidistantes ex sexta vndecimi:ꝛ anguli quos cõtinent cũ lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ppẽdicularis ad supficiẽ:deinde cõiungant extremitates istarum ppendicularũ ꝓtractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritqz cõplet⁹ cub⁹ sex supficieb⁹ q̃dratis cõtentus.cõstat eni ex.34.p̃mi q̃ q̃tuor superficies ipsum ambientes ꝛ ipse sunt quarum opposita latera sunt quatuor perpendiculares sint omnes quadrate:de basi autẽ hoc positũ est.at vero de suprema ei⁹ supficie que ẽ.k.l.m.n.q̃ ipsa quoqz sit quadrata. cõstat ex.34.primi ꝛ.10.vndecimi.ideoqz ex quarta vndecimi manifestũ ẽ singula latera eiusdẽ cubi duab⁹ ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere.Ut autẽ cubũ hunc ab assignata spera circũscriptibilem eẽ demonstremus:in vna suarum supficierum ꝓtrahat̃ diagonalis.verbi gratia in basi eius sitqz.e.g.ꝛ.a.b.huius diagonalis altera extremitate ꝓtrahatur diameter cubi.c.m.eritqz ex penultima primi quadratũ.e.g. duplũ ad quadratũ .f.g.ideoqz ꝛ ad quadratũ.g.m.eo q̃.g.m.ẽ equalis.f.g. sũt eni omnia latera cubi adinuicẽ equalia.ꝛ q̃ rursus ex penultima primi quadratũ.e.m.ẽ equale quadratis duarum linearum.c.g.ꝛ.g.m.ꝓpter hoc q̃ angulus.c.g.m.ẽ rectus ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiẽ:erit quadratũ.e.m. triplum ad quadratũ.m.g. constat eni ex duplo ꝛ simplo.cumqz ex secũda pte correl̃.8. sexti ꝛ ex correl̃.17.eiusdẽ q̃dratũ quoqz.a.b.sit triplũ ad quadratũ.b.d.eo q̃ linea.a.b. tripla ẽ ad lineã .b.c.sit autẽ.b.d.equalis.g.sequitur ex cõi scia ut.e.m.q̃ ẽ diameter cubi sit equalis.a.b.que ẽ diameter spere.itaqz si sup.e.m.lineet̃ semicirculus circumducat̃qz quousqz ad locũ vnde fuit initiũ motus redeat spera descripta :erit ex diffinitione sperarum equaliũ equalis spere assignate.at vero q̃ hic semicirculus trãsitũ faciet p punctũ.g.eo q̃ angulus.c.g.m.ẽ rect⁹ eadẽqz rõne p ceteros singl'os rectos angulos cubi q̃d ex antecedente ante hãc.14. imediate p̃misso manifestũ ẽ constat cõstitutũ cubũ ab assignata spera eo q̃ a sua equali circũscriptibilẽ esse q̃d demonstrare oportebat.correlarij vero demõstratio in isti⁹ demõstratiõis ꝓcessu prepatuit.

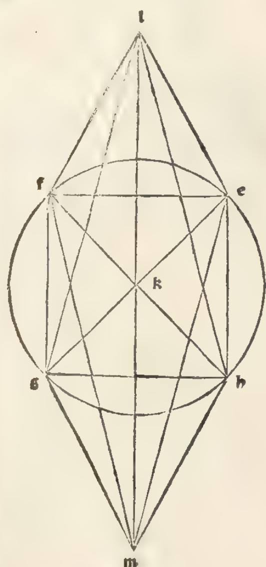


Propositio .15.



Corpus octo basiũ triãgulariũ ꝛ equilaterarũ a spera ꝓposita circũscriptibile cõponere:eritqz palã eiusdez spere diametrum lateri ipsius corpis duplicem esse potentialiter.

❡ Diameter spere ꝓposite sit.a.b.que diuidat̃ p equalia i puncto.c.ꝛ sup eã lineet̃ semicirculus.a.d.b.ꝛ ꝓducat̃.c.d.ppendicularis.ad.a.b.ꝛ iungat̃ punct⁹.d.cũ.a.ꝛ cũ.b.describat̃qz vnũ quadratũ cuius singula latera sint equalia linee.b.d.sitqz quadratũ.hoc.e.f.g.h.in quo ꝓtrahant̃ diametri due. e.g.ꝛ. f.h. secantes se inuicẽ in puncto.k.ꝯstat igit̃ ex .4.primi q̃ vtraqz istarum diametrorum sit equalis linee.a.b .que ẽ diameter spere cũ angulus .d.sit rectus ex p̃ma pte.30.tertij ꝛ singuli quoqz anguli.e.f.g.h.recti ex diõne q̃drati:ꝯstat rursus q̃ eedem due diametri.e.g.ꝛ.f.h.diuidũt se inuicẽ p equalia in puncto k.hoc autẽ ex.5.primi ꝛ 32.ꝛ sexta eiusdẽ facile ẽ elicere.erigat̃ itaqz sup punctũ.k.linea.k.l.ppendicularis ad supficiẽ q̃drati q̃ ponat̃ eq̃lis medietate diametri.e.g.l'.f.h.ꝛ demittãt̃ ypothemise l.e.l.f.l.g.l.h. erũtqz ex his q̃ posita sunt ꝛ penul p̃mi quotiẽs oportuerit repetita singule harum ypothemisarum eq̃les sibi inuicẽ et equales laterib⁹ q̃drati. habes ergo piramidẽ quatuor equilaterarum triangulariumqz basiũ sup quadratũ ꝯstitutã.

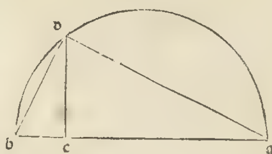


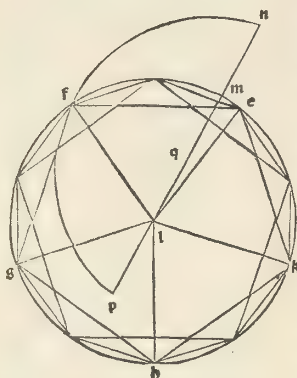
hinc itaq; sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appone lineā.l. k.producas pforando quadratum vsq; ad.m.ita q̄.k.m.exñs sub quadrato sit equalis .l.k. existenti supra: ⁊ iunge punctū.m.cū singulis angulis q̄drati ꝓducendo.4.alias ypothemisas que sunt.m.e.m.f.m.g.m.h.de quibus quoq; manifestū ē ex penul. primi:quēadmodū de alijs que sunt in supiori pte q̄ ipse sint equales ad inuicē et lateribus quadrati. Cōpleuim⁹ igitur corpus.4.basiū triangulariū ⁊ equilaterarū hoc aūt ab assignata spera circūscriptile eē sic habeto. cōstat enī q̄ linea. l. m.est equalis diametro assignate spere:nā vtraq; eaꝝ ē equalis diametro quadrati.igiť si sup.l.m.lineeť semicircul⁹ qui circūuoluať quousq; ad locū suū redeat:spera quā motu suo describet erit equalis assignate spere vt ex diffinitione speraꝝ equalium colligiť.hic vero semicirculus transibit p quatuor angulos quadrati ⁊ simplr̄ p oia puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū:eo q̄ semidiameter quadrati vt linea.f.k.⁊ portiones linee.l.m.que sunt.l.k.⁊.k.m.sunt adinuicē equales. q̄re ex diffinitione eius qd ē figurā vnā alij figure inscribi fabricatū corpus inscriptibi le ē spere motu huius semicirculi descripte.itaq; ⁊ spere assignate ex cōcept.cū ipse sint adinuicē equales ex diffinitione.Concl.vero manifeste cōstat:sunt enī due li/ nee .d.b.⁊.d.a.equales ex.4.primi:ideoq; quadratum.a.b.duplū est ad quadra/ tum.b.d.ex penul.primi:latus aūt fabricati corporis ē equale linee.b.d. veruȝ est ergo conclarium.

Propositio .16.



Corpus viginti basiū triangulariū atq; equilateraꝝ a da/ ta spera diametrū rōnalē habēte circūscriptibile fabrica/ re.eritq; palā lat⁹ eiusdē corporis eē lineā irrationalem eam sc; que dicitur minor. ¶Sit hic quoq; diameter assignate spere.a.b.q̄ ponať eē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tm̄ ⁊ diuidať in puncto.c.ita q̄.a.c.sit quadrupla ad.c.b. ⁊ lineeť super eā semicircu/ lus.a.d.b.⁊ ꝓducať.c.d.ppendicularis ad.a. b.⁊ ꝓtrahať linea.d.b. deinde ſm quantitatē linee.d.b.lineeť circulus.e.f.g.h.k.supra centrū.l.cui inscribať penta/ gonus equilaterus eisdē litteris annotatus:ad cuius angulos a cētro .l. ducanť li/ nee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k.rursus in eodem circulo inscribať decagon⁹ equilater⁹:diui/ danť enī cuncti arcus quoꝝ chorde sunt latera pētagoni p equalia ⁊ a punctis me/ dijs ad extremitates cunctoꝝ lateꝝ inscripti pentagoni linee recte diriganť. iteq; super singulos angulos pentagoni erigatur cathec⁹ ſm q̄ docet.12.vndecimi quo rum quilibet sit etiā equalis linee.b.d.⁊ cōtinuenť extremitates hoꝝ quinq; cathe coꝝ quinq; corausti̇s.eruntq; ex.6.vndecimi quinq; cathecí erecti adinuicē equidi/ stantes:cūq; ipsi sint eq̄les erūt quoq; ex.33.primi quinq; corausti coꝝ extremita tes iūgentes eq̄les laterib⁹ pentagoni.demitte igitur a summitatibus singulis sin/ guloꝝ cathecoꝝ binas ⁊ binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos iscripti decagoni ⁊ haꝝ decē ypothemisaꝝ a quinq; extremitatibus cathecoꝝ ad.5. pūcta que sunt singuli anguli medij inscripti decagoni descendentiū extremitates ꝯtinua aliū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoq; erit equilaterus ex.23. tertij:cū hoc itaq; feceris videbis te pfecisse decē triangulos quoꝝ latera sunt decē ypothemise ⁊ quinq; corausti ⁊.5.latera h⁹ſcdi pentagoni inscripti.hos ergo decē triangulos eq̄lateros eē sic collige.cū enī tā semidiameter descripti circuli q̄; q̄libet erectorum cathecorum sit equalis linee.b.d.ex ypothesi:erit ex conclario.15.quarti quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter:





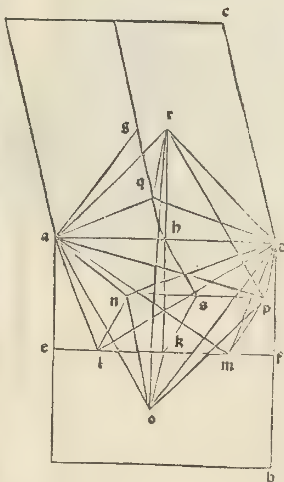
eſt equalis linee.b.d.inſcripti.quia vero ex penul̄.pꝛimi vnaq̄qʒ.10.ypothemiſaꝝ tanto eſt potentioꝛ cathecco quātū pōt latus decagoni. at vero ex.10.huius latus quoqʒ penthagoni ē tanto potentius eodē quātū pōt idē latus decagoni.erit ex cōmuni ſcientia vnaq̄qʒ haꝝ ypothemiſaꝝ equalis lateri pentagoni. De coꝛauſtis aūt iam patuit ꝙ ipſi ſint equales lateribus pentagoni.itaqʒ cuncta latera hoꝛum decē trianguloꝝ aut ſunt latera pentagoni equilateri ſcda vice circulo inſcripti aut illis equalia ſunt igit̄ equilateri trianguli.Ampli⁹ aūt ſup centꝝ circuli qd ē punctū l.erige aliū catheccū equalē pꝛioꝛib⁹ qui ſit.l.m.eiuſqʒ ſupioꝛē extremitatē que ē pūctus.m.iūge cū ſingulis extremitatib⁹ pꝛioꝝ p quinqʒ coꝛauſtos eritqʒ ex ſexta vndecimi hic centralis cathecus ſingulis cathecoꝝ angulariū equidiſtans:idqʒ ex.33 pꝛimi hi quinqʒ coꝛauſti erunt ſemidiametro circuli equales ⁊ ex coꝛel̄. 15.quarti quilibet eoꝝ tāquā latus exagoni.centrali ergo catheco ex vtraqʒ pte adijciatur linea vna equalis lateri decagoni:ſupꝛa quidē adijciat̄ ei.m.n.deoꝛſum aūt ſub circulo adijciat̄ ſibi a centro circuli.l.p.poſtea demittant̄ a puncto.n.5. ypothemiſe ad.5.ſuperioꝛes angulos decē trianguloꝝ qui ſunt in circuitu.⁊ a puncto.p.alie.5 ad alios quinqʒ inferioꝛes eruntqʒ hee decē ypothemiſe equales adinuicē laterib⁹ inſcripti pentagoni ex penul̄.pꝛimi ⁊.10.huius quēadmodū de alijs decē pri⁹ demonſtratū eſt.habes ergo coꝛpus.20.baſium triangularium atqʒ equilateraꝝ cui⁹ cuncta latera ſunt equalia lateribus pentagoni.eius vero diameter eſt linea. n.p. hoꝝ aūt.20.trianguloꝝ decē coſiſtunt in circuitu ſupꝛa circulū.quinqʒ aūt cōſurgunt ſurſum ad punctum.n.cōcurrentes.at quinqʒ reliqui deoꝛſum emergunt ſup punctū .p.coeuntes.hoc autē ycocedrū coꝛpus a data ſpera circūſcriptibile eē ſic erit manifeſtum:cū linea.l.m.ſit equalis lateri exagoni ⁊.m.n.lateri decagoni equilateroꝝ quos circulus.e.f.g.circūſcribit tota l.n.erit ex nona pꝛeſentis libꝛi diuiſa ſm ꝓpoꝛtionem .h.m.⁊.d.extra in puncto.m. ⁊ maioꝛ poꝛtio eius erit linea.l.m. Diuidatur itaqʒ .l.m.per eq̄lia in.q. eritqʒ ex cōmuni ſcia.p.q.eq̄lis.q.n.nā. p.l. poſita ē equalis lateri decagoni quēadmodū.m.n.quare.q.n.ē medietas.n.p.quēadmodū ē.q.m.medietas.m.l.cū ergo quadratū.n.q.ſit ex.3.hui⁹ quintuplū ad quadratum.q.m.erit quoqʒ ex.15.quinti quadratū.p.n.quintuplū ad quadratum l.m.eſt eni ex quarta ſcdi quadratum.p.m.quadruplū ad quadratū.q.n.quadratū quoqʒ.l.m.quadruplū ad quadratū.q.m.ex eadē:quadruplū autē ad quadruplū ē vt ſimplum ad ſimplū teſte. 15.quinti.at vero quadratū.a.b.quintuplum eſt ad q̄dratū.b.d.ex ſcda pte coꝛel̄.8. ſexti:⁊ ex coꝛel̄.17. eiuſdē:ē etiā.a.b.quintupla ad.b.c.eo ꝙ.a .c.fuit ad eandē quadrupla:qꝛ ergo .l. m.ē ex ypotheſi equalis b.d.erit ex cōi ſcia.a.b.equalis.n.p.itaqʒ ſi ſup lineam.n.p.ſemicirculus deſcribatur qui tandiu ꝙ locū pꝛimum repetat circūuoluat̄ ſpera ipſi⁹ motu deſcripta erit a diffinitione ſperarum equaliū equalis ſpere ꝓpoſite.⁊ qm̄ linea.l.m.ē medio loco ꝓpoꝛtionalis inter.l.n.⁊.n.m.ideoqʒ inter.l.n.⁊.p.l.erit quoqʒ quelibet ſemidiameter circuli medio loco ꝓpoꝛtionalis inter.l.n.⁊.l.p.⁊ cū.l.m. ſit equalis ſemidiametro circuli.itaqʒ ſemicirculus ſup.p.n.deſcriptus tranſibit p oia pūcta circūferentie circuli.e.f.g.ideoqʒ ⁊ per ſingulos angulos ſolidi fabꝛicati in illa circūferentia cōſiſtentes:⁊ qꝛ eadē rōne ſinguli coꝛauſti cōtinuantes extremitates angularium cathecoꝝ:cū extremitate centralis ſunt medio loco ꝓpoꝛtionales inter p.m.⁊.m.n.eo ꝙ quilibet eoꝝ ē equalis.l.m.ſequit̄ ut idē ſemicirculus trāſeat etiā per reliquos angulos figure ycocedre ſtatute .ē igitur coꝛpus hoc iſcriptibile ſpere

cuius diameter.p.n.ideoq; ⁊ spere cuius diameter.a.b.Latus aũt huius solide fi/gure dico esse lineã minorẽ.cõstat eni ꝙ linea. b.d .ẽ rõnalis in potentia cũ eius quadratũ sit subquincuplũ ad quadratũ linee.a.b.que posita ẽ rõnalis siue in longitudine siue in potentia tm̃:itaq; semidiameter atq; semidiametri circuli.e. f.g.ẽ etiã rõnalis in potentia.nam eius semidiameter ẽ equalis.b.d. igit̃ ex.12.huiꝰ latꝰ pẽtagoni equilateri huic circulo iscripti ẽ linea minor.at vero sicut i huius demonstrationis processu patuit latus huius figure est quantũ latus pentagoni:ergo la/tus huius figure.20.alchaidaꝝ ẽ linea minor quẽadmodum proponitur.

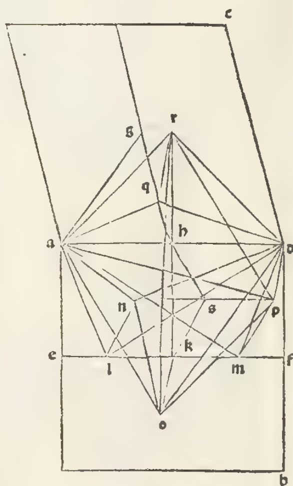
Propositio .17.



Orpus duodecim basium pentagonoꝝ equilateraꝝ atq; equiãgulariũ ab assignata spera circũscriptibile cõstitue re.eritq; palã latꝰ euisdẽ corporis irrationale esse.id qd̃ residuũ dicit̃. ¶ Fiat cubus ſm ꝙ docet.14.huius circũscriptibile ab assignata spera:sitq; huius cubi due superficies.a.b.⁊.a.c.ima/ginemur aũt nunc ꝙ.a.b.sit suprema superficies cubi ⁊.a.c. sit vna ex laterıbꝰ.sit q; linea.a.d.cõmunis istis duabus superficiebus.diuidant̃ itaq; in superficie.a.b duo opposita latera ꝑ equalia videlicet.d.b.⁊ latus ei oppositũ:⁊ puncta diuisio/nis cõtinuent̃ ꝑ lineã.e.f.latus quoq;.a.d.⁊ illud qd̃ sibi opponit̃ in sup̱ficie.a.c. diuidant̃ per equalia ⁊ puncta diuisionis ꝯtinuent̃ linea recta cuius medietas sit g.h.sitq; punctus.h.medius punctꝰ linee.a.d.similiter linea. e.f. diuidat̃ ꝑ equa/lia in .k.⁊ protrahat̃.h.k.quãlibet igit̃ triũ lineaꝝ.e.k.k.f.⁊.g.h.diuide ſm pro/portionẽ.ha.me.⁊.du.ext.in tribꝰ pũctis.l.m.q.sintq; maiores portiones eaꝝ.l.k.k.m.⁊.g.q.quas manifestũ ẽ eẽ eq̃les cũ tote linee diuise sint equales videlʒ que libet eaꝝ medietati lateris cubi.deinde a duobus punctis.l.⁊.m.erige perpendicu lares vt docet.12.vndecimi ad sup̱ficiẽ.a.b.quaꝝ vtrãq; ponas equalẽ linee .k.l. sintq;.l.n.⁊.m.p.similiter a puncto.q.erige perpendiculariter.q.r.ad superficieʒ a.c. quã ponas eq̃lẽ.g.q.ꝓtrahe itaq; lineas.a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n a.r.a.q.d.r.d.q.Manifestũ est igitur ex quinta huius ꝙ due linee.k.e.⁊.e. l.po/tentialiter sunt triplũ ad lineã.k.l.ideoq; etiã ad lineã.l.n.cũ.k.l.⁊.l. n.sint eq̃les At vero.k.e.ẽ equalis.e.a.igit̃ due linee.a.e.⁊.e.l.sunt potentia triplũ ad lineã.l.n.quare ex penult̃.primi.a.l.ẽ potentia tripla ad.l.n.ideoq; per candẽ.a. n.ẽ po/tentia quadrupla ad.l.n.Cũq; oĩs linea sit potentia quadrupla ad medietatẽ sui sequit̃ ex cõi scia ꝙ.a.n.sit dupla in longitudine ad.l.n. ⁊ q̄r.l.m.dupla est ad.l.k At.k.l.⁊.l.n.sunt equales:erit.a.n.equalis.l.m.sunt eni eaꝝ dimidia equalia .Et q̄r ex.33.primi.l.m.ẽ equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p.eodẽ modo ꝓbabis tres lineas.p.d.d.r.⁊.r.a.esse equales sibi inuicẽ ⁊ duabus predictis .habemꝰ itaq; ex his quinq; lineis pentagonũ equilateꝝ qui ẽ.a.n.p.d.r.sed fortasse dices ipsũ nõ esse pentagonũ q̄r nõ nec forsan ẽ totus in sup̱ficie vna.qd̃ esset necessariũ ad hoc vt esset pentagonus .Qd̃ ergo sit totꝰ in sup̱ficie vna sic habeto:prodeat equideʒ a puncto.k.linea.k.s.perpendicularis ad sup̱ficiẽ.a.b.que sit equalis. l.k. eritq; ob hoc equalis vtriq; duaꝝ.l.n.⁊.m.p.cũq; ipsa sit equidistãs vtriq; eaꝝ ex sexta vndecimi:ideoq; cũ ambabꝰ in eadẽ sup̱ficie ex dione lineaꝝ equidistantiũ necesse ẽ vt punctꝰ.s.sit in linea.n.p.⁊ ꝙ diuidat eã ꝑ equalia:ꝓtrahant̃ igit̃ due linee.r.h.⁊.h.s.sunt itaq; duo trianguli.k.s.h.⁊.q.r.h.sup̱ vnũ angulũ videlicet.k.h.q.cõ/stituti ⁊ ẽ proportio.k.h.ad.q.r.sicut.k.s.ad.q.h.nã vt.g.h.ad.q.r.sic.k.h.ad.q



r.ex.7.quinti:⁊ vt .r.q.ad.q.b.sic.k.s.ad.q.b.ex eadē.sed.g.h.ad.q.r. vt.q.r.ad
q.b.eo q̄.q.r.est equalis.g.q.ergo p.30.sexti linea.r.b.s.ē linea vna.Quare ex se
cūda vndecimi tot⁹ pentagonus de quo disputam⁹ ē in sup̄ficie vna. Ipsū quoq̄
dico esse equiangulū.cū eni.e.k.sit diuisa ſm ꝓportionē habentē mediū duoq̄ ex
trema ⁊.k.m.sit equalis maiori portioni eius:erit quoq̄ ex.4.p̄ntis tota.e.m. di
uisa ſm ꝓportionē habentē mediū duoq̄ extrema:maior quoq̄ portio eius linea
e.k.idoq̄ per.5.due linee.e.m.⁊.m.k.idoq̄ due.e.m.⁊.m.p.nā.m.p.ē equalis. m.
k.sūt potētia triplū ad lineā.e.k.idoq̄ ⁊ ad lineā.a.e.nā.a.e.ē eq̄lis.e.k.itaq̄ tres
linee.a.e.e.m.⁊.m.p.sunt potentia quadruplū ad lineā.a. e. Constat autē per pe
nultimā primi bis assumptā q̄ linea.a. p.ē potentia equalis tribus lineis.a.e.⁊.e.
m.⁊.m.p.itaq̄.a.p. ē potentia quadrupla ad lineā.a.e.latus vero cubi cū sit du/
plū ad lineā.a.e.est potentia quoq̄ quadruplū ad ipsā ex .4.scdi:igit̄ ex cōi scien/
tia.a.p.est lateri cubi equalis.Cūq̄.a.d.sit vnū ex lateribus cubi erit. a.p. equa/
lis.a.d.ideoq̄ ex.8. primi angulus.a.r.d.ē equalis angulo.a.n.p.Eodē modo ꝓ/
babis angulū.d.n.p.esse equalē angulo.d.r.a.q2 ꝓbabis lineā.d.n.esse potentia
liter quadruplū ad medietatē lateris cubi.cū igit̄ ex his pentagonus sit equilater⁹
⁊ habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima p̄ntis libri. Si ita
q̄ hac via rōneq̄ cōsili ⁊ sup̄ vnūqdq̄ reliquoꝝ lateꝝ cubi pentagonū equilaterū
⁊ equiangulū fabricemus p̄ficiet̄ solidū . 12.sup̄ficiebus pentagonis equilateris et
equiangulis contentū.cub⁹ eni habet.12. latera.Reliquū aūt ē demonstrare solidū
hoc esse a data spera circūscriptibile:ꝓtrahant̄ igit̄ a linea.s.k.due sup̄ficies secan
tes cubū quaꝝ vna secet ipsū super lineā.h.k.⁊ alia sup̄ lineā.e.f.eritq̄ ex.40.vn/
decimi vt cōis sectio haꝝ duaꝝ sup̄ficieꝝ secet diametꝝ cubi ⁊ secetur viceuersa ab
ipsa diametro per equalia.sit ergo cōis sectio eaꝝ vsq̄ ad diametrū cubi linea.k.o
ita q̄.o.sit centrū cubi ⁊ ducant̄ linee.o.a:o.n.o.p.o.d.o.r. constat aūt q̄ vtraq̄
duaꝝ lineaꝝ.o.a.⁊.o.d.est semidiameter cubi.ideoq̄ equales.d.e.linea.autē.o.k
cōstat ex.40.vndecimi q̄ ipsa ē equalis.e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et q2
k.s.est equalis.k.m.erit.o.s.diuisa in puncto.k.ſm proportionē habentē mediū
duoq̄ extrema ⁊ maior portio ei⁹erit linea.o.k.q̄ ē eq̄lis.e.k.itaq̄ p.5.h⁹erūt due
linee.o.s.⁊.s.k.idoq̄.o.s.⁊.s.p.eo q̄ .s.p. ad quos hec demr̄atio n̄ extēdit̄.ē eq̄lis
k.s.triplū i potētia ad lineā.o.k .⁊ iō ad medietatē lateris cubi q̄re p̄ penul.p̄mi.
linea.o.p.ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi.Ex concl.aūt.14.h⁹ cōstat q̄
semidiameter spere tripla est in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūscri
bit eadem spera.itaq̄.o.p.est quanta semidiameter spere circumscribentis cubū
propositum.Eadem ratione enucte linee ducte a puncto.o. ad angulos singulos
pentagonorum omnium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos
inq̄ qui proprij sunt pentagonis nō aūt cōes eis ⁊ sup̄ficiebus cubi sc̄ proprij q̄/
les sunt in pentagono statuto tres anguli.n.p.r.de illis aūt lineis que veniunt a
puncto.o.ad angulos singulos pentagonoꝝ qui sunt cōes pentagonis ⁊ sup̄ficie/
bus cubi quales sunt in pentagono p̄nti duo anguli.a.⁊.d.cōstat q̄ ipse sūt equa/
les semidiametro spere circūscribentis cubū:ipse eni sunt diametri cubi ex.40.vn/
decimi.at vero semidiameter cubi ē tanq̄ semidiameter spere ipsū circūscribentis
quēadmodū ex rōcinatione.14.apparet igit̄ oēs linee ducte a puncto.o.ad singu/
los angulos duodecedri sunt equales adinuicē ⁊ semidiametro spere semicirculus
itaq̄ super totā diametrū spere vel cubi lineatus.si circūducat̄ trāsibit per omnes



ãgulos eiꝰ quare ꝑ diffinitionẽ ipſũ eſt ab aſſignata ſpera circũſcriptibile. dico iteꝝ ꝙ latus huius figure ẽ linea irrõnalis iſta videlicet que reſiduũ dicitur ſi diameter ſpere ipſũ circũſcribentis fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. cũ eni dia/ meter ſpere ſit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationa le in potentia ſi diameter ſpere fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. Con ſtat autem ex. 11. ꝙ linea. r. p. diuidit lineam. a. d. que eſt latus cubi ſm propor/ tionẽ habentẽ mediũ duoqꝫ extrema ⁊ ꝙ portio eiꝰ maior equalis eſt lateri penta/ goni ⁊ qꝛ maior portio eiꝰ ẽ reſiduũ ex ſexta huius manifeſtũ eſt latus figure duo cedron eſſe reſiduũ qḋ demõſtrare voluimus. Fabricata ſũt igitur ꝑ. 13. ⁊ quatuor eam ſequentes quinqꝫ corpora equilatera atqꝫ equiangula quoꝝ vnũqḋqꝫ ẽ circũ/ ſcriptibile ab aſſignata ſpera. Sunt aũt hec ſolida: primũ quidẽ q̃tuor baſiũ triã/ gularium: ⁊ dicitur tetracedron. Secũdũ eſt ſex baſiũ quadrataꝝ ⁊ dicitur cubus ſi ue exacedron. Tertiũ octo baſiũ triangulariũ: ⁊ dicit̃ octocedron. Quartũ autem ẽ ſolidũ ycocedron ⁊ eſt viginti baſium triangulariũ. Quintũ vero ex. 12. baſibꝰ pen tagonis cõſiſtit: diciturqꝫ duodecedron. hec autẽ quinqꝫ ſolida regularia dicuntur qm̃ ipſa eq̃ãgula ſũt atqꝫ eq̃latera ⁊ a ſpera atqꝫ ab inuicẽ circũſcriptibilia. plura vero his quiqꝫ eq̃latera q̃ ſint ⁊ eq̃ãgula eſſe ẽ impoſſibile. Ad cõſtitutionẽ cuiuſli bet anguli ſolidi neceſſe eſt ad minus tres ſupficiales angulos cõcurrere. Ex duo/ bus eni ſolis ſuperficialibus nequit ſolidus angulus cõpleri: qꝛ ergo tres anguli cu iuſlibet exagoni equilateri ⁊ equianguli ſunt equales q̃tuor angulis rectis. At vero eptagoni ⁊ cuiuſlibet pluriũ lateꝝ figure equilatere atqꝫ equiangule tres anguli ſũt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex. 32. primi euidenter elicit̃: omnis autẽ angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor ẽ teſte. 21. vndecimi impoſſibi le eſt tres angulos exagoni atqꝫ eptagoni: ⁊ ſimpliciter omnis plurilatere figure equilatere tamẽ atqꝫ equiangule ſolidũ angulum conſtituere. iō nulla ſolida figura equilatera atqꝫ equiangula põt ex ſupf. ciebus exagonalibus aut pluriũ lateꝝ con/ ſtitui. Si eni tres anguli exagoni equilateri atqꝫ equianguli quemqꝫ ſolidũ angu/ lum excedũt quatuor ⁊ plures multo fortius eundẽ excedũt: tres aũt angulos pen tagoni equilateri atqꝫ equianguli minores eſſe quatuor rectis angulis. manifeſtũ ẽ ⁊ quatuor eẽ maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atqꝫ equian guli poſſibile eſt ſolidũ angulũ conſtitui. ex quatuor autẽ aut ex pluribus impoſſi/ bile. idcoqꝫ vnũ duntaxat ſolidum ex pentagonis equilateris atqꝫ equiangulis cõ ſtitutũ eſt illud videlicet qḋ duodecedron dicit̃ in quo anguli pentagonoꝝ terni et terni ſolidos angulos ꝑficiunt. Eadem quoqꝫ eſt rõ in quadrilateris figuris equi/ lateris ⁊ equiangulis que in pentagonis: oĩs enim quadrilatera figura ſi equilate/ ra equiangulaqꝫ fuerit ipſa erit q̃drata a diffinitione. Nã omnes eiꝰ anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igit̃ angulis talis ſuperficialis figure poſſibile eſt ſoli dum angulum cõſtitui: ex quatuor aũt aut ex pluribꝰ impoſſibile eſt: ꝓpter qḋ ex talibꝰ figuris ſuperficialibꝰ que cũ drilatere ipſe ſũt eq̃latere atqꝫ equiangule vnicũ ſolidũ qḋ cubũ dicimus: fabricatũ ẽ trianguloꝝ aũt equilateroꝝ ſex anguli ſũt eq̃/ les quatuor rectis ex. 32. primi: pauciores ergo minores ⁊ plures maiores: igit̃ ex ſex angulis taliũ trigonoꝝ aut ex pluribus impoſſibile ẽ angulum ſolidum fieri: ex quinqꝫ et ex quatuor ⁊ ex tribus poſſibile. Cum itaqꝫ tres anguli trigoni equilate/ ri efficiunt angulum ſoliduꝫ: perficitur ex triangulis eq̃lateris corpus quatuor ba/ ſium triangularium atqꝫ equilaterum. Cum vero quatuor conſurgunt corpus octo

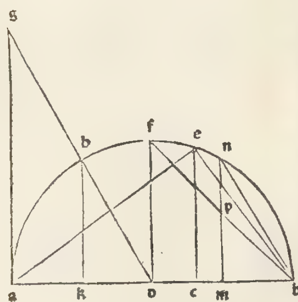
basium quod octocedron diximus. At vero si quinqꝫ triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum cõtineant fiet corpus ycocedron viginti basi in triangulariũ ⁊ equilateraꝝ. Quare ergo tot ⁊ talia sunt solida regularia ⁊ quare plura bis non sint dictum est.

Propositio .18.



Latera quinqꝫ corporum premissorum ab eadẽ spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis ꝓposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

¶ Sit .a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinqꝫ premissoꝝ corpoꝝ elicere. Diuidam⁹ igiť hanc diametrum in .c. ita ꝙ .a.c. sit dupla ad .c.b. ⁊ per equalia in .d. ⁊ lineemus sup eam semicirculum .a.f.b. ad cuius circũferentiã protrahanť due linee perpendiculares ad lineã .a.b. que sint .c.e. ⁊ .d.f. ⁊ iungam⁹ .e. cũ .a. ⁊ cũ .b. ⁊ .f. cũ .b. Manifestũ ergo ẽ ex demonstratione .13. ꝙ .a.e. ẽ latus figure quatuor basium triangulariũ ⁊ equilateraꝝ ⁊ ex demõstratione .14. ꝙ .e.b. ẽ lat⁹ cubi: ⁊ ex demõstratione .15. ꝙ .f.b. est latus figure octo basium triangulariũ ⁊ equilateraꝝ: prodeat itaqꝫ a puncto .a. linea .a.g. perpendicularis ad .a.b. ⁊ equalis eidẽ .a.b. ⁊ iungať .g. cum .d. sitqꝫ .h. punctus in quo .g.d. secat circũferentiã semicirculi ⁊ ducať .h.k. perpendicularis ad .a.b. ⁊ quia .g.a. est dupla ad .a.d. erit ex quarta sexti .h.k. dupla ad .k.d. Sunt enim duo triãguli .g.a.d. ⁊ .h.k.d. eqanguli ex .32. primi eo ꝙ angul⁹ .a. maioris ẽ equalis angulo .k. minoris: nãqꝫ vterqꝫ rectus ⁊ angulus .d. ẽ cõis vtriqꝫ: igitur ex quarta scdi .h.k. est potentia quadrupla ad .k.d. ergo ex penuľ. primi .h.d. est potentia quincupla ad .k.d. cũqꝫ .d.b. sit equalis .h.d. est eni .d. centrũ semicirculi erit quoqꝫ .d.b. potentia quincupla ad .k.d. At vero cũ tota .a.b. sit dupla ad totã .b.d quẽadmodũ .a.c. detracta ex prima .a.b. ẽ dupla ad .c.b. detractã ex secunda .b.d. eritqꝫ ex .19. quinti .b.c. residua prime: dupla ad .c.d. residuã secunde: ideoqꝫ tota .b.d. est tripla ad .d.c. igitur q̃dratũ .b.d. est nonecuplũ ad quadratũ .d.c. ⁊ qr ipsũ erat quincuplũ tm̃ ad quadratum .k.d. erit ex scd̃a pte decime quinti quadratũ .d.c. minus q̃drato .k.d. ideoqꝫ .d.c. minor .k.d. sit g̃ .d.m. equalis .k.d. ⁊ ꝓdcat .m.n vsqꝫ ad circũferentiã que sit perpendicularis ad .a.b. ⁊ iungať .n. cũ .b. Cũ igiť .d.k ⁊ .d.m. sũt eq̃les erũt ex diffinitione ei⁹ qd̃ ẽ aliq̃s lineas a centro eq̃distare due linee .h.k. ⁊ .m.n. eq̃liter distantes a centro. ideoqꝫ eq̃les adinuicẽ ex scd̃a parte .13. tertij ⁊ ex scd̃a pte tertie eiusdem. itaqꝫ .m.n. ẽ equalis .h.k. nam .h.k. erat equalis ei. At qr .a.b. dupla est ad .b.d. ⁊ .k.m. dupla est ad .d.k. ⁊ quadratum .b.d. quincuplũ ad quadratũ .d.k. erit ex .15. quinti quadratũ .a.b. siľr quincuplũ ad q̃dratũ .k.m. ẽ eni quadratũ dupli ad quadratũ dupli sicut quadratũ simpli ad q̃dratum simpli. Ex demõstratione eni .16. manifestũ ẽ ꝙ diameter spere ẽ potẽtialiter quincupla tã ad lat⁹ exagoni circuli figure .20. basiũ g̃ .k.m. ẽ eq̃lis lateri exagoni circuli figure .20. basiũ nã diameter spere q̃ ẽ .a.b. ẽ potẽtialiter quĩcupla tã ad lat⁹ exagoni circuli illi⁹ figure q̃ꝫ ad .k.m. Rurs⁹ qꝫ ex demõstratione eiusdẽ manifestũ ẽ ꝙ diameter spere cõstat ex latere exagoni ⁊ duplici lateri decagoni circuli figure .20. basiũ cũ ergo .k.m. sit tanq̃ꝫ lat⁹ exagoni. at vero .a.k. sit eq̃lis .m.b. nã ipsa sũt residua eq̃hũ dẽptis eq̃lib⁹ erit .m.b. tãq̃ꝫ lat⁹ decagoni: qr igiť .m.n. ẽ tãq̃ꝫ lat⁹ exagoni. nã ipsa est equalis .k.m. erit ex penuľ. primi ⁊ .10. hui⁹ .n.b. tanq̃ꝫ lat⁹ pẽtagoni figure circuli .20. basiũ ⁊ qr ex demõstratione .16. apparet ꝙ lat⁹ pentagoni circuli figure .20. basiũ ẽ lat⁹ eiusdẽ figure .20. basiũ. constat lineã .n.b. ẽe lat⁹ isti⁹ figure

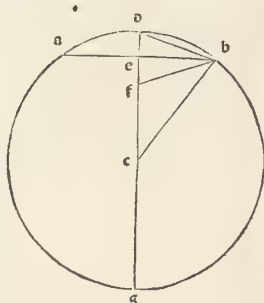


Diuidat̃ itaq3.c.b.que ẽ lat⁹ cubi ab assignata spera circũscriptibilis ƀm ꝓportio nẽ habentẽ mediũ duoq3 extrema i puncto.p.sitq3 maior portio eius.p.b.constat igit̃ ex demõstratione p̃missẽ ꝙ.p.b. ẽ lat⁹ figure.12.basium. Inuenta ergo sũt la tera.5. premissoꝝ corpoꝝ ex diametro spere nobis ꝓposita.ẽ eni latus.a.e.pira/ midis.4. basiũ.e.b.latus cubi.f.b.latus octocedri. at vero. n.b. latus ycocedri:li/ nea aũt.p.b.latus duodecedri.Que autẽ hoꝝ lateꝝ sint maiora alijs sic habetur. constat eni ꝙ.a.e.ẽ maior.f.b.nã arcus.a.e.est maior arcu. f.b.itẽq3.f.b.ẽ maior e.b.⁊.e.b.maior q̃3.n.b.at vero.n.b.dico etiã esse maiorẽ q̃3.p.b.cum eni sit.a.c. dupla ad.c.b.erit ex quarta scdi quadratũ.a.c.quadruplũ ad quadratũ.c.b. ꝯstat autẽ ex scda pte corrolarij.8.sexti ⁊ ex corrolario.17.eiusdẽ ꝙ quadratũ.a.b.triplu3 ẽ ad quadratum.b.c.sed p.21.sexti quadratũ.a.b.ad quadratũ.b.e.ẽ sicut quadra tum.b.e.ad quadratũ.c.b.ex eo ꝙ ꝓportio.a.b.ad.b.e.ẽ sicut.b.e.ad. b.c. ex se/ cunda pte corrolarij.8.sexti.itaq3 p.11.quinti quadratũ.b.e.triplũ est ad quadra/ tum.c.b.⁊ q̃r quadratũ.a.c.quadruplũ est ad idẽ quadratũ vt ostensum ẽ: erit ex prima pte.10.quinti quadratum.a.c.minus quadrato.b.e.ideoq3 linea.a.c.maior ẽ linea.b.e.iõq3.a.m.multo maior.b.e.manifestũ vero ex.9.huius ꝙ si linea.a.m diuisa fuerit ƀm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq3 extrema erit maior portio eius linea.k.m.que ẽ equalis.m.n.At vero cũ.b.e.diuidit̃ ƀm eandẽ proportionem vi delicet habentẽ medium duoq3 extrema maior eius portio ẽ linea. p.b. cum itaq3 tota.a.m.sit maior tota.b.e.erit.m.n.que est equalis maiori portioni.a.m.maior q̃3.p.b.q̃ est maior portio b.e.hoc autẽ manifestũ est ex scda.14.libri que sine auxi lio alicuius eaꝝ q̃ sequũtur firma demõstratione solidat̃ :ergo p.19.p̃mi a fortiori n.b.maior ẽ q̃3.p.b. Quare p3 latera hoꝝ.5.corpoꝝ p̃missoꝝ fere eo ordine quo corpora sei nuicẽ sequunt̃ se inuicẽ excedere.in cubo eni dũtaxat ⁊ octocedro habet hic instantias.nã lat⁹ octocedri excedit latus cubi q̃3uis cubus antecedat octoce drũ.Cubũ aũt premittunt idcirco octocedro :quia eadẽ diuisione diametri assig/ nate spere latus piramidis.4. bases triangulas habentis ⁊ latus cubi inuenit̃.est igit̃.a.c.latus piramidis maius lateribus ceteroꝝ corpoꝝ:post ipsũ aũt ẽ.f.b .lat⁹ octocedri maius sequentiũ corpoꝝ lateribus Tertio ordine sequit̃ i magnitudie.e. b.latus cubi.Quarto vero loco est.n.b.latus ycocedron.Minimũ autem est om/ nium.p.b.latus duodecedron vel duodecedri. ❡Explicit liber Terciusdecimus

Incipit liber Decimusquartus. Propositio .1.



Omnis perpendicularis a centro circuli du cta ad latus pentagoni intra circulũ ipsũ de scripti dimidio lateris decagoni atq3 dimi/ dio lateris exagoni intra circulũ eundẽ de/ scriptoꝝ ambobus dimidijs in longũ dire/ ctũq3 cõiunctis equalis eẽ ꝓbat̃. patet igit̃ ꝙ ꝑpendicularis ducta a cẽtro circuli ad la/ tus pentagoni ẽ equalis ꝑpẽdiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq3 late/ ris decagoni intra eũdẽ circulũ descripti ⁊ i recte cõiunctis.❡Sit linea.a.b.latus pentagoni equilateri inscrpti circulo cui⁹ centꝝ.c.⁊ ducat̃ a centro.c.ꝑpendicularis ad linea3 a.b. que p scdam ptem tertie tertij diuidet ipsã p equalia ⁊ arcũ eius etiã p equalia



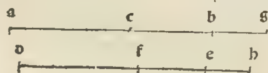
ex quarta primi ⁊.27.tertij sitqʒ hec ꝑpendicularis linea.c.d.secans.a.b. in pūcto e.⁊ arcū eiꝰ in puncto.d.est igit̃ vt diximꝰ linea.a.e.eq̄lis linee.e.b.⁊ arcꝰ.a.d.arcui.d.b.ꝓtrahat̃qʒ linea.d.b.de qua cōstat ꝙ ipsa est latꝰ decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti cū ipsa subtēdat̃ medietati quinti totius circūferentie: dico itaqʒ ꝙ linea.e.c.ē equalis medietati linee.c.d.⁊ medietati linee. d.b. in longum directumqʒ cōiunctis Cōpleatur quidem diameter.d.c.sitqʒ.d.c.g.⁊ sit.e.f.equalis.e.d.⁊ ꝓtrahat̃.b.f. eritqʒ ex.4.primi.b.f.eq̄lis.b.d.iōqʒ per.5.primi angulꝰ b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d.cōstat aūt ex vltima sexti ꝙ angulus.g.c.b. quadruplus ē ad angulū.b.c.d.eo ꝙ arcus.g.b.quadruplꝰ ē ad arcū.b.d.at vero angulus.g.c.b.p.32.primi duplꝰ ē ad angulū.b.d.c.nā ipse ē extrinsecus duobꝰ qui sunt.b.d.c.⁊.d.b.c.at ipsi sunt eq̄les ex.5. primi:igitur angulus.b.d.c.duplus est ad āgulū .b.c.d:q̄re āgulus quoqʒ.b.f.d.duplus ē ad āgulū .b.c f.sed angulꝰ.b.f d.ē equalis duobꝰ intrinsecis q̄ sunt.b.c.f.⁊.c.b.f.p.32.p̄mi.itaqʒ duo āguli.b.c.f ⁊.c.b.f.sūt eq̄les:iōqʒ p .6.primi .c f.ē eq̄lis.b.f. iōqʒ etiā.c.f.ē eq̄lis.b.d.nā.b.d ⁊ b.f. sūt eq̄les adinuicē:q̄re dimidiū.c.d.cū dimidio.b.d.est quantū dimidiū.c.d cū dimidio.c.f.at vero dimidiū.c.d.cū dimidio.c.f.ē quātum dimidiū.c. f.bis cū dimidio.f.d:dimidiū aūt..c.f.bis ē quātum.c.f.⁊ dimidiuʒ.f.d.ē q̄ntū.e.f.itaqʒ.e c.est quantū dimidiū .c.d.cū dimidio.c.b.⁊.d.b.qđ ē ꝓpositū.Corel̃.aūt sic constat manifestū ē eni ex.8. tredecimi libri ꝙ ꝑpēdicularis ducta a cētro circuli ad latus trianguli sibi inscripti ē equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiam hoc quidē ibi demōstratum ē ⁊ quasi corel̃.cōclusū.cum igit̃ ex hac prima istiꝰ.14 libri pateat ꝙ ꝑpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiā ⁊ dimidio lateris decagoni: sequitur ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ꝑpendiculari ducte a centro ad latus trianguli:dimidioqʒ lateris decagoni intra eundē circulum descripti:⁊ hoc est qđ ex corel̃.ꝓponit̃.Nunc ergo explicandū est quod ait. Aristeꝰ.in libro ītitulato Exposito scie.5.corpoꝝ nec nō ⁊ Appoloniꝰ in dono secūdo:in ꝓportionalitate figure. 12.basiū ad figurā.20.basiū dicēs:ꝙ ꝓportio supficieꝝ figure habentis.12.bases ad superficies figure habentis.20. bases.ē tāq̄ʒ ꝓportio corporis.12.basium ad corpus.20.basiū:linea ⁊ eni ducta a centro circuli pentagoni figure .12.basium duodecedri ad circūferentiā eius ē quasi linea ꝓdiēs a centro circuli trianguli figure.20.basium ycocedri ad circūferentiā eius.hec sunt ipsiꝰ magni appollonij verba Intelligēda aūt sūt de figura.12.⁊ figura.20.basiuʒ ab vna eadēqʒ spera circūscriptibilium.Est eni ꝓportio corpis duodecedri ad corpus ycocedron cum ambo vna eadēqʒ spera circūscribit sicut ꝓportio omnium supficieꝝ duodecedri ꝑiter acceptaꝝ ad oēs supficies ycocedri pariter acceptas quēadmodū Appoloniꝰ p̃missoꝝ verboꝝ p̄ma pte cōmemorat:qđ ⁊ decima huius.14 libri solida demōstratione stabilitur.⁊ ē circulus circūscribens pentagonū duodecedri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron ⁊ ycocedron eadem spera circumscribit quēadmodum ipse appollonius secunda pte premissorum verborum cōmemorat:quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur:premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Propositio .2.



Quicquid accidit vni linee diuise secūdū ꝓportionē habē tem medium ⁊ duo extrema omni linee sil'iter diuise pro/ batur accidere ⁊c.

¶Sit vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.d.e.diuisa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema.hec quidem i.c.illa vero in.f.sintqꝫ maiores portiones:huius quidē.a.c.illi⁹ aūt.d.f.dico itaqꝫ ꝙ ambaꝝ ad sui maiores por/ tiones est vna ꝓportio.itemqꝫ ambaꝝ ad sui minores portiones est ꝓportio vna ad quoqꝫ maioꝝ portionū ad minores vna.⁊ econtrario ⁊ permutatim ⁊ cōiuncti ⁊ disiunctim ⁊ euersim.Nihil eni aliud est quicquid vni eaꝝ accidit. idē quoqꝫ alij accidere.cōstat eni ex diffinitione linee ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extre ma diuise ⁊ ex prima pte.16.sexti:ꝙ illud quod fit ex.a. b.in. b.c. est equale qua/ drato.a.c.eodēqꝫ modo quod fit ex.d.e.in.e.f.est equale quadrato.d.f.ideoqꝫ ꝓ/ portio eius qđ fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.ē sicut eius qđ fit ex.d.e. in.e.f. ad quadratū.d.f.vtraqꝫ eni ē ꝓportio equalitatis:igiť quadruplū ei⁹ qđ fit ex.a. b.in.b.c.ad quadratū.a.c.sicut quadruplū eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadra tum.d.f.qđ ex.15.quinti:⁊ permutata ⁊ equa ꝓportionalitate manifestū est quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadra tum. a.c. sicut quadruplū eius qđ fit ex.d.e.in.e.f.cū quadrato.d.f.ad quadratū. d.f.Adiungať autem ſm rectitudinē ad lineā.a.b.vna linea que sit equalis. b.c.q̄ dicatur.b.g.⁊ ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicať.e.h.Manifestū est igitur ex octaua secundi libri ꝙ quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato a.c.est equale quadrato linee.a.g.at vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d e.in.e.h. cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.h.At vero ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b in.b.g.eo ꝙ.b.c.⁊.b.g.sunt equales.similiter quoqꝫ quadruplū eius quod fit ex.d e.in.e.f.equum est quadruplo eius qđ fit ex.d e.i.e.h.eo ꝙ.e.f.⁊.e.h.sūt etiā eq̄/ les:igitur ex prima parte septime quinti ⁊ ex vndecima quinti eiusdē quadratum a.g.ad quadratum .a.c.sicut quadratum .d.h.ad quadratum .d.f.Quare ex scđa pte.21.sexti proportio linee .a.g.ad lineā.a.c.ē sicut linee.d. h ad lineā.d.f.⁊ con iunctim.a.g. ⁊.a.c.ad.a.c.sicut.d.h.⁊.d.f.ad.d.f.at vero.a.g.cum.a.c.sunt tan/ q̄ꝫ duplum .a.b.⁊.d.h.cum.d.f.tanquam duplum.d.e.quare dupla.a.b. ad.a.c. sicut duplum.d.e.ad.d.f.⁊ permutatim duplum.a.b.ad dupluꝫ.d.e.sicut. a.c.ad d.f.sed duplum .a.b.ad duplum .d.e.sicut.a.b.ad .d.e .ex.15. quinti: igitur.a.b. ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.itaqꝫ permutatim ⁊ euersim ⁊ conuersim ⁊ disiunctim et coniunctim:qđ oportebat ostendere.

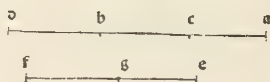


Propositio .3.



Diuiso latere exagoni ſm proportionē habentē medium duoqꝫ extrema maior eius portio erit latus decagoni cir cumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

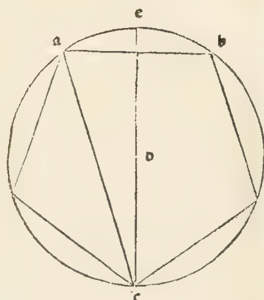
¶Sit linea .a.b.latus exagoni alicui⁹ circuli ⁊ diuisa secūdū ꝓporti onem habentem mediū duoqꝫ extrema i puncto.c.sitqꝫ maior por/ tio eius.b.c. dico ꝙ cuiuscunqꝫ circuli.a.b.est latus exagoni eiusdem.b.c. erit la/ tus decagoni.Adiungatur enim ad lineam .a.b.linea.b.d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a.b.est latus exagoni:eritqꝫ ex nona.13.linea.a.d.diuisa secun dum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema ⁊ maior portio eius erit



linea.a.b.cum igitur vtraq; duarum linearu;.a.b.z.a.d.sit diuisa sm proportione habentem medium duoq; extrema: igit erit per premissa ambaru ipsaru ad sui maiores portiones vna proportio.itaq;.d.a.ad.a.b.que est eius maior portio sicut.a.b.ad.b.c. que est etia eius maior portio sed.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise sm proportionem habentem medium duoq; extrema z maior portio eius :igitur ex vndecima quinti.a .b.ad.b.d. sicut.a .b.ad. b.c .quare per secunda ptem.9.quinti.b.d.z.b.c.sunt equales.cum ergo.b.d. sit latus decagoni erit quoq; ex cõi scia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad linea.a .b. adiungat.b.d. equalis.b.c.eritq; ex.4.tredecimi tota.a.d. diuisa sm proportione habente mediu; duoq; extrema z maior portio ei9 linea.a.b.itaq; per couersa.9.tredecimi qua cõtinue post ipsa demõstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusde; linea.b.d.ideoq; linea.b.c.sibi equalis e latus decagoni. Possumus iteru ide; alia via si libet demonstrare. Sit eni.e.f.equalis.a.b.que etia diuidat i.g.sm proportione habete mediu duoq; extrema z sit maior portio ei9 linea.f.g.pstat igit ex pmissa q quẽadmod.a.b.e eqlis.e.f.sic.a.c.e eqlis.e. g.z.c.b.eqlis.g.f.cuq; fuerit.b d.adiuncta ad.a.b.lat9 decagoni illi9 circuli cui9.a .b.e lat9 exagoni erit sicut prius dictu e ex.9.tredecimi tota.a.d.diuisa sm proportione habente mediu duoq; extrema z maior ei9 portio erit linea.a.b.itaq; p pmissa.a:b ad.b.d.sicut.f.g.ad g.e. qre p pma parte.15.sexti qd fit ex.a.b.in.g.e.equu est ei quod fit ex.b.d.in.f.g.cu q;.a.b.sit equalis.e.f.z erit qd fit ex.e.f.in.g.e.equu e ei qd fit ex.b.d.in.f.g .Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equu est quadrato.f.g.ex diffinitione linee diuise sm proportione habentem medium duoq; extrema z ex prima pte.16.sexti:igit qd fit ex.b.d. in.f.g.est equale quadrato.f.g.ideoq; ex prima sexti linea.b. d.e equalis.f.g.z qr f.g.e equalis.c.b.erit quoq;.c.b.equalis.b.d.z latus decagoni qd oportebat ostẽdere.

Propositio .4.

Quadratu lateris pentagoni intra circulum descripti quadratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.



¶ Sit in circulo.a.b.c.cuius centru.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnu latus sit.a.b.z protrahat diameter.c.d.e. diuidens lineam a.b.z eius arcu per equalia. Est igitur arcus.a.e.medietas quinte ptis circuferentie illius circuli quare arcus.a.c.e due quinte totius circuferentie: protrahant itaq; due linee. a.e.z .a.c. eritq;. a.e.latus decagoni equilateri eo q eius arcus est medietas quinte ptis circumferentie.linea vero.a.c.erit que subtendit vni ex angulis pentagoni predicti:eo q arcus.a.c.est due quinte partis circumferentie circuli:dico itaq; q quadrata duarum linearum.a.b.z.a.c.pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.est enim ex quarta secundi quadratum linee.c.e.quadruplum ad quadratum linee.d.e.Cum autem angulus. c.a.e. sit rectus ex prima parte.30.tertij.eruntq; ex penultima primi quadrata duaru linearum.c.a.z a.e.quadruplum ad quadratum.d.e.igitur quadrata trium linearum.c.a.z.a.e.z d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.z quia ex decima tredecimi libri quadratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a.e.z. d.e. sequitur vt qua/

drata duarum linearum.a.b.⁊.c.a.sint quincuplum ad quadratum.d.e. quod est propositum.

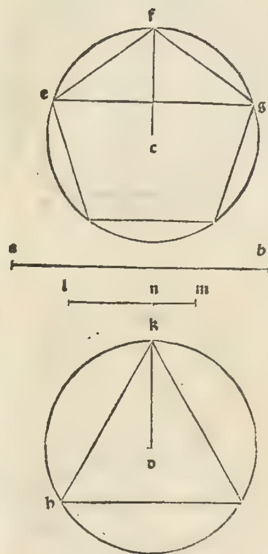
¶ Manifestum est ergo ꝙ quadratum lateris cubi atq̃ quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum ⁊ figurā duodecim basiū eadem spera circūscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

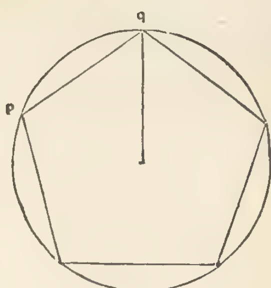
¶ Istud correlariū vere manifestum est: constat enim ex demonstratione.17.tredecimi libri ꝙ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubū ⁊ duodecedron vna eademq̃ spera circūscribit: itaq̃ ꝑ hanc quartam sine obice constat correlarium.⁊c.

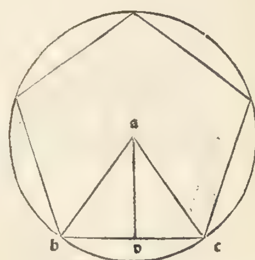
Propositio .5.

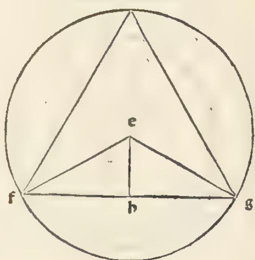
Pentagonus figure duodecim basium triangulus q̃ figure viginti basium quos eadē spera circumscribit vno eodemq̃ circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter.a.b.circūscribens duas solidos figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c.et ycocedron cuius vnus ex.20.triangulis sit.d.pentagono aūt.c.⁊ trigono.d.super duo centra.d.⁊.c.circumscribant̃ duo circuli huic q̄dē .f.c.ex.14.q̄rti illi vero.f.d. ex.5.eiusdē: dico itaq̃ ꝙ hi duo circuli sperarum ꝓpositarum quorum alter circūscribit pentagonū.c.alter vero trigonum.d.sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni.c.vnū ex suis angulis cōtinentia litteris.e. f.⁊.f.g.⁊ protrahant̃ linea e.g.que subtendat angulum.f.⁊ semidiameter circuli que sit.c.f.vnūquodq̃ ex lateribus trigoni.d.signet̃ litteris.k.h.⁊ protrahatur semidiameter sui circuli que sit.d.k.dehinc sumat̃ linea.l.m.ad quā sit linea.a.b.que ē diameter spere assignate quincupla i potentia: q̄ quidē.l.m.diuidat̃ i.n.ſm proportionē habentem mediū duoq̃ extrema sitq̃ maior portio eius linea.l.n.⁊ ſcdm quātitatē totius.l.m. linectur circulus.p.q.itaq̃ semidiameter circuli.p.q.sit equalis linee.l.m.eritq̃ ex correlario.15.quarti linea.l.m.tanq̄ latus exagoni equilateri circulo.p.q. inscripti. ideoq̃ per tertiam huius linea.l.n.erit tanq̄ latus decagoni equilateri eidē circulo inscripti: igitur ex.11.quarti inscribat̃ pentagonus equilaterus circulo.p.q. cuius vnum latus sit.p.q.eritq̃ ex.10.tredecimi libri quadratū.p.q.equale quadratis duarum linearum.l.m.⁊.l.n.pariter acceptis. constat autem ex demonstratione.16.tredecimi ꝙ.h.k.est equalis.p.q.ergo quadratum.h. k.est equale quadratis duarum linearum.l.m.⁊.l.n.pariter acceptis. At vero ex demōstratiōe.17.tredecimi.manifestū ē ꝙ.e.g.ē latus cubi ab eadē spera circūscriptibilis: q̄re ꝑ correl.14.tredecimi.a.b. q̄ ē diameter spere potentialiter ē tripla ad.e.g.q̄ ē latus cubi. si aūt.e.g.diuidatur ſm ꝓportionē hn̄tem mediū duoq̃ extrema pꝫ ex demonstratiōe.17.tredecimi ꝙ e.f.ē tanq̄ maior portio eius: igitur ex secunda hui⁹.e.g.ad.l.m.sicut.e.f.ad. l.n. nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq̃ per.21.sexti quadratum e.g.ad quadratum.l.m.sicut quadratum.e.f.ad quadratū.l.n. q̄re ꝑ.13.quinti quadrata duarum linearum.e.g.⁊.e.f.pariter accepta ad quadrata duarum linearum l.m.⁊.l.n.pariter accepta sicut quadratū.e.g.ad quadratū.l. m. ergo ꝑ.15.quinti: et









ꝑmutatā ꝓportionalitatē ꝛ equā triplum duorum quadratorum duarum lineaꝝ e.g.ꝛ.e.f. ꝑiter acceptoꝝ ad q̄drata duarum linearum.l.m.ꝛ.l.n. pariter accepta sicut triplū quadrati. e.g.ad quadratū.l.m.triplū aūt. e.g.quadrati est tāq̄ȝ quadratū.a.b.ex correl.14.tredecimi:at quadratū.a.b.ē per ypothesim quincuplū ad quadratū.l.m.ergo triplū quadrati.e.g.quincuplum quoqȝ ē quadrati.l.m.quare etiā triplum quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.e.g.ꝛ.e.f.ꝑiter acceptoꝝ ē quincuplū ad quadrata duaꝝ lineaꝝ.l.m.ꝛ.l.n.ꝑiter accepta:ꝛ q꞉ ꝓbatū ē ꝙ quadratū.b.k.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.l.m.ꝛ.l.n.ꝑiter acceptis.sequit̄ ex cōi scia vt triplū quadratoꝝ.e.g.ꝛ.e.f.sit quincuplū ad quadratū.b.k.cōstat aūt ex.8.tredecimi ꝙ quicuplum quadrati. b.k.est quindecuplum ad quadratū.d.k.nam simplum est triplum.Et ex quarta huiꝯ cōstat ꝙ triplū quadratoꝝ.e.g.ꝛ.e.f.est quincuplū quadrati.e.f. nam simplū est quincuplū.itaqȝ quindecuplū quadrati.e.f.ē eq̄le quindecuplo quadrati.d.k.ideoqȝ per.15.quinti quadratū.e.f.est equale quadrato.d.k. quare etiā linea.e.f.ē equalis linee.d.k.ergo ex diffinitione circuloꝝ equaliū circulus circūscribens pentagonum.e.ē equalis circulo circumscribenti trigonū.d.quod erat ex principio demonstrādum.nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet.e.f.ꝛ.d.k.

Propositio .6.

Quadratū quoqȝ qđ est triangulū al' trigincuplū tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circūscribentis pentagonū figure duodecim basium ad latus pentagoni atqȝ sub latere ipsiꝯ pentagoni cōtinetur omnibꝯ superficiebꝯ corporis duodecim basiuȝ pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

¶ Sit pentagonus.a.vna ex.12.basibus figure duodecedri ꝛ vnū ex eius lateribꝯ sit.b.c.sibiqȝ ex.14.quarti circūscribat̄ circulus supra centꝝ.a.ꝛ ꝓtrahant̄ linee.a.b.ꝛ.a.c.ꝛ.a.d. ꝑpendicularis ad.b.c.dico ergo ꝙ trigincuplū eius qđ fit ex a.d.in b.c.est equale omnibus sup̄ficiebus duodecedri ꝑiter acceptis.constat eni pentagonū.a.eē diuisibilē in quinqȝ triangulos equales triangulo.a.b.c.ex.8.p̄mi.itaqȝ omnes.12.pentagoni duodecedri cum oēs sint equales ꝛ siles pentagono.a.diuisibiles sunt in.60.triangulos quoꝝ quisqȝ ꝑ.8.primi ē equalis triangulo.a.b.c. Qđ autē fit ex.a.d.in.b.c.est duplum ꝑ.41.p̄mi:ad triangulū.a.b.c.ergo trigincuplum eius qđ fit ex.a.d.in.b.c.ē sexagincuplum ad triangulū.a.b.c.nā vt simplū ad simplum sic duplum ad duplum.Cum itaqȝ omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiā sexagincuplū ad triangulū.a.b.c.sequit̄ vt trigincuplū eiꝯ qđ fit ex.a.d.in.b.c.sit equale omnibus superficiebus duodecedri ꝑiter acceptis:qđ ē propositum.

Propositio .7.

Quadratū quoqȝ qđ est triangulū al' trigincuplum tetragoni qui sub ꝑpendiculari ducta a centro circuli ad latꝯ sibi inscripti trianguli figure viginti basiū atqȝ sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basiū ꝑiter acceptis. ¶ Esto eni hic trigonus.e.vna ex.20.basibus figure ycocedri ꝛ vnū ex eis lateribꝯ sit.f.g.sibiqȝ ex.5.quarti circumscribat̄ circulus super centꝝ.e.ꝛ ꝓtrahant̄ linee.e.f.e.g.ꝛ.e.h.ꝑpendicularis ad.f.g.dico igit̄ ꝙ trigicuplū eiꝯ qđ fit ex.e.h.i.f.g.ē eq̄le oibꝯ sup̄ficiebꝯ ycocedri ꝑiter acceptis.ꝯstat eni trigonū.e.eē diuisibilē i tres trigonos quoꝝ quilȝ

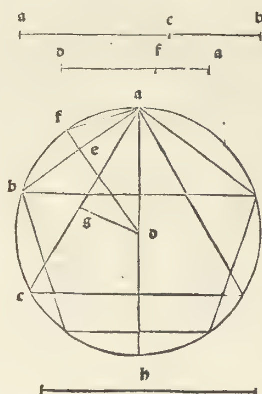
per octauā pⁱmi ē equalis trigono.e.f.g itaqȝ oēs.20.trigoni ycocedri piter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sūt tanq̄ȝ sexagincuplum trigoni.e.f.g. ꝛ qꝛ per.14.pⁱmi qḋ fit ex.e.b.in.f.g.est duplū trigoni.e.f.g.ideoqȝ trigincuplū huiꝰ est equale sexagincuplo illiꝰ:sequit̄ ut trigincuplū.e.b.in.e.f.sit equale oibus sup/ficiebus ycocedri piter acceptis qḋ erat demōstrādū. ❡ Manifestū igitur ē qꝛ porportio superficierū figure duodecim basiū in aliqua spera ꝯtente ad supficies figure viginti basium in eadē spera ↄ̄clusē:ē tanq̄ȝ ꝓportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci ba/siū ꝛ sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus penta goni:ad tetragonū contentū sub latere trianguli ipsius figure viginti basiū ꝛ perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus triangu li corporis viginti alchaidaꝝ. ❡ Qḋ per illud corel'. ꝯcludit̄ veꝝ esse siue fi/gura.12.basiū ꝛ figura.20.basiū sint ab eadē spera circūscriptibiles vt ꝓponit̄:siue etiā fuerint circūscriptibiles a diuersis speris: ꝓponit̄ autē ꝓut hee figure sint cir/cūscriptibiles ab eadē spera qm̄ hoc modo valet ꝛ sufficit ad ꝓpositū.Eiꝰ ergo cō munis veritas sic pȝ.cōstat eni ex.6.huiꝰ ꝙ trigincuplū.a.d.in.b.c.equū ē oibus superficiebus duodecedri piter acceptis cuius pentagonus.a.est vna ex.12.supfici ebus ꝛ ex hac.7. ꝯstat silr̄ ꝙ trigincuplū.e.b.in.f.g.equū ē oibus supficiebꝰ ycoce dri piter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus siue illud duodecedron ꝛ istud ycocedron eadē spera circūscribat siue diuerse.itaqȝ ꝓportio trigicupli.a.d in.b.c.ad omnes supficies illius duodecedri piter acceptas ē sicut trigincupli.e.b. in.f.g.ad omnes supficies ycocedri piter acceptas:vtrobiqȝ eni est ꝓportio equali tatis:quare permutatim trigincuplū.a.d.in.b.c.ad trigincuplū:e.b.in.f.g. sicut omnes superficies illiꝰ duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri ꝛ per.15. quinti trigincupli ad trigincuplū ē sicut simpli ad simplū. Constat igit̄ p.11.quinti ꝙ ꝓportio omniū supficieꝝ illius duodecedri ad oēs supficies huius ycocedri ē eiꝰ quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id qḋ fit ex.e.b.in.f.g.ꝛ hoc ē qḋ ex corelario ꝓponit̄.

Propositio .8.



PRoportio cunctarū superficieꝝ corporis duodecim ba/sium piter acceptaꝝ ad cūctas supficies corpis viginti ba sium piter acceptas que ab vna spera ābo circūscribunt̄ est tanq̄ȝ ꝓportio lateris cubi quē circūscribit eadē spe/ra ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

❡ Ut ab huius.8. demōstratiōis libri 14.ꝓcessu ambiguitas ois abscedat:istud prescire oportet.Qḋ si aliq̄ linea ↄ̄m ꝓportionē habentē mediū duoqȝ extrema fu/erit diuisa ꝛ ex medietate eius tanq̄ȝ dimidiū sue maioris portionis detrahat̄:ipsa quoqȝ medietas ↄ̄m ꝓportionē habentē mediū duoqȝ extrema diuisa erit ꝛ eiꝰ ma ior portio ē tanq̄ȝ dimidiū maioris sue duple.verbi grā sit.a.b.diuisa ↄ̄m ꝓportio nē habentē mediū duoqȝ extremā in.c.ꝛ maior eius portio sit.a.c.ꝛ sit.d.e.tanq̄ȝ dimidiū.a.b.ꝛ.d.f.tāq̄ȝ dimidiū.a.c.dico ergo ꝙ.d.e.diuisa ē i.f.ↄ̄m ꝓportiōem hn̄tem mediuȝ duoqȝ extrema ꝛ maior portio eiꝰ ē.d.f.ꝯstat eni ex.15.q̄nti ꝙ ꝓ/portio.a.b.ad.a.c.ē sicut.d.e.ad.d.f.vȝ dupluȝ ad dupluȝ tāq̄ȝ simplū ad simplū q̄re pmutati.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.igit̄ p.19.q̄nti.c.b.ad.f.e. sicut.a.b. ad d.e.ē itaqȝ.c.b.dupla ad.f.e.sic eni ē.a.b.ad.d.e.cū igit̄ tota.e.b.sit dupla ad to/tā.d.e.ꝛ sigl'e ptes.a.b.ad sigl'as ptes.d.e.q̄re ex.15.q̄nti ꝛ.11.xiꝰdē ꝛ dione linee



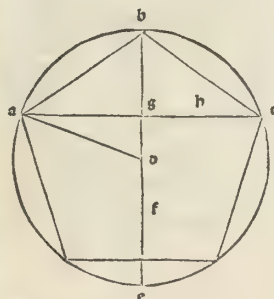
diuise ſm ꝓportiōem hñtem mediū duoqꝫ extrema erit linea.d.c.diuiſa i.f.queād modū ꝓponit̄.Nūc igit̄ demōſtrationi ei⁹ qd̄ ꝓpoſitū ē iſiſtam⁹.Ad cui⁹ exēplū ſit a.b.c.circul⁹ cui⁹ centꝝ.d.circūſcribēs pentagonū duodecedri ⁊ trigonū ycocedri q̄ ambo ꝑiter eadē ſpera circūſcribit ⁊ ꝯcludit.nā ex.5.hui⁹ manifeſtū ē ꝙ idē circul⁹ huius pentagonū ⁊ illi⁹ trigonū circūſcribit.ſit aūt linea.a.b.latus pentagoni ⁊ linea.a.c.trigoni.ſitqꝫ linea.h.tanq̄ꝫ latus cubi ab eadē ſpera circūſcripti: dico ita/qꝫ ꝙ ꝓportio omniū ſupficieꝝ duodecedri ꝑiter acceptaꝝ ad oēs ſupficies ycocedri ꝑiter acceptas ē ſicut linea.h.ad lineā.a.c.ꝓducat̄ quidē a centro.d.ꝑpendicl'aris ad.a.b.que tranſeat vſqꝫ ad circūferentiā ſecans.a.b.in puncto.e.⁊ arcū ei⁹ i puncto.f.hanc autē ꝑpendicularē ꝯſtat diuidere ꝑ equalia tā lineā.a.b. q̄ꝫ eius arcum chordā quidē.a.b.ꝑ ſcd̄am ꝑtē tertie tertij:arcū vero ei⁹ ꝑ quartā ꝑmi ⁊.27.tertij.ē igit̄ arcus.f.a decima ps circūferentie.ſubtendat̄ itaqꝫ ſibi chorda.a.f.q̄ erit latus decagoni equilateri eiuſdē circuli.erit igit̄ ex.9.tredecimi linea conſtans ex.d.f.f.a diuiſa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema.⁊ maior portio eius erit linea d.f.At vero ex prima huius.d.e.ē equalis dimidio.d.f.dimidioqꝫ.f.a.i longū directūqꝫ coiunctis.Sit igit̄.d.g.ꝑpendicularis ad.a.c.eritqꝫ ex correlario.8.tredecimi.g.d.tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.itaqꝫ ſi a linea.d.e.q̄ eſt tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.a.cū.d.f ⁊.f.a.ſit linea vna:detrahat̄qꝫ eq̄lis.d.g.q̄ ē tanq̄ꝫ dimidiū.d.f.erit ꝑ illud qd̄ ante hoc ꝓbatū ē linea.d.e.diuiſa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema et maior portio erit tanq̄ꝫ.g.d.ex demōſtratione aūt.17.tredecimi cōſtat ꝙ ſi linea h.q̄ ē latus cubi diuidat̄qꝫ ſm ꝓportionē habētē mediū duoqꝫ extrema maior portio eius erit tanq̄ꝫ.a.b.q̄ ē latus pentagoni figure.12.baſiū. itaqꝫ per ſcd̄am hui⁹ ꝓportio.h.ad.a.b.eſt ſicut.d.e.ad.g.d.quare ꝑ primā ꝑtē.15.ſexti: qd̄ ꝓuenit ex h.in.g.d.equū ē ei qd̄ fit ex.a.b.in.d.e.Ex correlario aūt premiſſe manifeſtum eſt ꝙ ꝓportio omniū ſupficieꝝ duodecedri cuius latus.a.b.ꝑiter acceptaꝝ ad oēs ſuperficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas ē ſicut eius qd̄ fit ex.a.b.in.d.e ad illud qd̄ fit ex.a.c.in.g.d.igit̄ ex prima ꝑte.7.quinti ⁊.11.eiuſdē ꝓportio ei⁹ qd̄ ꝓuenit ex.h.in.g.d.ad illud qd̄ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē ſicut omniū ſuperficierūꝫ illi⁹ duodecedri ad oēs huius ycocedri.At vero eius qd̄ ꝓuenit ex.h.in.g.d.ad illud qd̄ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē per primam ſexti ſicut.h.ad.a.c.itaqꝫ ꝑ.11.quinti proportio omniū ſupficieꝝ illius duodecedri ad oēs huius ycocedri ē ſicut .h.ad.a.c. quod ē ꝓpoſitū.hoc ipſū aliter probare poterim⁹.ſi ad ipſū huius antecedens neceſſarium ꝑmiſerim⁹ quod eſt. ¶ **Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inſcribatur rectangulū ꝙ ſub dodrante diametri ipſius circuli et ſub dextante ipſius linee angulū ipſius pentagoni ſubtendentis continetur eidē pentagono equū eē ex neceſſitate oportet.** ¶ Maiores noſtri vnūqđqꝫ integꝝ in.12.ꝑtes eq̄les intellectu ⁊ rōne diuiſerūt.oēſqꝫ eas ſil'.hoc ē ipm totū/aſſem vocauerunt.vndecim vero eaꝝ/dixerūt deuncē.decē aūt dextantē. nouē dodrantē.octo vero beſſē.at ſeptem ſeptūcem [illegible] ſex aūt ſeiſſē:quiqꝫ quīcuncē.q̄tuor trientē.tres aūt q̄drātē.duas vero ſextātē.vnā aūt appellauerūt vnciā/eaſqꝫ ꝑ ordinē talib⁹ deſignauere figuris/q̄ ſepiſſime īueniūt̄ i antiq̄s libris.

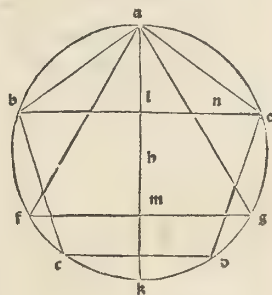
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Bes	Septunx
Semis	Quincunx	Triens	Quadrās	Sextans	Uncia

¶ Vnciã quoqȝ quã duodecimã ptẽ assis fore dixímꝰ i alias rursꝰ.12.fractiões. Sȝ alia via diuiserũt.nã medietatẽ vncie dixerũt semvnciã.tertiã vero dueliã.quartã sicilicũ.sextã sextulã.octauã dragmã.duodecimã semissiclam.decimãoctauã tremissem.vigesimã quartã scrupulũ.quadragesimã octauã obulũ. septuagesimã secũdã bissiliquã .nonagesimã sextã ceracẽ. Vltima vero q̃ ẽ centesima quadragesima q̃rta ps ipius vncie siliquã nominauerũt.his aũt.12.fractionibus vncie posteriores adiunxere calcũ.Est aũt calcus centesima nonagesima scđa ps vncie:cuiꝰ additionis cã fuit vt vsqȝ ad minimũ extremũ diatesseron ⁊ diapente simphoniaꝝ tonoꝝ semitonoꝝq̃ȝ interuallis distinctaꝝ haꝝ fractionũ denoiatio cõscẽderet vł cõtenderet ⁊ ipsas omnes ſm ordinẽ talibus annotauere figuris.

2	3	4	6	8	12	18
Semũcia	Duella	Siclus	Sextula	Dragma	SEmissicla	Tremissis
24	48	72	96	144	192	
Scrupulus	Obolus	Bissiliqua	Ceraces	Siliqua	Calcus	

¶ Eius ergo qđ dicit̃:sensꝰ ẽ:ꝙ si in aliquo circulo pentagonꝰ eq̃lateris inscribat̃ illud qđ fit ex tribꝰ q̃rtis diametri circuli i quinqȝ sextas linee subtẽdẽtis vnũ ex angulis inscripti pentagoni eq̃le ẽ pentagono.verbi grã.Sit circłs.a.b.c. sup cẽtꝝ.d eiqȝ ex.11.q̃rti inscribat̃ pentagonꝰ equilaterꝰ cuiꝰ duo latera vnũ ex suis angulis ꝯtinẽtia sint.a.b.⁊.b.c.⁊ anglo.b.subtendat̃ linea.a.c.⁊ ꝓtrahat̃ diameter.b.d.e secãs lineã.a.c.p eq̃lia in puncto.g. sitqȝ.d.f.medietas.d.e.⁊.g. b.dupla ad.b.c. eritqȝ.b.f.dodrãs diametri:ẽ eni tres q̃rte ipsiꝰ ⁊.a.b.erit dextãs vel sextãs.a.c.ẽ eni.5.sexte eius:ꝓtrahat̃ aũt linea.a.d:dico ꝙ illud qđ ꝓuenit ex.b.f.in.a.b.ẽ eq̃le pẽtagono inscripto circulo.cũ eni.a.g. sit ꝑpendicularis ad.b.d.erit ex.41.p̃mi ⁊ illud qđ ꝓuenit ex.b.d.in.a.g.duplũ ẽ ad triangulũ.a.b.d.iõqȝ qđ ꝓuenit ex.b.f.in.a.g.triplũ erit ad eundeȝ triangulũ ⁊ qđ ꝓuenit ex.b.f.in.b.g.duplũ ⁊ ex.b.f.in totã.a.b.quincuplũ.cũ itaqȝ totus pentagonꝰ quintuplꝰ sit ad eũdẽ trianglm cõstat ꝙ istud qđ fit ex.b.f.in.a.b.ẽ eq̃le pentagono ⁊ illud erat demõstrãdũ.Qđ igit̃ ex p̃ncipio ꝓpositũ ẽ nunc alia via sicut ꝓmisimꝰ demõstremꝰ. sint itaqȝ circulo cuiꝰ centꝝ.b.inscripti pentagonꝰ figure.12.basiũ ⁊ trigonꝰ figure.20.basiuȝ q̃s eadem spera circũscribit.Constat eni ex.5.huiꝰ ꝙ huiꝰ duodecedri pentagonꝰ ⁊ illius ycocedri trigonꝰ ab eodẽ circulo circũducent̃.sitqȝ pentagonꝰ.a.b.c.d.e. ⁊ trigonus.a.f.g.⁊ angulo.a.pentagoni subtendat̃ linea.b.c.q̃ ex demõstratione.17. tredecimi erit latꝰ cubi quẽ eadẽ spera cõcludit:ꝓtrahat̃ itaqȝ diameter.a.b .k.secans orthogonaliter ⁊ p equalia vtrãqȝ duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.f.g.hãc q̃dẽ i puncto.l illã vero in pũcto.m.dico ĝ ꝙ ꝓportio diuȝ supficieꝝ duodecedri ad oẽs ycocedri quoꝝ pentagonꝰ ⁊ trigonus ꝓposito circulo sunt inscripti ẽ sicut linee.b. c.que est latus cubi ab eadẽ spera conclusi ad lineam.f.g.que est latus trigoni ycocedri. constat enim ex correlario octaue tredecimi ꝙ linea.b.m.ẽ dimidiũ linee.a.b. iõqȝ.a.m.erit dodrans diametri.a.k.ẽ eni eius tres quarte. sit ergo. l.n.dupla ad. n.e. eritqȝ .b.n.dextans.b.c.est eni quita eiꝰ sexte.itaqȝ per p̃missũ aĩs qđ prouenit ex.a.m.in.b.n.erit equale pentagono.a.b.c.d.e.qđ autẽ ꝓuenit ex.a. m.in.m.f.ẽ equale triangulo.a.f.g. igit̃ ex prima sexti ꝓportio pentagoni ad trigonũ est sicut b.n.ad.m.f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplũ istius trigoni sint duodecupli linee.b.n.ad vigincuplum linee.m.f.qđ ex.15.quinti ⁊ equa proportionalitate manifestum est duodecuplum autẽ.b.n.ẽ tanq̃ȝ decuplum. b.c.nã.12.





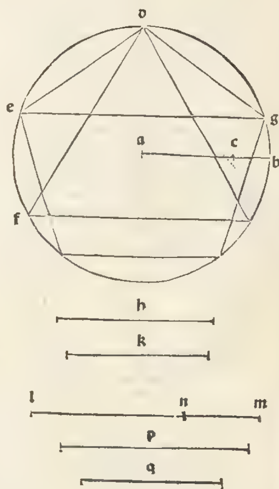
dextātes coequāt.x.asses hoc est.x.tota: vigincuplū vero.m.f.ē tanq̄z decuplū.f.g nam.f.g. est dupla ad.m.f.igit̄ duo decupli istius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni est sicut decupli.b.e.ad decuplū.f.g.z q2 duodecuplū illi⁹ pentagoni ē oēs superficies duodecedri: vigincuplū autē huius trigoni est omnes supficies ycocedri z quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplū.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti pportio omniū superficiez duodecedri pariter acceptaz ad oēs superficies ycocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g.Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.



Diuisa q̄libet linea scōm pportionē habētē mediū duoqz extrema erit pportio linee potētis supra totā lineā ei⁹qz maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiusdēqz minorē portionē tāq̄z pportio lateris cubi ad lat⁹ triāguli corpis viginti basiū vna cū cubo ipso i eadē spera ptenti.

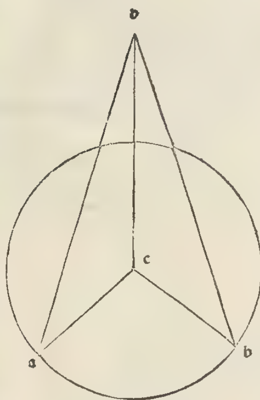
¶Sit linea.a.b.diuisa scōm proportionē habentē mediū duoqz extrema z maior portio eius sit linea.a.c.z super centz.a.ſm quantitatē linee.a.b. describat̄ circul⁹ d.b.e.eiqz inscribat̄ ex.11.quarti pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. d.e. z ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit. d.f.z vni ex angulis pentagoni qui sit.d.subtendatur linea.e.g.Constat igit̄ ex.5.hui⁹ q spera circūscribens duodecedron cuius pentagoni latus est.d.e .circūscribit sil' ycocedron cuius trianguli latus ē.d.f.z ex demōstratione.17.tredecimi manifestum ē q eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g.sumat̄ ergo linea.h.potēs super totam.a.b.z eius maiorem portionem .a.c.z sumat̄.k.potens super totam a.b.z minorē eius portionem .b.c.dico itaqz q pportio.e.g.ad.d.f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cū ipso cubo ab ipsa spera contenti[illegible]ē sicut.h. ad.k.cōstat q̄dē qd ex corelario.15.q̄rti q.a.b.ē tanq̄z lat⁹ exagoni equilateri circulo.b.d.e.inscripti: igit̄ ex tertia huius.a.c.est tāq̄z latus decagoni eiusdē circuli itaqz per. 10.13.d.c.potens ē super totā.a.b.z eius maiorē portionē.a.c.quare.d. c.est equalis.h.nā quadratum vtriusqz earum tantū est quantū quadrata duaz lineaz.a.b.z.a.c.piter accepta: pz autē ex octaua.13.q.d.f.est tripla potentialiter ad.a.b.At vero ex.5. eiusdē patet q.k.quoqz tripla est potentialiter ad.a.c. ergo ex secunda parte.21. sexti pportio.d.f.ad.a.b.ē sicut.k.ad.a.c.quare pmutati.d.f.ad.k.sicut.a.b.ad.a.c.z quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestū ē q si e.g.diuidat̄ ſm pportionē habētē mediū duoqz extrema maior portio eius erit tā q̄z .d.e.erit p scōam huius pportio .e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. q̄re p.11.quinti erit quoqz .e.g.ad.d.e.sicut.d.f.ad.k.z pmutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et q2 per primā ptē.7. quinti.d.e.ad.k.sicut.h.ad.k.eo q.d.e.z.h.sunt equales erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.h.ad.k.qd est propositū. Nō solū aūt est pportio e.g.lateris cubi ad.d.f.latus trianguli ycocedri sicut.h.ad.k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterā: quarum altera potest sup totā quālibet lineam diuisam ſm proportionem habentem medium duoqz extrema z sup eius maiorem portionē: altera vero super totam z eius minorem portionē.nā singulaz linearum taliū ē proportio vna: verbi gratia.maneāt priores ypotheses circa lineas.a.b.h.z.k. z sumatur quoqz quelibet alia linea q̄ sit.l.m. diuisa ſm proportionē habētem medium duoqz extrema in.n.z portio maior sit.l.n.sitqz linea. p. potens super totam.l.m. z eius maiorem portionem.l.n. z linea.q.sit potens



super totam.l.m.ꝛ eius minorē portionē.m.n.dico ergo ꝙ ꝓportio.p.ad.q.est sicut.h.ad.k.cōstat eni ex scđa hui⁹ ꝙ.b a.ad.a.c.ē sicut.l.m.ad.l.n.ergo p p̄mam ptē.21.sexti quadrati.b.a.ad quadratū.a.c.ē sicut q̄drati.m.l.ad quadratū.n.l. quare coniunctim quadrati.b.ad quadratū.a.c.sicut quadrati.p.ad quadratū.l.n ꝛ permutatim quadrati.b.ad quadratū.p.sicut quadrati.a.c.ad quadratum.l.n. Eodē argumētationis genere sequiť ꝙ ꝓportio quadrati.k.ad quadratū.q.est sicut quadrati.c.b.ad quadratū.n m.ꝛ qꝛ ex scđa huius ex prima pte.21.sexti quadratū.a.c.ad quadratū.l.n.sicut quadratū.c.b.ad quadratū.m.n.erit ex.11.quinti quadratū.b.ad quadratū.p.sicut quadratū.k.ad quadratū.q.quare p scđam ptē 21.sexti.b.ad.p.sicut.k.ad.q.Et pmutatim.b.ad.k.sicut.p.ad.q.qđ erat demonstrandū.ꝛ ne quisq̄ dubitationis locus ea que demōstrāda restant obfuscet: premittenda adhuc arbitramur quedā quibus sequētia firmo demōstratiōis robore incōcussa permaneant.

¶Si aliqua plana superficies speram quālibet secet cōis differentia plane superficiei secantis ꝛ curue superficiei spere erit circumferentia continens circulum.

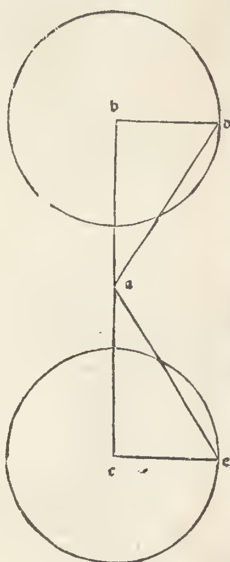
¶Sit igiť aliqua plana sup̄ficies secans speram ꝛ sit linea.a.b.cōis sectio sup̄ficiei secantis ꝛ sup̄ficiei spere.dico ꝙ linea.a.b.est circūferentia circuli.aut eni centrum spere est in plana sup̄ficie secante.aut extra.Qđ si fuerit in ea ponať vbicunq̄ ꝯtigerit ꝛ sit.c.Quia ergo tota linea.a.b.ē in sup̄ficie spere ꝛ qꝛ omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circūferentiā sunt equales quēadmodū constat ex diffinitione spere.sequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad lineā.a.b.sint equales.ē igiť ex diffinitione circuli superficies quā continet linea.a.b.circulus ꝛ eius centꝝ ē.c. videlicet idē ꝙ centꝝ spere.si aūt centrū spere fuerit extra superficiē secantē: ponatur ergo vbilibet qđ sit.d.a quo δm doctrinā.11.vndecimi ducať linea.d.c.perpendicularis ad sup̄ficiē secantē ꝛ ꝓtrahanť ab eodē centro.d.due linee recte q̄uocūq̄ contingat ad lineā.a.b.que sint.d.a.ꝛ.d.b.ꝛ iungať.c.cū.a.ꝛ cū.b.eruntq̄ due linee.d.a.ꝛ.d.b equales eo ꝙ ipse sunt a centro spere ad superficiem eius: ex diffinitione autē linee perpendicularis ad superficiē.manifestū est ꝙ anguli.d.c.a.ꝛ.d c.b.sūt recti:ideoq̄ ex penuľ.primi ꝛ ista cōi scia: que equalibus sūt equalia iter se sunt equalia: erunt quadrata duaꝝ lineaꝝ.c.d.ꝛ.c.a.pariter accepta equalia quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.c.ꝛ.c.b.pariter acceptis: dempto itaq̄ vtrinq̄ quadrato.d c.erit quadratū.c.a.equale q̄drato.c b.quare ꝛ linea.c.a.linee.c.b. Eodē argumētationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto.c.ad lineā.a.b.eē eq̄les ergo ex diffinitione circuli sup̄ficies quā continet linea.a.b.est circul⁹ ꝛ ei⁹ centrū est.c.quod est propositum.



¶Ex hoc itaq̄ manifestum est ꝙ cum superficies secat speram super centrum eius sector ꝓueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq̄ prouieniens i superficie spere est linea continēs circulū cuius centꝝ ē punctus ille in quo incidit ꝑpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶Amplius autem dico ꝙ

¶Si in spera aliqua fuerint circuli equales ꝑpendiculares ducte a cētro spere ad sup̄ficies illorum circulorum erunt adinuicem equales.



¶ Sint i ſpera cuius centꝝ .a.ſignati duo circuli.b.ꝛ.c.equales ad quoꝝ ſupficies ꝓtrahanť a centro ſpere videlicet a puncto.a.perpendiculares ſm ꝙ docet.11.vn decimi:ad hunc quidē.a.b.ad illū autē.a.c.dico ꝙ due linee .a.b.ꝛ.a.c.ſūt equa/les:ꝓtrahanť eni a punctis.b.ꝛ.c.ſingule linee recte ad circūferentias illoꝝ circu/loꝝ ꝓut libuerit:in hoc quidem.b.d.in illo aūt.c.e.ꝛ iungať.a.cū.d.ꝛ cum.e. erit qꝫ ex diffinitione linee ſupꝛa ſuperficiē ꝑpendiculariter ſtantis vtriqꝫ duoꝝ angu/loꝝ.a.b.d.a.c.e.rectus.At vero ex ſcđa ꝑte ꝑmiſſi coꝛelarij. Manifeſtū ē ꝙ duo puncta.b.ꝛ.c.ſunt centra circuloꝝ.b.c.ideoqꝫ due linee.b.d. ꝛ.c.e. ſunt ſemidia/metri eoꝝ:qui circuli cū ponanť equales ſequiť ex diffinitione equaliū circuloꝝ has ſemidiametros eſſe equales:ꝛ quia due linee.a.d.ꝛ.a.e.ſunt equales qꝛ ſunt ducte a centro ſpere ad eius ſupficiē:erunt ex penul᷑.pꝛimi due ꝑpendiculares.a.b.ꝛ.a.c equales qđ opoꝛtebat demonſtrare.Nunc igitur ad pꝛopoſitum redeamus.

Pꝛopoſitio .10.

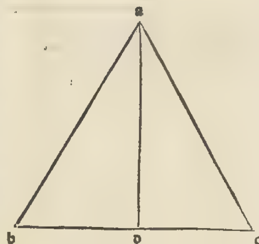
PRopoꝛtio coꝛpoꝛis duodecedri ad coꝛpꝰ ycocedri q̃ ambo vna eadēqꝫ ſpera icludit:eſt ſicut omniū ſuperficierū eius ꝑiter acceptaꝝ ad oēs ſupficies illius ꝑiter acceptas ¶ hoc eſt qđ ſuperius poſt demonſtrationē pꝛime huius auctoꝛita te Ariſtei ꝛ apollonij cōmemoꝛauimus cuiꝰ demonſtratio ex his q̃/pꝛemiſſa ſunt euidenter eliciť.Ex quinta quidē huius manifeſtū ē ꝙ circuli quoꝛuꝫ alter circūſcribit pentagonū duodecedri:reliquꝰ vero trigonū ycocedri que ambo coꝛpoꝛa ſpera vna coherent ſunt adinuicem equales:itaqꝫ erunt perpendiculares a centro ſpere ad ſuperficies omnium circuloꝝ circūſcribentium pentagonos hu/ius duodecedri ꝛ trigonos illiꝰ ycocedri i eoꝝ centra cadentes adinuicem equales ſicut ex pꝛemiſſis manifeſtū ē nam omnes hi circuli teſte .5.huius ſicut dictū ē eq̃/les ſunt ſibi adinuicē piramides:igitur quaꝝ ſunt baſes pentagoni duodecedri co ni autē caꝝ ſunt centꝝ ſpere atqꝫ piramides quaꝝ baſes ſūt trigoni ycocedri: ꝛ co ni eaꝝ ſimiliter centrū ſpere ſunt eque alte cunctaꝝ quidē piramidū altitudinē mē ſurant vel determinant a conis ad baſes ꝑpendiculares cadentes:piramides autē eque altas ſuis baſibus ꝓpoꝛtionales eſſe opoꝛtet quēadmodum in.6. duodecimi pꝛobatū eſt:itaqꝫ pꝛopoꝛtio piramidis cuius baſis pentagonus duodecedri ad pi ramidē cuius baſis trigoni ycocedri ē ſicut iſtius pentagoni ad hunc trigonū.iđqꝫ per.24.quinti ꝓpoꝛtio duodecupli illius piramidis cuius baſis pentagonus duo decedri ad piramidē cuius baſis trigonus ycocedri ſicut duodecupli illius pentago ni ad hunc trigonū.hee aūt.12.piramides quaꝝ ſunt baſes.12.pentagoni duode/cedri ſunt tanq̃ꝫ totū coꝛpus ipſius duodecedri.At.12.pentagoni tanq̃ꝫ oēs ſuper ficies eius:itaqꝫ ꝓpoꝛtio coꝛpoꝛis duodecedri ad piramidē cuius baſis eſt trigo/nus ycocedri ē ſicut ꝓpoꝛtio omniū ſupficieꝝ.duodecedri ad trigonū ycocedri.qua re rurſus ex.24.quinti ꝓpoꝛtio coꝛpoꝛis duodecedri ad vigincuplū illius pirami/dis cuius baſis eſt trigonus ycocedri ē ſicut omniū ſupficieꝝ duodecedri ad vigin cuplū trigoni ycocedri.cū igiť vigincuplū huius piramidis ſit tanq̃ꝫ totū coꝛpꝰ yco cedri ad vigincuplū iſtius trigoni tanq̃ꝫ omnes ſuperficies ipſiꝰ ycocedri erit ꝓ/poꝛtio coꝛpoꝛis duodecedri ad coꝛpus ycocedri que ambo vna eadēqꝫ ſpera con/cludit ſicut ꝓpoꝛtio omniū ſupficieꝝ coꝛpis duodecedri ꝑiter acceptaꝝ ad omnes ſuperficies coꝛpoꝛis ycocedri ꝑiter acceptas.hoc aūt eſt pꝛedictoꝝ philoſophoꝛum de pꝛopoꝛtione hoꝝ duoꝝ coꝛpoꝝ ſententia fixa ſolidaqꝫ demōſtratiōe roboꝛata.

cui quoq3 adijciendũ est hoc.nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycocedri vna cũ ipso cubo ab eadẽ spera cõclusi sit sicut ꝓportio omniũ superficieꝝ corporis duodecedri piter acceptaꝝ ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera cõclusi sicut ex.8. huius demonstratũ est:erit ex.11.quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circũuoluit tãq3 ꝓportio lateris cubi eidẽq3 spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri.Amplius aũt q2 diuisa qualibet linea ẽm proportionẽ habentẽ mediũ duoq3 extrema est proportio linee potentis super totã ⁊ eius maiorẽ portionẽ ad lineã potentẽ super totã ⁊ eius minorẽ portionẽ sicut lateris cubi alicuiꝰ spere inscripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadẽ spera circũducti sicut ex.9. huius demonstratum ẽ erit etiã ex.11.quinti vt diuisa qualibet linea ẽm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq3 extrema sit ꝓportio linee potentis super totã ⁊ eius maiorẽ portionẽ ad lineã potentẽ super totã ⁊ eius minorẽ portionẽ veluti ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna atq3 eadẽ spera circũscribit.Ex dictis igiť manifestum est ꝙ ꝓportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circũscripti .itemq3 ꝓportio cunctaꝝ superficieꝝ duodecedri ad cunctas superficies ycocedri que ambo sup eadẽ spera circũscribit.Et rursus ꝓportio linee potentis super quãlibet lineã diuisã ẽm proportionẽ habentẽ mediũ duoq3 extrema et super eius maiorẽ portionẽ ad lineã potentẽ super eandẽ ⁊ super eius minorẽ portionẽ atq3 iteꝝ ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq3 spera coherceť est proportio vna.Mirabilis itaq3 est potentia linee ẽm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq3 extrema diuise:cui cũ plurima pholosophãtiũ admiratione digna cõueniãt hoc ꝑncipiũ vel ꝑcipuũ ex superioꝝ pricipioꝝ inuariabili ꝓcedit natura vt tã diuersa solida tũ magnitudine tum basiũ numero tũ etiã figura irrõnali quadam simphonia rõnabiliter conciliet. Quippe demonstratum est ꝙ proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus q̃ ambo spera vna coambit est quasi ꝓportio linee potentis sup quãlibet lineã ẽm prefatã proportionẽ diuisã ⁊ super eius maiorẽ partem ad quãlibet lineã potentẽ super eandem ⁊ eius minorẽ ptem.quoniã vero de tribus ceteris corporibꝰ regularibus nõ habenꝰ aliquid dictũ studeamꝰ de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsã ꝑpẽdicularẽ potentialr sexquitertiũ eẽ ꝯueniet.

¶Sit eni triangulus equilaterus.a.b.c.ducaťq3 ab angulo.a. linea a.d. ꝑpendicularis ad basim:dico ꝙ.a.b. ẽ potentialr sexquitertiũ ad.a.d.sunt quidẽ ex.5.ꝑmi duo anguli.b.⁊.c.eq̃les ⁊ quia anguli ad.d.sunt recti erit p.26.ꝑmi linea.b.c.diuisa ꝑ equalia in pũcto.d.itaq3 ex quarta scdi quadratũ b.c.q̃druplũ ad q̃dratũ.b.d.idq3 etiã q̃dratũ.a.b.q̃druplũ ẽ ad q̃dratũ. b.d. Est eni triangulꝰ equilaterꝰ q̃re ꝑ penuľ.primi q̃drata duaꝝ lineaꝝ.a.d.⁊.b.d.pariter accepta quadruplũ sũt ad q̃dratũ.b.d.itaq3 q̃dratũ.a. d. triplũ ẽ ad q̃dratũ. b.d. cõstat ergo ꝓpositũ.



Propositio .12.

Omnis trigonus equilaterus cuius ẽ latus rõnale superficies medialis eẽ ꝓbať.¶Sit vt prius triangulus.a. b.c.equilaterus ⁊ sit latus eius .a.b.rõnale siue i longitudine siue i potentia tm̃ dico itaq3 ꝙ ipse triãgulus ẽ superficies medialis: ducať eni ꝑpẽdicu/

laris.a.d.ab angulo.a.ad basim:eritq; ex premissa et ex.6.decimi ɀ dione super/ficiei rõnalis quadratũ linee.a.d.rõnale ɀ linea.a.d.rõnalis in potentia:ipsa autẽ ex vltima parte..decimi mediante premissa erit incõmensurabilis linee.a.b.ideo/q; ɀ linea .b.d.que est tanq̃; eius dimidiũ.sunt itaq; due linee.a.d.ɀ.b.d.rõnales potentialiter tantũ cõicantes.igit̃ ex.19.decimi supficies vnius eaꝝ in alteram est medialis.cunq; superficies vnius earum in alterã sit equalis trigono.a.b.c. ꝯstat verũ esse quod diximus.

Propositio .13.



Uncte supficies vtriuslibet duoꝝ solidoꝝ quorũ alterũ est piramis quatuor basium triangularium ɀ equilateraꝝ reliquum vero est corpus octo basium triangularium et equilateraꝝ pariter accepte:si diameter spere ea circum scribentis rõnalis fuerit componũt superficiẽ medialem.

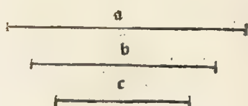
¶ Nam si diameter spere alteꝝ duoꝝ propositoꝝ corporum circũscribentis fuerit rõnalis siue in longitudine siue in potentia tm̃:erit ex corelario.13.tredecimi libri latus piramidis rõnale in potentia ɀ ex corelario.15.eiusdem latus quoq; corpo/ris octo basium rõnale in potentia.quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslib; corpis erũt supficies mediales.ɀ q: trianguli vtriuslib; coꝝ sibi adinuicẽ sunt equales:erunt ex.21.decimi omnes supficies vtriuslib; coꝝ pariter accepte cõ/ponentes superficiẽ medialem queadmodũ ꝓponitur.ɀc.

Propositio .14.



I tetracedron ɀ octocedron vna eademq; spera circum/scribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitertia ad vnã ex basibus octocedri:oẽs aũt bases octocedri piter acce/ptas ad omẽs bases tetracedri pariter acceptas sexquial/terã ꝓportionẽ habere necesse est.

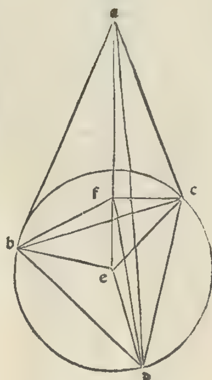
¶ Sit aliqua spera cuius diameter.a.circũscribens piramidem cui⁹ lat⁹.b.ɀ octo/cedron cuius latus .c.dico itaq; ꝙ triangulus equilater⁹ cuius latus.b. sexquiter/tius ẽ ad triangulũ equilateꝝ cuius latus.c.ɀ ꝙ supficies quã ꝯponũt octo trian/guli equilateri cuiusq; quoꝝ ẽ latus.c.sexquialtera ẽ ad supficiem quã componunt quatuor trianguli equilateri cuiusq; quoꝝ est latus.b.cõstat eni ex corel'.13.trede/cimi ꝙ quadratũ.a.ad quadratũ.b.sicut.6.ad.4.igit̃ ecõuerso quadratũ.b.ad q̃/dratũ.a.sicut.4.ad.6.Ex corelario vero.15.eiusdẽ manifestũ est ꝙ quadratum.a. ad quadratũ.c.sicut.6.ad.3.itaq; per equã ꝓportionalitatẽ quadratũ .b. ad qua/dratũ.c.sicut.4. ad.3.quadratũ aũt.b.ad quadratũ.c.ẽ sicut trigonus equilaterus cuius latus.b.ad trigonũ equilaterũ cuius latus.c.Utrobiq; eni est sicut.b .ad.c. ꝓportio duplicata ex secunda pte.18.sexti:igitur trigonus equilaterus cuius latus b.ad trigonũ equilateꝝ cui⁹ lat⁹.c.sicut.4.ad.3.quare cõstat prima ps ꝓpositi. Ex quo euidenter elicit̃ scdã:erit eni p ꝯuersã ꝓportionalitatẽ trigon⁹ equilaterus cui⁹ latus .c.ad trigonũ equilateꝝ cuius latus.b.sicut tria ad quatuor. idq; octuplum trigoni eqlateri cui⁹ lat⁹.c.ad q̃druplũ trigoni eq̃lateri cui⁹ lat⁹.b.est.sicut octuplũ ternarij ad q̃druplũ q̃ternarij. hoc aũt sicut.24.ad.16.ɀ q: octuplumtrigoni eq̃la/teri cui⁹ lat⁹ .c.ẽ omẽs bases octocedri cui⁹ lat⁹.c. ɀ q̃druplũ trigoni eq̃lateri cui⁹ lat⁹ .b.ẽ oẽs bases piramidis cui⁹ lat⁹.b.ɀ q: ꝓportio.24.ad. 16.ẽ sexq̃altera seq̃tur vt supficies quã cõponunt oẽs bases octocedri cui⁹ lat⁹.c.ad supficiẽ quã cõpo nũt oẽs bases piramides cui⁹ lat⁹.b.sexq̃altera sicut dixim⁹ i ꝓportione respiciat.



Propoſitio .15.

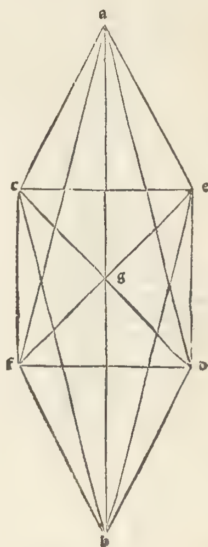
Piramide quatuoꝛ baſium triangulariū atq; eq̄laterarū intra ſperā q̄libet collocata ſi a quolibet anguloꝝ eius per centrum ſpere recta linea ad baſim ducatur in centrū circuli baſim circūſcribentis eam cadere atq; eidem baſi perpendiculariter inſiſtere neceſſario compꝛobatur.

¶Sit piramis .a.b.c.d .4. baſium triangulariū atq; eq̄lateraꝝ intra ſperā aliquā cuius centrū ſit f. collocata ⁊ cū quilibet quatuoꝛ anguloꝝ iſtius piramidis poſſit eſſe conus eius at q̄lib; q̄tuoꝛ trianguloꝝ baſis Imaginemur nūc eius ſolidū āgulum .a. eſſe conū ⁊ triangulū .b.c.d. imaginemur eſſe baſim atq; huic baſi intelligamus circūſcriptū eſſe circulū .b.c.d. dehinc a puncto .a. quē imaginati ſumus conum piramidis ducamus ad baſim .b.c.d. lineā rectā tranſeuntē per punctū .f. qui eſt centrū ſpere circūſcribentis piramidē de qua diſputamus ⁊ occurrat hec linea ſuperficiei .b.c.d. quā imaginati ſumus baſē piramidis ſup punctū .e. dico igit̄ ꝙ punctū .e. ē cētrū circuli .b.c.d. ⁊ ꝙ linea .a.f.e. ē perpendicularis ad ſupficiē .b.c.d producam enim lineas .f.b. f.c. f.d. ⁊ q: quatuoꝛ puncta .a.b.c.d. ſunt in ſuperficie ſpere cuius centꝝ .f. ꝓpter hoc ꝙ illā ſperam poſitū eſt circumſcribere hanc piramidem erunt omnes quatuoꝛ linee .f.a. f.b. f.c. f.d. adinuicem equales ſunt enim ducte a centro ſpere ad eius ſuperficiem: ergo q: duo latera .a.f. ⁊ .f.b. trianguli .a.f.b ſunt equalia duobus lateribus .a.f. ⁊ .f.c. trianguli .a.f.c. ⁊ baſis .a.b. baſi .a.c. nā piramis poſita eſt equilatera: erit ex octaua pꝛimi angulus .a.f.b. equalis angulo .a.f.c. ideoq; p. 13. pꝛimi āgul⁹ quoq; .b.f.e. erit eq̄lis āgulo .c.f.e. Eodē modo ꝓbabis angulū .d.f.e. eſſe equalē angulo .c.f.e. neceſſe eſt eni ex octaua pꝛimi ut angulus .a.f.c. ſit equalis angulo .a.f.d. quare p. 13. pꝛimi angulus quoq; .c.f.e. erit eq̄lis angulo .d.f.e. ſunt igitur tres anguli .b.f.e. c.f.e. d.f.e. adinuicē equales. pꝛotractis igit̄ lineis .e.b. e.c. ⁊ .e.d. ſequit̄ ex quarta pꝛimi bis aſſumpta eas eſſe adinuicem equales. ideoq; per .9. tertij punctus .e. ē centrū circuli .b.c.d. ⁊ q: perpendicularis ducta a centro ſpere ad ſuperficiē cuiuſlibet circuli eam ſecantis cadit ſup centrū eiuſdē circuli ſicut ex his que p̄miſſa ſūt videlic; ex his q̄ decimā hui⁹ immediate p̄cedunt didiciſti cōuincit̄ lineā .a.f.e. eē ꝑpēdicularē ad ſupficiem circuli .a.b.c. quēadmodū ꝓponit̄. Sin aūt erūt eiuſdē circuli duo cētra qḋ natura tanq̄; ipoſſibile exhoꝛruit.



Propoſitio .16.

Solidum octo baſiū triangulariū atq; equilateraꝝ qḋ ab aliqua ſpera circūſcribitur diuiſibile eſt in duas piramides eque altas quaꝝ altitudo equalis ē ſemidiametro ſpere: baſis autē vtriuſq; quadratū qḋ eſt ſub duplū quadrato diametri ſpere. ¶Eſto coꝛpus octo baſiū triangularium atq; equilateraꝝ cuius ſex anguli ſint .a.b.c.d.e.f. circūſcripta a ſpera cuius centrum .g conſtat itaq; ꝙ ſex puncta .a.b.c.d.e.f. ſunt in ſuperficie ſpere cuius centrum .g. ſi igit̄ centrū .g. iungatur cū quolibet hoꝝ ſex punctoꝝ erūt due linee iūgentes ipſū eis adinuicē equales cū ipſe ſint a centro ſpere ad ſuperficiē: cū aūt ex coꝛel̄. 15. tredecimi ſit diameter ſpere potentialiter dupla ad lat⁹ hui⁹ coꝛpis erit ex quarta ſcḋi latus huius coꝛpoꝛis potentialiter duplū ad ſemidiametꝝ ſpere. quadratū ergo .e.f. duplū ē ad quadratū .c.g. iōq; eq̄le duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ .c.g .⁊.g.f. itaq; ꝑ penul̄. pꝛimi angulus .c.g.f. ē rectus. eadem rōne quiſq; trianguloꝝ .f.g.d.



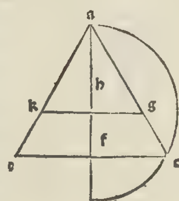
d.g.e.⁊.e.g.c.est rectꝰ quare ꝑ.14. ꝑmi ⁊.c.g.d.⁊.f.g.e.ē linea vna: igiẛ ex scđa.11 quinqȝ puncta.c.f.d.e.g.sunt in supꝑficie vna. Manifestū ē aūt ex quinta primi: ⁊ 32.eiusdē ꝙ quilibet quatuor angulorum.c.e.d.f.ē rectus: igiẛ ex diffinitione quadrati supꝑficies.c.e.d.f.ē quadrata.⁊ qꝛ latus eius ē latus ꝓpositi corporis.constat ex correlario.15. tredecimi istud quadratū esse subduplū q̄drato diametri spere. cō/ simili quoqȝ rōcinatiōne ꝯstat vtrāqȝ duarum linearum.a.g.⁊.g.b.cū q̄libet q̄tuor linearum c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulū rectū: iōqȝ ex.4.vndecimi vtrāqȝ earum ēe perpendicularē ad superficiē.c.e.d.f.⁊ ambas scȝ.a.g.⁊.g.b.ꝑ.14.ꝑmi componere lineā vnā: diuisum ē igiẛ ꝓpositū corpus in piramidē.a.c.f.d.e.cuius basis quadratū.c e.d.f.quod est subduplū quadrato diametri spere ⁊ etiā altitudo linee.a.g.que est semidiameter spere ⁊ in piramidē.b.c.f.d.e.cuius basis est predictū quadratum ⁊ eius altitudo linea.g.b.quod est semidiameter spere: ⁊ hoc ē qđ oportebat ōndere

Propositio .17.

Piramidē quatuor basium triangulariū atqȝ equilaterarum spera aliqua circūscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantē lateris ipsius piramidis ⁊ sub linea super quinqȝꝑtiente vicesimasseptimas eiusdē dodrantis cōtinetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basiū triangulariū atqȝ equilaterarum que ambo eadem spera circūducantur

¶ Sit spera cuius diameter.a.b.⁊ centrū.h.circūscribens piramidem quatuor basium triangulariū atqȝ equilaterarum.a.c.d.⁊ corpus octo basiū triangularium atqȝ equilaterarum qđ sit.e.sitqȝ linea.l.m.potētialiter sub sexquitertia ad dodrantem linee.a.c.que ē latus piramidis ⁊ linea.n.m.cōtineat dodrantē predictū ⁊ eiꝰ quinqȝ vicesimasseptimas sitqȝ.p.quadratū diametri.a.b.dico itaqȝ ꝙ ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e.ē sicut supꝑficiei.l.m.in.m.n.ad quadratū.p. imaginemur enī solidū angulū.a. esse conū piramidis ⁊ basiȝ piramidis cuius vnū latꝰ est.d.c.secare diametrū spere in puncto.f.eritqȝ quēadmodū ex rōcinatiōe.13.tredecimi manifestū ē.a.f.dupla ad.f.b.cumqȝ etiā.a.b.sit dupla ad. b.h. erit ex.19. quinti.h.f.dupla ad.h.f.iōqȝ.a.f.quadrupla ad.f.h.imaginemur igiẛ superficiem secantem piramidē.a.c.d.super centrū spere equidistanter basi ipsius. sitqȝ linea g.k.cōis sectio huius supꝑficiei ⁊ triāguli.a.c.d.eritqȝ ex.17.vndecimi ꝓportio.c.a ad.a.g.sicut.f.a.ad.a.h.igiẛ.c.a.ad.a.g.sicut.4.ad.3.sic enī est ex euersa proportionalitate.f.a.ad.a.h.constat etiā ex scđa ꝑte.29.primi ⁊.16.vndecimi ⁊.10.eiusdem ⁊ prima ꝑte scđe sexti ⁊ diffinitione similiū supꝑficierum ⁊ similiū corporum ꝙ piramis.a.g.k.ē sil'is piramidi.a.c.d.ideoqȝ ex.8.duodecimi ꝓportio piramidis.a c.d.ad piramidē.a.g.k.est sicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare sicut.4.ad.3.triplicata.constat autem ex secunda octaui ꝙ ꝓportio quatuor ad tres triplicata est sicut 64.ad.27.itaqȝ proportio piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k. est sicut.64.ad.27 fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.s.ex linea equali.a.g.quā cōstat ēē dodrantē linee.a.c.⁊ producatur linea.q.t.perpendicularis ad. r.s. eritqȝ ex.11.huius linea q.t.potentialiter sub sexquitertia ad lineam.q.r.ideoqȝ equalis.l.m.adijciaẛ quoqȝ linee.r.s.linea.s.x.ita ꝙ proportio.r.x. ad.r.s. sit sicut.64.ad.27.diuidaturqȝ

r.x.per equalia in.v.vt sit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.f.est.27.aut. r.x. 64.critq3.r.u.equalis.m.n.Et ducantur linee.q.u.z.q.x.eritq3 ex prima sexti pro/portio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.f.sicut.64.ad .27.cumq3 per eandē triangulus.q.r.x.sit duplus ad triangulū.q.r.u.at ex.41.primi qd fit ex.q.t.in.r.u.du/plum quoq3 sit ad triangulū.q.r.u.erit qd fit ex.q.t.in.r.u.z ipsū ē equale superficiei.l.n.eq̄le triangulo.q.r.x.q̄re ꝓportio sup̄ficiei.l.n .ad triangulū .q.r.f.ē sicut 64.ad.27.iōq3 sicut piramidis.a.c.d.adpirmiadē a.g.k.manifestū ē aūt ex.15.h⁹ ꝙ linea.a.f.ē ꝑpēdicularis ad basi3 piramidis.a.c.d.ideoq3 p.19 .vndecimi linea a.h.est etiā perpendicularis ad basim piramidis. a.g.h. igiť altitudo. a.g. k.piramidis est semidiameter sperc.diuidať itaq3 octocedron. e. queadmodū ꝓponiť premissa:erit itaq3 vtraq3 duaꝝ piramidū in quas ipsū.e.diuidiť eq̄ alta piramidi a.g.k.nam singulaꝝ altitudo est semidiameter spere.q² igitur oēs laterate piramides eque alte suis basibus sunt ꝓportionales vt in .6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq3 caꝝ in quas diuidiť octocedron.e. sicut basis eius ad bases eaꝝ:q̄re per.24.quinti ꝓportio piramidis.a.g.k.ad totū octocedron.e.est sicut sue basis quā cōstat esse equalem triangulo.q.r.f.ad bases ambarum piramidū in quas diuidiť.e.pariter acceptas quas constat esse eq̄les quadrato diametri spere per premissam videlicet.p.q̄m ergo ꝓportio piramidis.a.c.d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonū.q.r.f. videlicet.64.ad.27.z piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.f.ad quadratum.p.erit per equā proportionalitatē ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e sicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.z hoc erat demonstrandum.





¶Ex premissis igitur manifestum est ꝙ perpendicularis veniens a centro spere piramidē quatuor basiu3 triangulariū atq3 equilateraꝝ circumscribentis ad quālibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

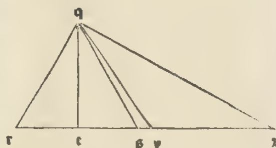
¶Cum enim cuncti trianguli piramidem ambientes sint siles z equales erūt quoq3 circuli ipsos circūscribentes equales.ideoq3 ꝑpendiculares a centro spere ad eosdem circulos in eoꝝ cētra erūt etiā eq̄les:ꝑpendiculares autē cadentes ad circlos sunt ꝑpendiculares ad bases piramidis itaq3 perpendiculares ad bases sunt ad/inuicē equales.linea aūt.h.f.est ꝑpēdicularis ad basim piramidis.a.c.d.quā.h.f q² constat ex predictis esse sextā partē diametri.a.b.relinquitur ergo esse veru3 qd per corel.concluditur. Ide3 aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

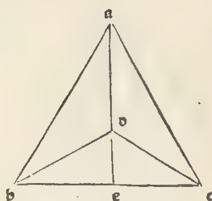




¶In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

¶Sit enim triangulus.a.b.c.equilaterus sitq3.d.centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam.Sint enim tria puncta. a.b.c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis.protrahatur autem. a.d. in continuum z directum quousq3 obuiet lateri.b.c.super punctum.c. constat igitur ex octaua primi ꝙ angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.d.c.ideoq3 ex.13.p̄mi

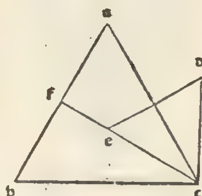




angulus.b.d.e.ē equalis angulo.c.d.e.quare per quartã primi.b.e.ē equalis.e.c. ⁊ anguli qui sunt ad.e.recti:itaqꝫ.d.e.perpendicularis ē ad.b.c.veniens a centro circuli circũscribentis trigonum .a.b.c.⁊.a.e. perpendicularis est etiã ad.b.c.veniens ab vno angulorum predicti trigoni:dico ergo q.a.e.tripla est ad.e.d.cõstat enĩ q tetragonus qui fit ex.d.e.in.e.b.equalis est trigono.b.d.c.tetragonus quoqꝫ qui fit ex.a.e.in.e.b.equalis ē trigono.a.b.c.at quia trigonus.a.b.c.triplus ē ad trigonũ.d.b.c.eritqꝫ tetragonus qui fit ex.a.e.in.e.b.triplus ad eum qui fit ex.d.e. in.e.b.cum igitur ex prima sexti sit ꝓportio tetragoni.a.e.in.e.b.ad tetragonũ.d.e in.e.b.sicut.a.e.ad.e.d.erit:a.e.tripla ad.e.d.queadmodũ proponitur.

Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

Nunc itaqꝫ qđ promisimus absoluamus ad hoc aũt imaginemur piramidē quatuor basium triangulariũ atqꝫ equilaterarum cuius vna ex quatuor basibus eius sit trigonus .a.b.c.circumscriptã esse a spera cuius centrum.d.⁊ protrahatur linea.d e.ꝑpendicularis ad superficiē trianguli.a.b.c.quã constat cadere in centrũ circuli dictũ trigonũ circũscribentis.dico igitur lineã.d.e.esse sextã ptē diametri spere ꝓpositã piramidē circũscribentis:producã enĩ lineã.d.c.⁊ lineam.c.f.perpendicularem ad lineã .a.b.quã.c.f. ex proximo correlario cõstat transire per punctũ.e.⁊ ex premisso antecedente triplã esse ad.e.f. Constat autem ex quarta secundi q scđm q quadratũ diametri spere cuius centrũ.d.est.36.ē quadratũ semidiametri .d.c. 9.ex correl.aũt .13.tredecimi est quadratum.b.c.24.⁊p.11.huius quadratũ.c.f.18. ⁊ per premissum antecedens quadratum.c.e.8.qr igitur ex penul.primi quadratũ d.c.ē equale quadratis duarum linearum.d.e.⁊.e.c.ē aũt quadratũ.d.c.9. ⁊ quadratum c.e.8.ꝓut quadratũ diametri spere est.36.relinquitur quadratũ.d.e. vnum prout quadratũ diametri spere ē.36. itaqꝫ linea.e.d.est vnũ ꝓut diameter spere est.6.qđ oportebat probare.Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q semidiameter spere circumscribentis corpus .8.basium triangulariũ atqꝫ equilaterarum tripla ē in potentia ad perpendicularē a centro spere circũscribentis ipsũ ad quãlibet suarum basium descendentē:cõstat quidē queadmodũ dictum ē prius q cũ oẽs bases huius corporis sint equales ⁊ siles erunt circuli ipsas circũscibentes equales ideoqꝫ perpendiculares a centro spere i ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicē equales.cumqꝫ perpendiculares ad circulos basium sint quoqꝫ perpendiculares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro spere ad singulas bases adinuicē sunt equales.Si ergo qđ dicimus de perpendiculari ad vnã suarum basiũ probetur:relinquetur verũ eē qđ proponitur.Sit itaqꝫ ut prius triangulus.a.b.c.vna ex basibus octocedri circũscripti a spera cuius centrũ.d.⁊ cetera quoqꝫ fiant vt prius cũ igitur ex correl.15.tredecimi diameter spere sit potentialiter dupla ad latus octocedri.sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplũ ad semidiametrum spere.iõqꝫ cum quadratũ linee.b.c.est .12.erit quadratũ linee.d.c.que ē semidiameter spere.6.ex.11.antē huius cum quadratũ.b.c.ē.12.quadratũ.c.f.ē.9.Et ex premisso antecedente quadratum.c.e.est.4.itaqꝫ cũ q̈dratũ.d.c.que est semidiamiter spere est .6.quadratum .c.e.est .4. ⁊ quia ex penultima primi quadratum.d..c.est equale quadratis duarum linearũ .c.e.⁊.e.d. sequitur ut quadratũ.e.d.sit duo ꝓut quadratum.d.e.est .6. constat ergo qđ diximus.



Propositio .18.

DUplum quadrati quod ex diametro spere cubum circũ/scribentis describitur equũ ẽ omnib⁹ superficiebus ipsi/us cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro spere ad quãlibet ex superficieb⁹ cubi ꝑducit me/dietati lateris cubi eiusdẽ eq̃lis eẽ ex necessitate cõuincit.

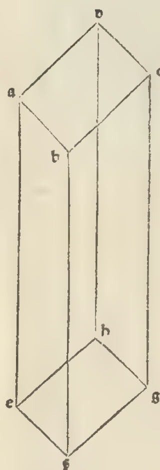
¶ Manifestũ ẽ eni ex corolario .14. tredecimi ꝙ diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplũ sit ad quadratum lateris cubi ⁊ ita triplum: duplũ quadrati diametri spere equum sit sexcuplo quadrato lateris cubi. Sunt autẽ oẽs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaq; duplum quadrati diametri spere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima ps: scd̃am autem partem ex .18. ⁊ .19. ⁊ .40. vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi ĩ bisse quadrati producti ex diametro spere ipsũ cubũ ãbientis cubi soliditas ꝑducatur. ¶ Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

Propositio .1.



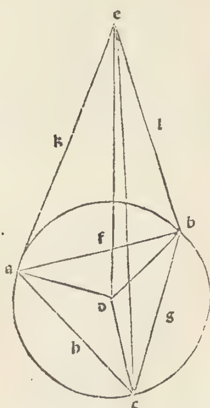
INtra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium lateruz designare. ¶ Sit cubus cuius basis est quadratuz a.b.c.d. suprema vero eius sup̃ficies quadratũ .e.f.g.h. Ipsum aũt hac arte fabricare conueniet q̃dra/to basis ẽm quãlibz lineã ex .45. primi descripto sup singulos angulos eius ex .12. vndecimi cathecus ẽm mensurã lateris ipsius quadrati erigatur quos ex .6. vndecimi constat esse equidistantes. Quiq; ergo eo rum bini ⁊ bini corausto eis imposito equidistanter lateri quadrati continueñt. Constat igitur esse cõpositum cubũ: nã quatuor ei⁹ laterales sup̃ficies sunt quadrate ex .33. primi ⁊ ex .34. eiusdem ⁊ diffinitione quadrati: de suprema autẽ superficie. manifestum est quoq; ꝙ ipsa ẽ quadrata ex. 10. imo .24. vndecimi ⁊ hac cõi scia que equalib⁹ sunt equa/lia sibi quoq; sũt equalia: ⁊ ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat cor/pus quatuor basium triangulariũ ⁊ equilateraꝝ inscribere: in basi ⁊ in ei⁹ sup̃ficie suprema protrahantur due diametri quaꝝ vna cõtinuet duas extremitates infi/mas duoꝝ cathecoꝝ ⁊ alia cõtinuet supremas alioꝝ duoꝝ quas aio intelliges esse a.c. ⁊ .b.f. dehinc a duobus punctis .b. ⁊ .f. terminantibus diametrum sup̃ficiei su/preme demitte ypothemisaliter binas ⁊ binas diametros q̃ q̃uor laterales super/ficies diuidant quas imaginaberis esse ab .b. quidem .a.b. ⁊ .b.c. at vero ab .f. f.a ⁊ .f.c. has aũt diametros in hac plana figura ꝓtrahere cõtempsi ne multitudo li/neaꝝ cõfunderet intellectũ. si igit̃ figurã hãc ut oportet actu vel aio cõpleueris vi/debis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pirami/dem quatuor basium triangularium esse perfectam q̃z cubo proposito ex diffinitio/ne constat esse inscriptam: huius autem piramidis bases equilateras esse constat eo ꝙ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.



Propositio .2.

Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq3 equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si itra piramidé quatuorbasiũ triangulariũ τ equilateraꝝ octocedron libeat inscribere prius côuenit piramidé ipsa3 fabricare q̃ rône certa hoc modo côponitur. Statuat̃ scdm cuiuslibet linee quãtitaté trigonus equilaterus qui sit.a.b.c.cui circũscribat̃ circulus supra centꝝ.d.τ excat.d.e. ꝑpendicularis ad supficiem ipsius trigoni ex.12.vndecimi: que ponat̃ dupla esse in potencia ad semidiametꝝ circuli circũscribentis trigonũ.a.b.c.τ a puncto.e.cadãt tres ypothemise super tria puncta.a.b.c.Est itaq3 côpleta piramis quatuor basiũ trilateraꝝ τ equilateraꝝ ꝓtrahant̃ eni.d.a.d.b.d.c.cũ igit̃ anguli quos côtinet linea.e.d cum singulis lineis.d.a.d.b.d.c.sint recti ex diffinitione perpendicularis ad supficié.cumq3 quadratũ linee.e.d.sit ex ypothesi duplũ ad quadratum semidiametri circuli.a.b.c.erit ex penultima primi quadratũ vniuscuiusq3 triũ ypothemisarum lineaꝝ.e.a.e.b.e.c.triplum ad quadratũ semidiametri circuli.a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq3 cuiusq3 triũ lateꝝ trianguli.a.b.c.triplum é ad quadratũ semidiametri eiusdé circuli:igit̃ oia latera statute piramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilateraꝝ basiũ.Cum itaq3 sibi octocedron includere voluerim⁹ diuidemus vnũqdq3 sex lateꝝ eius in duo media equalia τ côtinuabimus mediũ punctũ cuiusq3 lateris cũ medijs punctis cunctoꝝ reliquoꝝ lateꝝ cũ quibus ipsũ continet τ angulũ superficialé.verbi gratia diuidã latera basis in punctis.f.g h.τ ypothemisas cadentes ab.e.i pũctis.k.l.m.τ ꝯtinuabo pũctũ.f.cũ pũcto.g.τ cũ.h.τ cũ.k.τ cũ.l.pũctũq3.m.cũ eisdé.g.h.k.l.τ.g.cũ.h.τ cũ.l.τ.k.cũ eisdéh.τ.l Ecce itaq3 perfectũ est corpus octo basiũ triangulariũ bis duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus côtentum: has aũt octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera esse manifestũ est: ipsum quoq3 corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.



Propositio .3.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter aũt cubũ côponere oporteat i prima hui⁹ sufficienter dictũ est.igitur fabricato cubo piramis quatuor basiũ triangularium τ equalium lateꝝ in eo ex prima huius designet̃.ac intra ipsam piramidem expremissa octocedron distignatur.quo facto simul etiã factũ erit quod voluimus. Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi τ ex rôcinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ piramidis: quare manifestũ é omnia angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basib⁹ assignati cubi.igit̃ ex dione habem⁹ ꝓpositum.Aliter idem centris cunctaru3 basiũ cubi quẽadmodũ i nona quarti sit reptis a cétro supreme supficiei ci⁹ ad cétra quatuor lateraliũ superficieꝝ quatuor ypothemisas demitte τ a cétro infime τ ad earũdem lateraliũ superficierum cétra quatuor alias ypothemisas eleua centra quoq3 quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis côtinua ita videlicet ꝙ centra earum tantũ que seinuicem secant continuos

Uerbi grã.iungas centꝝ anterioꝝ cũ centro dextre ⁊ cũ cētro sinistre:centꝝ quo/qꝫ vltime iunges cũ eisdē.hoc eni cũ centro dextre ⁊ cũ centro sinistre. habes itaqꝫ corpus octo basiũ triangulariũ his.12.lineis que centra supficieꝝ cubi cōplexũ continuant.Si igitur has bases equilateras esse ꝓbare volueris:a cetris basium cubi ad cuncta ipsius latera ꝑpendiculares ꝓtrahe quas necessariũ ē oia latera ipsius cubi ꝑ equalia diuidere ex scđa pte tertie tertij:quod planũ ē si vnicuiqꝫ basiũ cubi circulũ circũscripseris atqꝫ iō binas ⁊ binas super idem punctũ in lateribus basiũ cubi cōstat cōcurrere easqꝫ ex scđa pte.13.tertij patet adinuicē eē equales ⁊ equidistantes lateribus cubi ex scđa pte.28.primi.iōqꝫ etiā singulas esse equales dimidio lateris cubi.igit̃ ex.10.vndecimi manifestũ est binas ⁊ binas caꝝ sup idē latus cubi in medio eius puncto cōcurrentes rectũ angulũ continere:eo ꝙ omnes superficies cubi sunt quadrate.Quare igitur ille.12.linee centra supficieꝝ cubi cōtinuantes ⁊ anguli quos hee linee super media puncta laterũ cubi cōcurrentes bine ⁊ bine cōtinent subtendũtur ipse erunt ex quarta primi vł etiā si mauis ex penultima primi adinuicē equales:ergo est in ꝓposito cubo designatũ corpus octo basiũ triangulariũ ⁊ equilateraꝝ.qđ oportebat facere.⁊c.

Propositio .4.



Intra datum corpus octo basium triangulariũ atqꝫ equilaterarum cubum figurare.

¶ Non dubites quin corpꝰ octo basiũ triãgulariũ atqꝫ equilateraꝝ certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea super aliqđ planũ sursũ orthogonaliter erecta eã ꝑ equalia diuide ⁊ a puncto eiꝰ medio duas lineas hincinde ꝑpendiculares extrahe que cōponant lineã vnã eruntqꝫ hee due linee seinuicē secantes videlicet prima que super positũ planũ ē orthogonaliter erecta ⁊ alia que ipsã sup eius mediũ punctũ orthogonaliter secat i eadē supficie site sunt ꝑ primã ptē scđe vndecimi.Ad superficiem igitur in qua ipsē site sunt super cōem punctũ sectionis earum queadmodũ.12.docet vndecimi perpendicularem erigere quã facias eandē supficiē in vtrãqꝫ ptem penetrare:⁊ pone cuncta.sex portiones haꝝ trium linearum a puncto in quo seinuicē secant equales. sic eni quelibet quãlibet ꝑ eq̃lia ⁊ orthogonaliter diuidet.ita ꝙ cum sint tres q̃qꝫ due caꝝ salutifere crucis venerandũ signũ ad angulos rectos cōtinebũt a supremo igitur erecte linee sup positũ planũ puncto quatuor ypothemisas ad extremitates duaꝝ lineaꝝ ipsã secãtium demitte:deinde ab infimo eiusdē erecte pũcto:q̃tuor alias ypothemisas ad easdē duaꝝ secantiũ lineaꝝ extremitates eleua:postremo quoqꝫ harũ ypothemisaꝝ extremitates quatuor rectis lineis quadratum cōtinentibus cōtinua.Erũt enim hee duodecim linee videlicet q̃tuor ypothemise a supmo puncto erecte ꝑpendicularis descēdētes:quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursũ eleuate ⁊ relique quatuor linee haꝝ ypothemisaꝝ extremitates continuantes ex penuł.primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̃les :q̃re constat corpus ab eisdē terminatũ octo basibus triangularibꝰ equilaterisqꝫ contineri Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora.eaqꝫ reperta.12.lineis rectis hac lege cōtinua vt centꝝ cuiusqꝫ hoꝝ trianguloꝝ cũ cētro cuiusqꝫ triũ ad ipsiꝰ latera terminatoꝝ ꝑ rectã lineã copulet̃.nō ē aũt hꝰ rei idoneũ figuram i plano depingere. ideoqꝫ restat vt quod dicitur mente cōcipias ipsũqꝫ si placet actu ⁊ ope compleas

videbis eni. 12. lineis hoꝝ triangoloꝝ centra posita lege cōtinuantes cubū conti/nere quē restat vt equilateris rectangulisq3 superficiebus demonstres esse conclu sum. nō eni erit cubus nisi omnes eius supficies sint quadrate. ducito ergo a quo/libet angulo trigonoꝝ superficieꝝ octocedri perpendicularem ad latus i li angulo oppositū. has autē ppēdiculares ex. 11. q̄rtedecime cōstat eē adinuicē eq̄les ꝛ diui dere latera quibus ppendiculariter insistunt per equalia. ideoq3 binas ꝛ binas sup idem punctū lateris cui superstant conuenire: easdēq3 cōstat ex his que i. 17. quar tidecimi demonstrata sunt transire per centra triangoloꝝ. ideoq3 p extremitates laterū inclusi corporis transire ac eaꝝ portiones que intra centra trigonoꝝ ꝛ late/ra ipsoꝝ intercipiunt̄ ex his etiā in eadē demonstrata sunt constat esse equales an gulos quoq3 ab his ppēdicularib⁹ binis ꝛ binis coeūtib⁹ cōtētos ex. 8. primi patet esse equales. Et quia hee perpendiculares sueq3 portiones inter centra ꝛ latera in tercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoq3 anguli quos linee a centris trigo/noꝝ ad latera perpendiculariter cadentes hinc ꝛ hinc cōtinēt adinuicē equales. cū/q3 latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendunt. sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusū esse equilateꝝ at quoq3 rectangulū protrahant̄ eni diagoni in singulis superficieb⁹ hos diagonos ex quarta p̄mi oēs adinuicem equales eē conuinces mediantibus angulis a duabus perpendiculari/bus per ipsaꝝ diagonoꝝ extremitates transeuntibus contentis si prius hos angu los ex. 8. primi equales sibi inuicē esse probaueris. cū igitur diameter tetragonarū basium corporis huius sint adinuicem equales: latera quoq3 earundē basiū equa lia esse necesse est ex. 8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equi/angulas. atq3 ex. 32. primi oēs anguli cuiusq3 eaꝝ sunt equales quatuor rectis. se/quitur eas esse rectangulas: itaq3 ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate: igit̄ inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atq3 equilate rarum assignato corpori octo basiū triangularium quo/q3 atq3 equilaterarum inscribere.

¶ Assignato corpori octo basiū inscribe ƀm precepta premisse cubū cuboq3 inscripto inscribe. vt docet prima piramidē hui⁹ q̄lis ꝓponit̄ cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra/tione prime manifestum ē. cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in supficieb⁹ assignati octocedri: erunt quoq3 cuncti anguli piramidis huius in superficieb⁹ cor/poris octo basium cū eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum ē nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Intra datū corpus viginti basiū ꝛ equaliū lateꝝ corpus duodecim basiū pētagonaliū eq̄liū lateꝝ atq3 equalium anguloꝝ figural'r cōponere. ¶ Corp⁹. 20. basiū nō docem⁹ hic fabricare quoniā ex. 16. tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis eui dens est eo igitur ut ibi docet̄ cōposito. si sibi corp⁹. 12. basiū pētago naꝝ atq3 equilateraꝝ includere delectat hac via procedendum ē. Manifestum eni est. 20. triangulos. 60. superficiales angulos hēre. ꝛ q̄r ad ꝯstitutionē vniuscuiusq3 solidi ãguli corpis ycocedri quinq3 supficiales conueniūt sicut ex demrātione. 16. tre decimi colligitur. constat illud corp⁹ duodeci solidis angulis cōpleri. inuentis igit̄ ut

in ante pr̄emissa centris cunctorū triangulorū totū ycocedron terminantiū ea.30. rectis lineis cōtinua ita ꝙ cuiusq; centꝝ centris omniū circūiacentiū cū quibus cōmunicat in latere per rectas lineas iungas.cū ergo hoc feceris videbis ex illis.30. lineis duodecim pentagonis constitui.12.angulis solidis dati ycocedri:oppositos hos itaq; pentagonos quēadmodū in antepremissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. Necesse est eni vt duorūlibet triangulorꝝ duorꝝ idem latus habentium centra eodem spatio distant.restat ergo vt eos etiā equiangulos esse silogises. Manifestū est autē ex rōcinatione.16.tredecimi datum corpus viginti basium ab eadē spera cuius diameter est tanq; diameter hui⁹ corpis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cōtinuat esse circūscriptibile. Si igit̄ hec diameter per mediū secet̄ punctus sectionis erit centrū spere ipsum circūscribentis ab eo. itaq; ad superficies cunctorꝝ pentagonorꝝ perpendiculares ex.11. vndecimi ducto ⁊ a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorꝝ angulos rectas lineas dirigito.deinde centrū spere cum singulis angulis ipsorꝝ pentagonorꝝ continuato:age ergo eos ꝓba eē equi angulos hoc modo. Cum eni omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro spere ad ipsos venientes ⁊ in eorꝝ cētra cadentes equales:omnes ergo linee a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam anguli pentagonorꝝ sunt cētra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribentiu; ex ypothesi igitur ex penultima p̄mi eodem argumentationis genere quo supius in.14.silogisauimus sectorē prouenientē in superficie spere cum aliqua plana superficies sperā secat nō super centrū eius esse circūferentiā cōtinentē circulū:necesse ē quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro spere ad superficies omnium pentagonorꝝ ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales.itaq; omnib⁹ his duodecim pētagonis ē circulus circūscriptibilis.cū igit̄ ipsi sint eq̄lateri cōuincit̄ eos esse etiā equiangulos qd̄ oportebat ostendere.

Propositio .7.



Intra datū corpus duodecim basium pentagonarꝝ equilaterarum atq; equiangularū corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium petagonorꝝ equilaterarꝝ atq; equiangularꝝ cōponere oporteat ex.17.tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangularium ⁊ equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce suorum pentagonorꝝ centris vt in.14.quarti fit repertis ea adinuicem 30.lineis hac lege continua vt vniuscuiusq; pentagoni centrum centro cuiusq; pentagoni secum in latere cōicantis iungatur ita videlicet ꝙ vniuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantiū vel circūiacentium contineat̄. cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30.lineis centra pentagonorum continuantibus contenti.eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis gulangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras eē demonstrabimus ⁊ erūt.12.solidi anguli huius corpis 20.basiū in cētris.12.pentagonorum corpus dati duodecedri terminantium:hos itaq;.20.triangulos equilateros eē sic proba.a cētris pentagonorꝝ ducito ꝑpēdiculares ad latera erūtq; oēs ꝑpēdiculares equales binas ergo ⁊ binas probabis ex

octaua pꝛimi equos angulos continere:⁊ quia linee continuantes centra pentago noꝛum his angulis a binis ⁊ binis perpendicularibus contentis ſubtenduntᷣ:cum omnes perpendiculares ſint equales:erunt ex quarta pꝛimi omnes linee continu/ antes centra pentagonoꝛum equales: quod eſt pꝛopoſitũ: Perpendiculares autẽ binas ⁊ binas equales angulos continere ⁊ omnes eas adinuicem eſſe equales ſic collige.Ex quinta pꝛimi ⁊ .26.eiuſdem conſtat ſingulas earum diuidere latera pẽ/ tagonoꝛum ſuper que cadunt per equalia:eaſq; eſſe adinuicẽ equales ductis lineis a centris pentagonoꝛum ad ſingulos angulos eorum:quare bine ⁊ bine ſuper idẽ latus cadentes in eodem ipſius lateris puncto coibunt eo ꝙ vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quoꝛum centris veniunt cõmune ꝑ equalia :has igitur ꝑpendiculares binas ⁊ binas vſq;ad angulos quibus cõmune latus in quo cocunt oppoſitum per centra penthagonoꝝ pꝛoducito ⁊ eiſdem ãgulis duas lineas ſub/ tendito quas ex demonſtratione.17.tredecimi manifeſtum eſt eſſe tanq̃; latus cu/ bi ab eadem ſpera cum pꝛopoſito duodecedro circumſcriptibili. ideoq; patet eas eſſe equales eo ꝙ omnia latera cubi ſint equalia.eaſdẽq; liquet ex nona vndecimi eſſe equidiſtantes ꝓpter hoc ꝙ ambe equidiſtant cõmuni latere in quo bine ⁊ bi/ ne perpendiculares cõueniunt.At vero ipſas eaſdẽ conſtat ex his perpendiculari/ bus per equalia diuidi.itaq; per.33.pꝛimi cuncte linee continuantes puncta i quĩ bus bine ⁊ bine perpendiculares ſuper has lineas quas tanq̃; cubi latera foꝛe dixi mus cõcurrunt ſunt adinuicẽ equales. Nam omnes ſunt tanq̃; latus cubi. igiᷣ ex octaua pꝛimi anguli contenti a binis ⁊ binis perpendicularibus ſunt equales:qua re per quartam eiuſdem linee quoq; continuantes centra pentagonoꝛum ſunt ſibi inuicem equales:inſcriptum ergo ẽ pꝛopoſito duodecedro coꝛpus viginti baſium triangularium ⁊ equalium laterum ſicut iuſſi eramus

Pꝛopoſitio .8.

Solido duodecim baſium pentagonarum atq; equilatera rũ pꝛopoſito intra ipſũ cubum diſtinguere.

¶ Cum duodecedron ſuper cubi latera fabricetᷣ ut conſtat ex.17.tre/ decimi minimum eo fabꝛicato ſibi conuenit cubũ inſcribi.nam cum duodecim ſunt pentagoni ſi vniꝰcuiuſq; eoꝝ vni angulo ꝑut cubi fi guram videbis exigere choꝛdam vnam ſubtenderis ex eis duodecim choꝛdis ſex equilateras rectangulaſq; ſuperficies cubi ⁊ coꝛpus amplectentes perficies Equi/ lateras quidem eas eſſe conſtat ex quarta pꝛimi:rectangulas autem eodem ar/ gumentationis genere quo id ſexta huius baſes duodecedri dato ycocedro in/ ſcripti demonſtrauimus eſſe equiangulas:conſtat quidem ex decimaſeptima tre/ decimi pꝛopoſitum duodecedron ſpere eſſe inſcriptibile:ḡ a centro:illius ſpere ad omnes has quadrilateras ſuperficies perpendiculares :ut docet vndecima vnde/ cimi pꝛotrahe ⁊ a puncto concurſus ad ſing. los angulos illarum quadrilaterarũ ſuperficieꝝ rectas lineas dirige.Ac eoſdem angulos quadrilateraꝝ ſuperficierum cum centro ſpere iunge:eruntq; hee linee centꝝ ſpere cũ angulis quadrilaterarum ſuperficierum continuantes ſemidiametri ſpere de quaꝝ quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanẽt ex penultima pꝛimi quadrata lineaꝝ continu/ antiũ punctum cõcurſus perpendiculariũ cum angulis quadrilateraꝝ ſuꝑficierum neceſſe eſt omnibus his quadrilateris ſuꝑficiebuſ circulos eſſe circumſcriptibiles

iõq; necesse ē eas esse equiangulas cum sint equilatere. Et q2 ex.32.primi anguli cu
iusq; eaꝝ pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas eē rectā
gulas nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio .9.


Ato duodecedro sibi demum octocedron includere.
¶ Composito duodecedro ut in. 17. ꝛ t̃cij decimi sex latera suarum
supficierū ea videlicet que cathecos sup sex lineas opposita latera su
perficierum cubi per equalia secantes erectis tanq̃; corum corausti
iungunt per equalia diuide: eaq; bina ꝛ bina adinuicē composita cō
tinua per tres lineas qui seinuicem super medium punctum diametri cubi ex.48.
vndecimi per equalia secabunt: eruntq; vt quoq; due eaꝝ trium seinuicem quoq;
ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per.12
lineas rectas continuaueris perueniet tibi corpus octo basiū triangularū ꝛ equi
laterarum ꝛ quarta p̃ini vel si mai⁹ ex penultima primi: qḋ oportebat ostendere.

Propositio .10.


Ntra assignatum duodecedron piramidem quatuor basi
um triangularium atq; equilaterarum adhuc restat distin
guere.
¶ Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq; pi
ramidem ex prima. cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi
vt patet ex rōcinatione prime ꝛ anguli cubi in angulis duodecedri ex rōcinatione
octaua: erunt quoq; anguli piramidis in angulis duodecedri. itaq; cōstat quod vo
lumus.

Propositio .11.


Roposito ycocedro in eo cubum figurare.
¶ Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex
octaua: constat autē ex demonstratione sexte ꝙ omnes anguli duo/
decedri cadunt super centrum basium ycocedri ꝛ anguli cubi sunt in
angulis duodecedri: itaq; anguli cubi sunt ī centris basium ycocedri
habemus ergo propositum.

Propositio .12.


Cocedron datum piramidem quatuor basium triangula/
rium atq; equilateraꝝ sibi postulat inscribi
¶ Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq; ex p̃/
ma piramidem incluseris quin postulationi ycocedri satisfeceris
hesitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque
regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptōe in hoc.15.libro deter/
mineť si vnūqḋq; coꝝ quilib; cētroꝝ eēt inscriptibile.20.eorūdē inscriptōes acci/
derēt Quippe quil; coꝝ quinq; eēnt cetera q̃tuor inscriptibilia. iõq; q̃ter quiq; in/
scriptōes qḋ ē.20.necessario ꝓuenirēt. at vero piramidi solū octocedron ꝯueniēs
est inscribi. Non enim sūt in piramide bases aut anguli aut latera in quib⁹ angu/
li cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsi⁹ piramidis ꝯtingere

Cubum quoq3 soli⁹ piramidis & octocedri vt octocedron solius piramidis et cubi receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12. angulos ycocedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eo[rum] singulis cadant collocabis: ycocedron autẽ cũ cetera cõuenienti ambitione possit cõplecti soli⁹ ycocedri nequit esse receptaculum. nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicẽ bini & bini oppositione respiciunt lineeq3 eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. itaq3 illud glosũ signũ ad cuius intuitũ cõsternant demones sub rectis ãgulis triplicatũ reddant. hos itaq3 triangulos neq3 bases neq3 anguli neq3 latera ycocedri possunt sub suo situ recipere neq3 eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliq3 oppõne se cõtinentes: duodecedron autẽ nulli ceteroru[m] sue ambitionis denegauit hospiciũ imo cuncto[rum] receptator existit. vnde nõ incõuenienter duodecedri figurã antiqui platonis discipuli ascribere vel ascripsere celo quẽadmodũ piramidis formã igni eo q[uod] sursum sub piramidali figura euolet. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus p[ro]uitate sequitur sic octocedri forma piramidis. formã ad motũ habilitate comittat. Uiginti vero basium figuram atq3 dictauerunt. nã cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circulet in sperã fluentis rei motui magis q̃3 scandentis conuenire visa est. Cubon vere figurã quidã dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motũ violentia indiget quam thessera. At in elementis quid fixius constantiusq3 reperit terra. si igitur ex. 20. inscriptionibus. 3. quas piramis nõ substinet binasq3 a quibus naturã cubi & octocedri aliena est. Rursusq3 vnã cui [que] repugnat ycocedri figura reieceris erũt relique tm̃. 12. inscriptiones piramidis quidem sola cubi vero octocedrique bine: ycocedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio .13.


Abricato quouis quinq3 regularium corpo[rum] sibi speram inscribere.

Ex tertiodecimo libro itaq3 manifestũ est vnũquodq3 q̃nq3 horũ corporum esse spere inscriptibile. nũc itaq3 cõstabit viceuersa sperã vnicuiq3 ipso[rum] esse inscriptibilẽ. a circũscribentis eni spere centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circulo[rum] bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumq3 omnes circuli eas circumscribentes sint equales eruntq3 hec perpendiculares equales. itaq3 si s[ecundu]m quantitatem vnius earum circulum super centrum circumscribentis spere descripseris eiusq3 semicirculum quousq3 ad locum vnde moueri ceperit redeat circũduxeris quia ipsum per extremitates cuncta[rum] perpendicularium necesse est transire conuinces ex corelario. 15. tertij speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis cõtingere quã circũductus semicirculus dũ mouebatur contingit: quare asginato corpori constat nos speram quemadmodũ p[ro]positum erat inscripsisse.

Opus elementorũ euclidis megarensis in geometriã artẽ In id quoq3 Campani p[er]spicacissimi Cõmentationes finiũt. Erhardus ratdolt Augustensis impressor solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis. MCCCC. lxxxij. Octauis. Calẽ. Iuñ. Lector. Uale.


EVCLIDES